



Faculteit Wetenschappen
Vakgroep Geologie en Bodemkunde

**MODELLERING VAN EEN GRONDWATERWINNING OP
BASIS VAN DE HYDROGEOLOGISCHE KENMERKEN VAN
HET VEELLAGIG GRONDWATERRESERVOIR TE
KOKSIJDE-OOSTDUINKERKE (BELGIË)**

Martinus MERTOETOMO

Proefschrift voorgedragen tot het bekomen van de graad
van Doctor in de Wetenschappen
(Geologie)

Promotoren: Prof. Dr. W. DE BREUCK & Prof. Dr. L. LEBBE

1995

VLIZ (vzw)

VLAAMS INSTITUUT VOOR DE ZEE

FLANDERS MARINE INSTITUTE

Oostende - Belgium



VLIZ (vzw)
VLAAMS INSTITUUT VOOR DE ZEE
FLANDERS MARINE INSTITUTE
Oostende - Belgium

Faculteit Wetenschappen
Vakgroep Geologie en Bodemkunde

**MODELLERING VAN EEN GRONDWATERWINNING OP
BASIS VAN DE HYDROGEOLOGISCHE KENMERKEN VAN
HET VEELLAGIG GRONDWATERRESERVOIR TE
KOKSIJDE-OOSTDUINKERKE (BELGIË)**

Martinus MERTOETOMO

Proefschrift voorgedragen tot het bekomen van de graad
van Doctor in de Wetenschappen
(Geologie)

Promotoren: Prof. Dr. W. DE BREUCK & Prof. Dr. L. LEBBE

1995

WOORD VOORAF

Aan de totstandkoming van dit werkstuk hebben een aantal personen op direkte of indirecte wijze hun bijdrage geleverd. Van deze gelegenheid wil ik gebruik maken om hen mijn appreciatie kenbaar te maken.

Allereerst wens ik mijn oprechte dank te betuigen aan *Prof. Dr. W. DE BREUCK* voor de kans mij geboden het voorliggend onderzoek te verrichten. Hij stelde mij in de gelegenheid de uitgebreide kennis en de verschillende technische faciliteiten waarover het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent beschikt, optimaal te benutten. Zijn constante supervisie en waardevolle suggesties hebben steeds in positieve zin bijgedragen tot de voltooiing van het werk dat ik hier mag voordragen.

Ontzettend veel dank en waardering ben ik ook verschuldigd aan *Prof. Dr. L. LEBBE* voor zijn voortdurende en deskundige begeleiding tijdens het verloop van het onderzoek. Hij heeft, ondanks zijn zeer drukke werkzaamheden, voor mij steeds ruimschoots de tijd vrijgemaakt voor talrijke verhelderende discussies die uiteindelijk aan de basis hebben gelegen van een aantal belangrijke ideeën en inzichten in het onderzoek. De richting en de vooruitgang van het onderzoek waren veelal gesteund op zijn raadgevingen en voorstellen. Verder dank ik hem voor het doorlezen van het manuscript en het voorzien van kritische commentaren.

Een bijzonder woord van dank wil ik richten aan *Prof. Dr. K. WALRAEVENS*, *Prof. Dr. S. GEETS* en *Prof. Dr. P. JACOBS* voor de bijkomende adviezen en hun getoonde interesse in verband met de ontwikkelingen van het onderzoek.

Voor hun inzet bij mijn opleiding in de geologie en aanverwante vakken dank ik al het onderwijzend personeel van de Faculteit Wetenschappen van de Universiteit Gent, in het bijzonder *Prof. Dr. W. DE BREUCK*, *Prof. Dr. L. LEBBE*, *Prof. Dr. K. WALRAEVENS*, *Prof. Dr. P. JACOBS*, *Prof. Dr. J.P. CNUDE*, *Prof. Dr. G. STOOPS*, *Prof. Dr. S. GEETS*, *Prof. Dr. R. NIJS*, *Prof. Dr. P. DE PAEPE*, *Prof. Dr. P. VAN DEN HAUTE*, *Prof. Dr. J.P. HENRIET*,

Prof. Dr. A. GAUTIER en Prof. Dr. J. DE CONINCK.

Tevens dank ik alle personeelsleden of oud-personeelsleden van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie, die op welke wijze dan ook hun bereidwillige medewerking hebben verleend bij de praktische realisatie van mijn werk. Hierbij denk ik vooral aan E. VAN HOUTTE, M. VAN CAMP, G. VERMEIREN, M. MAHAUDEN, M. BOESMAN, I. GAUS, Y. VERMOORTELT, D. DE SMET, B. DAMIEN, I. BOLLE, I. MEYUS, L. VAN CAUWENBERGHE, M. DE CEUKELAIRE, E. BEEUWSAERT, J. BEECKMAN, R. BOGAERT en M. GENBRUGGE.

E. VAN HOUTTE, F. VANLERBERGHE, J. TARHOUNI, B. MULYANTO, E. SEVENS, C. VERSLYCKE en M. VAN ZELE wil ik niet alleen speciaal bedanken voor de getoonde belangstelling maar ook voor het bezorgen van bijkomende literatuur.

Mijn gevoelens van waardering gaan verder uit naar mijn familie in Suriname, in Nederland en in de U.S.A., in het bijzonder naar mijn ouders voor hun toewijding en zorg al die jaren. Ook E.S. MERTOETOMO en R.P. KOLF wil ik hierbij apart bedanken voor de geboden hulp.

Tenslotte een warm woord van dank aan *Deborah M. KOLF* voor haar continue aanmoediging, daadwerkelijke hulp en morele steun, en aan haar draag ik dit werkstuk op.

INHOUDSOPGAVE

WOORD VOORAF	I
INHOUDSOPGAVE	III
LIJST VAN FIGUREN	VIII
LIJST VAN TABELLEN	XIII
LIJST VAN BIJLAGEN	XV

HOOFDSTUK 1

INLEIDING	1
-----------	---

HOOFDSTUK 2

HYDROGEOLOGIE VAN HET DUINGEBIED TUSSEN KOKSIJDE EN OOSTDUINKERKE	5
--	---

2.1. OMSCHRIJVING VAN HET STUDIEGEBIED	6
2.1.1. Geografische ligging	6
2.1.2. Geologische opbouw	7
2.1.2.1. Paleozoïcum	9
2.1.2.2. Mesozoïcum	9
2.1.2.3. Tertiair	9
2.1.2.3.1. Het Landeniaan	10
2.1.2.3.2. Het Ieperiaan	10
2.1.2.4. Kwartair	10
2.1.2.4.1. Het Pleistoceen	11
2.1.2.4.2. Het Holoceen	11
2.1.2.4.3. Opmerking	14
2.1.3. Geomorfologie	16
2.1.3.1. De duinen van de westelijke kustvlakte	16
2.1.3.2. Het zandstrand van de westelijke kustvlakte	19
2.2. BESCHIKBARE GEGEVENS	19
2.2.1. Hydrogeologische begrippen	19
2.2.1.1. Wet van Darcy	19
2.2.1.2. Hydraulische parameters	20
2.2.1.2.1. De hydraulische doorlatendheid	20
2.2.1.2.2. Het doorlaatvermogen	21
2.2.1.2.3. De hydraulische weerstand	21
2.2.1.2.4. De berging	22
2.2.1.3. Hydrogeologische lagen	23
2.2.1.4. Grondwaterstroming	24
2.2.2. Litologische profielen	28
2.2.3. Hydraulische kenmerken	34
2.2.4. Grondwaterbeweging	38
2.2.4.1. Gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen	38

2.2.4.2. Freatische watervoerende laag	41
2.2.5. Hydrochemische kenmerken	45
2.2.5.1. Grondwaterklassifikatie	45
2.2.5.1.1. Klassifikatie van grondwaters volgens Stuyfzand	46
2.2.5.1.2. Resistiviteitsklassen van grondwaters	49
2.2.5.2. Grondwaterkwaliteit	51
2.2.5.2.1. De gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen	53
2.2.5.2.2. De freatisch watervoerende laag	56
2.2.6. Bodemwaterbalans	58
2.3. AANVULLENDE GEGEVENS	63
2.3.1. Boringen	64
2.3.2. Geofysische boorgatmetingen	67
2.3.3. Waterpassing	68
2.3.4. Litostratigrafische doorsnede	70
2.3.5. Pompproef	72
2.3.5.1. Teoretische beschouwing van het invers model	73
2.3.5.2. Stapsgewijze interpretatie met het invers model	78
2.3.5.3. Uitvoering en interpretatie van de pompproef	80
2.3.5.3.1. Geologische gesteldheid	80
2.3.5.3.2. Voorbereiding en uitvoering van de pompproef	80
2.3.5.3.3. Interpretatie van de pompproef met het invers model	82
2.3.5.3.4. Afgeleide hydraulische parameters	86
2.3.6. Grondwaterstand van het Boven-Landeniaan	98
2.3.7. Samenstelling van het Landeniaanwater	100
2.4. FORMULERING VAN EEN HYDROGEOLOGISCH OPTIMALISATIEPROBLEEM	103
2.4.1. Motivering van het opgesteld probleem	103
2.4.2. Het hydrogeologisch optimalisatieprobleem	107
2.4.2.1. Doelfunctie	108
2.4.2.2. Systeemvoorwaarden	109
2.4.2.2.1. Gelijkheidsvoorwaarde	109
2.4.2.2.2. Ongelijkheidsvoorwaarde	112
2.4.2.2.3. Randvoorwaarden	113
2.4.3. Oplossingsprocedure van het optimalisatieprobleem	114

HOOFDSTUK 3

VERLAGINGEN IN EEN VEELLAGIG GRONDWATERRESERVOIR 119

3.1. PROGRAMMA SIPURE	119
3.1.1. Teoretische beschouwing van het programma SIPURE	119
3.1.2. Programmapakket van SIPURE	123
3.1.2.1. Eigenlijk rekenprogramma SIPURE	124
3.1.2.1.1. Oproep van het eigenlijk rekenprogramma SIPURE	125
3.1.2.1.2. Het hoofdprogramma SIPURE	126
3.1.2.1.3. De subroutine ADIDRA	126

3.1.2.1.4. De subroutine DIFDRA	128
3.1.2.2. Uitvoerbestanden	129
3.2. PROGRAMMA MULPUM	130
3.2.1. Teoretische beschouwing van het programma MULPUM	131
3.2.2. Programmapakket van MULPUM	136
3.2.2.1. Eigenlijk rekenprogramma MULPUM	136
3.2.2.1.1. Oproep van het eigenlijk rekenprogramma MULPUM	137
3.2.2.1.2. Het hoofdprogramma MULPUM	137
3.2.2.1.3. De subroutine DRADIS	138
3.2.2.1.4. De subroutine SUBSID	138
3.2.2.2. Invoergegevens	139
3.2.2.2.1. Via de interactieve invoer	139
3.2.2.2.2. Via het MLP2-bestand	142
3.2.2.3. Uitvoergegevens	142
3.3. KUNSTMATIG OPTIMALISATIEPROBLEEM	144
3.3.1. Modelgebied van het kunstmatig probleem	144
3.3.2. Mathematische formulering van het kunstmatig probleem	147
3.3.3. Gevolgde werkwijze met de programma's SIPURE en MULPUM	148
3.3.4. Resultaten aan de hand van programma's SIPURE en MULPUM	150

HOOFDSTUK 4

OPTIMALE LENGTE VAN AFVOERLEIDINGEN 157

4.1. ALGORITME VOOR EEN OPTIMALE LENGTE	157
4.1.1. Driestaps-algoritme	159
4.1.1.1. Een minimale lengte	159
4.1.1.2. Een maximale lengte	165
4.1.2. Uitvoering van het driestaps-algoritme	168
4.1.2.1. De probleemafhankelijke routines	171
4.1.2.2. De probleemonafhankelijke subroutines	172
4.2. PROGRAMMAPAKKET VAN DISMOD	174
4.2.1. Invoerprogramma FILEDM	174
4.2.1.1. Oproep van het invoerprogramma FILEDM	175
4.2.1.2. Het DIM1-invoerbestand	175
4.2.2. Eigenlijk rekenprogramma DISMOD	176
4.2.2.1. Het oproepend program DISMOD	176
4.2.2.2. Oproep van het eigenlijk rekenprogramma DISMOD	177
4.2.2.3. Het DIM2-uitvoerbestand	178
4.3. TESTPROBLEMEN VOOR HET PROGRAMMA DISMOD	178
4.3.1. Netwerkprobleem met drie knooppunten	179
4.3.2. Netwerkprobleem met vier knooppunten	181
4.3.3. Netwerkprobleem met zes knooppunten	182
4.3.4. Netwerkprobleem met zeven knooppunten	184

HOOFDSTUK 5

BEPALING VAN EEN OPTIMUM VIA AANGEVULDE LAGRANGIANEN	189
5.1. TEORETISCHE BESCHOUWING VAN EEN OPTIMALE OPLOSSING	190
5.1.1. Standaardvorm van het optimaliseringsprobleem	191
5.1.2. Onvoorwaardelijke iteratieve optimalisatieprocedure	193
5.1.3. Karakterisatie van een optimale oplossing	198
5.1.3.1. De onvoorwaardelijke problemen	199
5.1.3.2. De voorwaardelijke problemen	201
5.2. AANGEVULDE LAGRANGE-MULTIPLICATORMETODE	206
5.2.1. Aangevulde Lagrangiaanse functie	206
5.2.2. Overzicht van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme	207
5.2.3. Uitvoering van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme	210
5.2.3.1. Probleemafhankelijke routines	215
5.2.3.2. Algemene probleemafhankelijke routine	216
5.3. PROGRAMMAPAKKET VAN AULAMU	222
5.3.1. Invoerprogramma FILALM	223
5.3.1.1. Oproep van het invoerprogramma FILALM	223
5.3.1.2. Het ALM1-invoerbestand	224
5.3.2. Eigenlijk rekenprogramma AULAMU	232
5.3.2.1. Door de gebruiker voorziene routines	232
5.3.2.2. Oproep van het eigenlijk rekenprogramma AULAMU	235
5.3.2.3. Het ALM2-uitvoerbestand	236
5.4. TESTPROBLEMEN VOOR HET PROGRAMMA AULAMU	237
5.4.1. Een lineair probleem	238
5.4.2. Niet-lineaire problemen	241
5.4.2.1. Een probleem met één variabele	241
5.4.2.2. Problemen met meerdere variabelen	243
5.4.2.2.1. Onvoorwaardelijk probleem met meerdere variabelen	243
5.4.2.2.2. Voorwaardelijke problemen met meerdere variabelen	246
5.4.2.2.2.1. Een voorwaardelijk probleem met twee variabelen	246
5.4.2.2.2.2. Een voorwaardelijk probleem met zeven variabelen	249

HOOFDSTUK 6

HYDROGEOLOGISCH OPTIMALISATIEMODEL VOOR DE BEREKENING VAN EEN PUTTENCONFIGURATIE	255
6.1. OMSCHRIJVING VAN HET OPTIMALISATIEMODEL HYDALM	257
6.2. PROGRAMMAPAKKET VAN HET MODEL HYDALM	266
6.2.1. Invoerprogramma's	268
6.2.1.1. Het invoerprogramma FIMUPU	268
6.2.1.1.1. Oproep van het invoerprogramma FIMUPU	268
6.2.1.1.2. MLP1-invoerbestand	268

6.2.1.2. Het invoerprogramma FIDIMO	272
6.2.1.2.1. Oproep van het invoerprogramma FIDIMO	272
6.2.1.2.2. DIM1-invoerbestand	272
6.2.1.3. Het invoerprogramma FIALMM	273
6.2.1.3.1. Oproep van het invoerprogramma FIALMM	273
6.2.1.3.2. ALM1-invoerbestand	273
6.2.1.4. Aanpassing van de invoerbestanden	274
6.2.2. Eigenlijk rekenprogramma HYDALM	275
6.2.2.1. Oproep van het eigenlijk rekenprogramma HYDALM	275
6.2.2.2. De door de gebruiker voorziene routines	275
6.2.2.3. De uitvoerbestanden	281
6.3. EVALUATIE VAN DE WERKING VAN HET MODEL HYDALM	282
6.4. HYDROGEOLOGISCH OPTIMALISATIEPROBLEEM	292
6.4.1. Modelgebied van het hydrogeologisch probleem	293
6.4.2. Matematiscbe formulering van het hydrogeologisch probleem	298
6.4.3. Gevolgde werkwijze en resultaten met het model HYDALM	301
6.4.4. Betrouwbaarheid van de gesimuleerde verlagingen bij het optimum	317

HOOFDSTUK 7

ALGEMEEN BESLUIT	325
------------------	-----

BIJLAGEN	333
----------	-----

B.1. GEOLOGISCHE GEGEVENS	333
B.2. RESULTATEN VAN HET KUNSTMATIG OPTIMALISATIEPROBLEEM	338
B.3. TESTPROBLEEM MET VIER KNOOPPUNTEN VOOR HET PROGRAMMA DISMOD	342
B.4. GEGEVENS VOOR HET PROGRAMMA AULAMU	344
B.5. GEGEVENS VOOR HET MODEL HYDALM	360

REFERENTIES	387
-------------	-----

LIJST VAN FIGUREN

2.1	- Situering van het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke	7
2.2	- Ligging van de duinen in de westelijke kustvlakte	17
2.3	- Voorstelling van stijghoogte, plaatshoogte en drukhoogte	25
2.4	- Ligging van de bestaande boorputten in het studiegebied met aanduiding van de plaatsen van de boringen, de peilputten en de zuigputten	29
2.5	- Litologische, stratigrafische en hydrogeologische weergave van boring BGD35E142	31
2.6	- Litologisch profiel van het Kwartair door het zuidelijk (Fig. 2.6a) en centraal gedeelte van de duinen en het strand (Fig. 2.6b)	33
2.7	- Lokalisatie van de pompproeven	35
2.8	- De waargenomen stijghoogten van mei 1986 (Fig. 2.8a), de berekende stijghoogteverdeling met aangepaste debieten (Fig. 2.8b) en de berekende stijghoogten in natuurlijke toestand (Fig. 2.8c) voor de Sokkel	39
2.9	- De waargenomen stijghoogten van mei 1986 (Fig. 2.9a), de berekende stijghoogteverdeling met aangepaste debieten (Fig. 2.9b) en de berekende stijghoogten in natuurlijke toestand (Fig. 2.9c) voor het Landeniaan	39
2.10	- Vertikale stroming tussen Sokkel en Landeniaan (Fig. 2.10a) en tussen Landeniaan en bovenliggende laag (Fig. 2.10b)	40
2.11	- Systeem Ia: de stijghoogteverdeling (Fig. 2.11a) en de 10-, 25- en 50-jaarisokronen (Fig. 2.11b) bij permanente stroming in het Kwartair	42
2.12	- Systeem Ib: de stijghoogteverdeling (Fig. 2.12a) en de 10-, 25- en 50-jaarisokronen (Fig. 2.12b) bij permanente stroming in het Kwartair	42
2.13	- Systeem II	44
2.14	- Voorbeeld van een code voor een watertype in 10 posities	46
2.15	- Bepaling van een watertype op basis van de proportionele verdeling van de hoofdelementen in de som van de kationen en de som van de anionen in meq/l	48
2.16	- Voorkomen van grondwatertypes in het Landeniaan (Fig. 2.16a), het Krijt (Fig. 2.16b) en de Sokkel (Fig. 2.16c)	54
2.17	- Maandelijkse gemiddelde neerslag van de periode 1957-1987 gemeten in het weerstation te Koksijde	60
2.18	- Gemiddelde waterbalans van de onverzadigde zone in de duinen	62
2.19	- Wateroverschot of watertekort op de waterbalans van de onverzadigde zone in de duinen	63
2.20	- Ligging van de boringen BL1, BL2, BL3 en BGD35E142	65
2.21	- Afwerking van boorgat BL1	66
2.22	- Principe van de waterpassing	69

2.23 - Doorsnede doorheen de boringen van BGD35E142, BL1, BL2 en BL3	71
2.24 - Tijd-verlagingscurve van de voorbereidende pompproef	82
2.25 - Hydrogeologische doorsnede ter hoogte van de pompproefplaats samen met de lagenindeling in het numeriek invers model en de ligging van pompput BL1 en peilput BL3	83
2.26 - Berekende en waargenomen verlagingen samen met de afgeleide waarden van de hydraulische parameters bij de pompproef in het Boven-Landeniaan te Koksijde-Oostduinkerke	86
2.27 - Betrouwbaarheidsgebieden van de afgeleide hydraulische parameters bij de lineaire (Fig. 2.27a) en niet-lineaire (Fig. 2.27b) berekeningswijze	96
2.28 - Tijd-stijghoogtediagram van put BL1	99
2.29 - Resistiviteitsmetingen in put DB4	104
2.30 - Evolutie van de hoeveelheid gewonnen duinwater en de waterbedeling (Fig. 2.30a) en het aantal abonnees (Fig. 2.30b) van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht	106
2.31 - Ligging van het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht	113
2.32 - Schematische weergave van het modelonderzoek	115
3.1 - De (I,J)-ring van het vertikaal axiaal symmetrisch netwerk met zijn aangrenzende ringen in het programma SIPURE	121
3.2 - Subroutines van het programma SIPURE	124
3.3 - Horizontaal rooster van laag J in het programma MULPUM	132
3.4 - Combinatie van het vertikaal axiaal symmetrisch netwerk en het horizontaal rooster in het programma MULPUM	133
3.5 - Wederzijdse beïnvloeding van de verlagingen rondom twee pompputten	135
3.6 - Subroutines van het programma MULPUM	136
3.7 - Hydrogeologische toestand van het kunstmatig probleem	145
3.8 - Berekende verlagingen (m) in laag 7 na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 2 bij 2 km van het kunstmatig probleem	153
3.9 - Berekende verlagingen (m) in laag 7 na ongeveer 19 jaar pompen voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km van het kunstmatig probleem	154
3.10 - Grafische weergave van de lijnen met gelijke kosten (BEF) en gelijke verlagingen (m)	155
4.1 - Netwerk met vier knooppunten	158
4.2 - Verloop van de minimale lengte voor het netwerk met vier knooppunten	161
4.3 - Verloop van de maximale lengte voor het netwerk met vier knooppunten	166
4.4 - Algemeen stroomschema van het driestaps-algoritme	170
4.5 - Subroutines van het programma DISMOD	171

4.6	- Verloop van de minimale (Fig. 4.6a) en de maximale (Fig. 4.6b) lengte voor het netwerk met drie knooppunten	180
4.7	- Verloop van de minimale (Fig. 4.7a) en de maximale (Fig. 4.7b) lengte voor het netwerk met zes knooppunten	183
4.8	- Verloop van de minimale (Fig. 4.8a) en de maximale (Fig. 4.8b) lengte voor het netwerk met zeven knooppunten	185
4.9	- Vergelijking tussen de manueel berekende waarden en de waarden verkregen met het programma DISMOD voor de verschillende testproblemen	186
5.1	- Algemeen onvoorwaardelijk optimaliseringsalgoritme	194
5.2	- Lokale optima van een onvoorwaardelijke functie $f(x)$	200
5.3	- Geometrische interpretatie van de Kuhn-Tucker kondities	203
5.4	- Algemeen stroomschema van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme	211
5.5	- Subroutines van het programma AULAMU	214
5.6	- Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het lineair testprobleem	240
5.7	- Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het lineair testprobleem	240
5.8	- Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het testprobleem met één variabele	242
5.9	- Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het testprobleem met één variabele	242
5.10	- Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het onvoorwaardelijk testprobleem met meerdere variabelen	245
5.11	- Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het onvoorwaardelijk testprobleem met meerdere variabelen	245
5.12	- Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het voorwaardelijk testprobleem met twee variabelen	248
5.13	- Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het voorwaardelijk testprobleem met twee variabelen	248
5.14	- Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het voorwaardelijk testprobleem met zeven variabelen	251
5.15	- Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het voorwaardelijk testprobleem met zeven variabelen	252

6.1	- Subroutines van het model HYDALM	258
6.2	- Vergelijking tussen de oplossingen van de programma's SIPURE en MULPUM met die van de initiële toestand van het model HYDALM voor het kunstmatig probleem	287
6.3	- Vergelijking tussen de optimale oplossingen van de programma's SIPURE en MULPUM en van het model HYDALM voor het debiet per put, de minimale lengte van afvoerleidingen, de kostenfunctie en de maximale verlaging (Fig. 6.3a) en voor de coördinaten van de configuratie met 8 pompputten (Fig. 6.3b)	289
6.4	- Vergelijking tussen de oplossingen van het model HYDALM voor het kunstmatig probleem bij de configuraties van 6, 7, 8, 9 en 10 pompputten	290
6.5	- Berekende verlagingen (m) in de aangepompte laag (laag 7) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 2 bij 2 km (Fig. 6.5a) en het verruimd gebied van 10 bij 10 km (Fig. 6.5b) van het kunstmatig probleem	291
6.6	- Situering van het modelgebied in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke met aanduiding van de begrenzing van het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht en de ligging van de bestaande putten BL1 en BL3	294
6.7	- Hydrogeologische gesteldheid van het modelgebied in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke	296
6.8	- Berekende verlagingen in tijd-verlagings- en afstand-verlagingsgrafieken bij een pumping van een put met een debiet van 103,65 m ³ /d in het Boven-Landeniaan (laag 7)	305
6.9	- Vergelijking tussen de oplossingen van het model HYDALM voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem bij de configuraties van 12, 13, 14 en 15 pompputten	309
6.10	- Ligging van de potentiële putten samen met het verloop van de minimale lengte van afvoerleidingen voor de configuratie van 14 pompputten	310
6.11	- Berekende verlagingen (m) in de aangepompte laag van het Boven-Landeniaan (laag 7) na 2 (Fig. 6.11a), 10 (Fig. 6.11b) en ongeveer 19 jaar (Fig. 6.11c) pompen voor het modelgebied met een zijde van 1750 m van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem	312
6.12	- Berekende verlagingen (m) in de aangepompte laag van het Boven-Landeniaan (laag 7) na 2 (Fig. 6.12a), 10 (Fig. 6.12b) en ongeveer 19 jaar (Fig. 6.12c) pompen voor het verruimd gebied met een zijde van 10 km van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem	313

6.13 - Berekende verlagingen (m) in de topzone van de Sokkel (laag 1) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 1750 bij 1750 m (Fig. 6.13a) en voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km (Fig. 6.13b) van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem	315
6.14 - Berekende verlagingen (m) in de topzone van het Krijt (laag 4) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 1750 bij 1750 m (Fig. 6.14a) en voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km (Fig. 6.14b) van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem	316
6.15 - Betrouwbaarheidsintervallen van de berekende verlagingen in het aangepompte Boven-Landeniaan (laag 7) bij een pumping van een put met een debiet van 103,65 m ³ /d	319
6.16 - Minimale (Fig. 6.16a) en maximale (Fig. 6.16b) betrouwbaarheidsfactoren van de berekende verlagingen in het aangepompte Boven-Landeniaan (laag 7) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 1750 bij 1750 m	321
6.17 - Minimale (Fig. 6.17a) en maximale (Fig. 6.17b) betrouwbaarheidsfactoren van de berekende verlagingen in het aangepompte Boven-Landeniaan (laag 7) na ongeveer 19 jaar pompen voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km	322

LIJST VAN TABELLEN

2.1	- Stratigrafische en hydrogeologische indeling van het grondwaterreservoir ter hoogte van het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke	8
2.2	- Bepaling van het eerste symbool in de klassifikatienaam van een watertype steunend op het chloridegehalte	47
2.3	- Bepaling van het tweede symbool in de klassifikatienaam van een watertype steunend op de totale hardheid	47
2.4	- Bepaling van de kationenuitwisselingscode	49
2.5	- Resistiviteitsklassen van grondwater afgeleid met behulp van een gemiddelde formatiefaktor van 3,2	51
2.6	- Resultaten van de analyses van kwartair grondwater in het studiegebied	57
2.7	- Waterbalans van de onverzadigde zone van de duinen op basis van de maandelijkse gemiddelde neerslag en potentiële evapotranspiratie	59
2.8	- Kenmerken van putten BL1, BL2 en BL3	69
2.9	- Waargenomen en berekende verlagingen samen met hun onderlinge verschillen overeenkomstig de afgeleide hydraulische parameters bij de pompproef in het Boven-Landeniaan te Koksijde-Oostduinkerke	88
2.10	- Waarden van de hydraulische parameters afgeleid uit de pompproef in het Boven-Landeniaan	94
2.11	- Vergelijking van de hydraulische parameters van het zandig Landeniaan afgeleid met behulp van de in deze studie uitgevoerde pompproef, met die van de pompproef te Langemark en te Poperinge	97
2.12	- Stijghoogten in putten BL1, BL2 en BL3	98
2.13	- Analyses van Landeniaanwater afkomstig uit put BL1	102
2.14	- Maandelijkse hoeveelheden opgepompt duinwater	110
2.15	- Hoeveelheid Landeniaanwater te mengen met de hoeveelheid duinwater om aan de toegestane normen te voldoen	111
2.16	- Concentraties bij menging van Landeniaanwater met $3 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ duinwater	111
3.1	- Volgorde en indeling van de parameters in het PAPU-bestand	127
3.2	- Volgorde en indeling van de parameters in het DAPU-bestand	128
3.3	- Resultaten bekomen met behulp van de programma's SIPURE en Mulpum voor het kunstmatig probleem	152
4.1	- Coördinaten van het netwerk met vier knooppunten	160
4.2	- Minimale afstanden tussen de vier knooppunten	160
4.3	- Beschrijving van het driestaps-algoritme voor de bepaling van een minimale lengte voor het netwerk met vier knooppunten	163
4.4	- Beschrijving van het driestaps-algoritme voor de bepaling van een maximale lengte voor het netwerk met vier knooppunten	167

4.5	- Verklaring van de notatie gebruikt in subroutine DIMOLE	173
4.6	- Coördinaten van de knooppunten voor het netwerkprobleem met drie knooppunten	179
4.7	- Coördinaten van de knooppunten voor het netwerkprobleem met zes knooppunten	182
4.8	- Coördinaten van de knooppunten voor het netwerkprobleem met zeven knooppunten	184
4.9	- Resultaten van de testproblemen voor het programma DISMOD	186
5.1	- Verklaring van de notatie gebruikt in het programma AULAMU	217
5.2	- FORTRAN-voorstelling van termen gebruikt om het algemeen niet-lineair probleem weer te geven	222
5.3	- Het lineair testprobleem	238
5.4	- Het testprobleem met één variabele	241
5.5	- Het onvoorwaardelijk testprobleem met meerdere variabelen	244
5.6	- Het voorwaardelijk testprobleem met twee variabelen	246
5.7	- Het voorwaardelijk testprobleem met zeven variabelen	250
6.1	- Resultaten bekomen met het model HYDALM voor het kunstmatig probleem	286
6.2	- Randvoorwaarden voor de X-coördinaten van de potentiële putten in het model HYDALM	300
6.3	- Modelcoördinaten van de bestaande en de potentiële putten bij de initiële toestand en de optimale oplossing van het model HYDALM	302
6.4	- Waarden van de probleemfuncties bekomen met behulp van het model HYDALM voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem	303

LIJST VAN BIJLAGEN

B.1. GEOLOGISCHE GEGEVENS	333
B.1.1. Boorgegevens	333
B.1.1.1. Boorgegevens van BL1	333
B.1.1.2. Boorgegevens van BL2	334
B.1.1.3. Boorgegevens van BL3	334
B.1.2. Boorgatmetingen van BL1	336
B.1.3. Analyse van het Landeniaanwater	337
B.2. RESULTATEN VAN HET KUNSTMATIG OPTIMALISATIEPROBLEEM	338
B.2.1. Oplossingen met behulp van de programma's SIPURE en MULPUM	338
B.2.2. Verlagen in de putten bij de oplossing met het model HYDALM	341
B.3. TESTPROBLEEM MET VIER KNOOPPUNTEN VOOR HET PROGRAMMA DISMOD	342
B.3.1. Het DIM1-invoerbestand bij IDIS=0	342
B.3.2. Het DIM2-uitvoerbestand bij IDIS=0	342
B.3.3. Het DIM1-invoerbestand bij IDIS=1	342
B.3.4. Het DIM2-uitvoerbestand bij IDIS=1	342
B.4. GEGEVENS VOOR HET PROGRAMMA AULAMU	344
B.4.1. Aangewende zoektechnieken	344
B.4.1.1. De DFP-methode	344
B.4.1.2. De SSVM-methode	346
B.4.1.3. De eenrichtingsopzoeking	346
B.4.2. Voorbeelden van modificaties voor de subroutines FXNS en GRAD	351
B.4.2.1. Het lineair testprobleem	351
B.4.2.2. Het voorwaardelijk testprobleem met zeven variabelen	351
B.4.3. Voorbeelden van databestanden	352
B.4.3.1. Het ALM1- en ALM2-bestand voor het lineair probleem	352
B.4.3.2. Het ALM1- en ALM2-bestand voor het voorwaardelijk probleem met zeven variabelen	357
B.5. GEGEVENS VOOR HET MODEL HYDALM	360
B.5.1. MLP1-, DIM1- en ALM1-invoerbestanden voor de configuraties van 14 putten	360
B.5.2. Berekende verlagingen voor het axiaal symmetrisch netwerk bij debieten van 120,93, 111,63 en 96,74 m ³ /d	360
B.5.3. Verlagingen in de putten bij de oplossing van het model HYDALM voor de configuraties van 12, 13, 14 en 15 putten	370
B.5.4. Model- en Lambert-coördinaten van de bestaande (BL1 en BL3) en de potentiële putten bij de oplossing van het model HYDALM	371
B.5.5. De wijze van onderlinge verbinding tussen de putten bij de oplossing van het model HYDALM	372
B.5.6. Isolijnenkaarten voor de configuraties van 12, 13 en 15 putten	374

HOOFDSTUK 1

INLEIDING

Het westelijk deel van het Vlaamse kustgebied heeft aanzienlijk te kampen met problemen inzake de drinkwatervoorziening. Mede door de steeds toenemende vraag naar drinkwater, vooral gedurende de zomermaanden met de grote trek van toeristen naar het strand, is er mettertijd een steeds meer groeiende behoefte ontstaan tot uitbreiding van de waterwinningsmogelijkheden van dit gebied. Om een beter inzicht te verkrijgen in de waterwinningsmogelijkheden van dit kustgebied wordt het grondwaterreservoir verder onderzocht, op zoek naar nieuwe mogelijkheden die toelaten grondwater te winnen zonder veel schade te berokkenen aan het natuurlijk systeem. De mogelijkheden om in dit gedeelte van het kustgebied water te winnen zijn echter zeer beperkt. Ofwel dient er een beroep te worden gedaan op de diepe gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen ofwel op de ondiepe freatisch watervoerende laag. Tot nog toe wordt enkel in de zoetwaterlens van het freatisch grondwaterreservoir in de duinen water gewonnen. De overdadige winning van duinwater over een te beperkte ruimte van het duingebied veroorzaakt plaatselijk een te sterke daling van de watertafel. Het gevolg is dat er vanuit de omliggende gebieden brak en zout water in de richting van de waterwinning stroomt, hetgeen een sterke bedreiging vormt voor de kwaliteit van het duinwater.

Teneinde in de westelijke kustvlakte aan de stijgende behoefte van drinkwater te kunnen blijven beantwoorden zonder gevaar te lopen voor verdere verzilting van de huidige winningsplaatsen, moeten dus dringend naar alternatieve waterwinningsmogelijkheden worden uitgezien. In onderhavige studie zullen de verschillende mogelijkheden naar voren worden gebracht, maar slechts één daarvan zal verder worden onderzocht. Deze is de grondwaterwinning in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke, waar het studiegebied zich bevindt. In het bestek van deze studie werd het echter niet verantwoord geacht een dergelijk fundamentele ingreep rechtstreeks op het systeem zelf uit te testen. Dit in verband met de hoge kosten en de mogelijk schadelijke gevolgen voor de natuur. Daarom wordt er een mathematisch model voorgesteld waarmee voorafgaandelijk de grondwaterwinning kan worden gepland en de mogelijke gevolgen kunnen worden geschat. Dit model heeft tot doel voor de beschouwde grondwaterwinning een optimale oplossing te berekenen, waarbij met een minimum aan

kosten een aantal pompputten worden geplaatst, zodanig dat er voldaan wordt aan het vooropgestelde debiet, de maximaal toegestane verlaging en de begrenzing van het waterwinningsgebied. De grenzen bakenen het gebied af waarin de pompputten moeten worden geplaatst. Het ontwikkelde model laat toe om met relatief weinig kosten en in een betrekkelijk kort tijdsbestek, een redelijk getrouwe weergave te verkrijgen van de situatie zoals die zich in de toekomst zou kunnen voordoen. Daardoor vormt dit model een waardevol ondersteuningselement in het nemen van beleidsbeslissingen.

Om in de hydrogeologie een mathematisch model goed te kunnen laten functioneren moet altijd worden getracht vooraf een zo breed mogelijke kennis te vergaren van het beschouwde grondwaterreservoir. Bij de inventarisatie van de bestaande gegevens van het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke is gebleken dat er over de freatisch watervoerende laag reeds heel wat informatie bestaat. Van de opbouw van de diepere lagen onder deze watervoerende laag is op hydrogeologisch vlak echter nog weinig geweten. Bijgevolg waren, bij de aanvang van deze studie, van het Boven-Landeniaan de hydraulische kenmerken, de grondwaterstand alsook de chemische en bacteriologische samenstelling van het grondwater onvoldoende bekend om er naar behoren een grondwaterwinning te kunnen simuleren. In het bestek van het modelonderzoek werd daarom de bestaande hydrogeologische kennis verruimd door middel van drie spoelboringen, geofysische boorgatmetingen, een pompproef, grondwaterstandsmetingen en analyses van grondwaterstalen.

Verwerking van de hydrogeologische gegevens in een mathematisch model levert een beeld op van de peilverlaging die een waterwinning veroorzaakt in een tijdsverloop van ongeveer 19 jaar onafgebroken pompen in het Boven-Landeniaan. Om de berekeningen met het model te kunnen uitvoeren wordt voor de gesimuleerde grondwaterwinning een hydrogeologisch optimalisatieprobleem geformuleerd, bestaande uit een doelfunctie gekoppeld aan een stel systeemvoorwaarden. De doelfunctie, die men in het model tracht te minimaliseren, dient voor de raming van de kosten van de geplande waterwinning in termen van het aantal pompputten en meters afvoerleidingen. De systeemvoorwaarden, te weten de hoeveelheid te winnen water, de maximaal toegestane verlaging en de begrenzing van het waterwinningsgebied, leggen aan de doelfunctie beperkingen op onder dewelke de optimale oplossing moet worden gevonden. Het mathematisch model laat niet alleen toe een optimale puttenconfiguratie te berekenen welke voldoet aan zowel de doelfunctie als de sys-

teemvoorwaarden, maar ook de gevolgen van de waterwinning op de grondwaterverlaging zullen kunnen worden voorspeld. Het doel van het modelonderzoek kan dus als volgt worden geformuleerd:

Wat zal er met de stijghoogten in de verschillende lagen gebeuren indien men in het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke water wint in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan gedurende ongeveer 19 jaar continu pompen; hoeveel water moet men uit deze laag onttrekken teneinde een menging met duinwater te bekomen welke voldoet aan de drinkwaternormen; wat is de maximale peilverlaging van het piëzometrisch oppervlak; hoeveel bedragen de kosten in functie van het aantal pompputten en meters afvoerleidingen en waar moeten, binnen de begrenzing van het waterwinningsgebied, de pompputten worden geplaatst?

De voorliggende studie is opgebouwd uit een aantal onderdelen die elk een afzonderlijk aspect van het optimalisatieprobleem belichten. Stap voor stap wordt in de verschillende onderdelen een inzicht gegeven in de bewerkingen die zullen leiden tot de oplossing van het probleem, met daarbij telkens een toelichting van de programma's; deze maken alle deel uit van het mathematisch model HYDALM. De volgende onderwerpen komen achtereenvolgens aan bod:

- hydrogeologie van het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke (hoofdstuk 2);
- verlagingen in een veellagig grondwaterreservoir (hoofdstuk 3);
- optimale lengte van afvoerleidingen (hoofdstuk 4);
- bepaling van een optimum via aangevulde Lagrangianen (hoofdstuk 5);
- hydrogeologisch optimalisatiemodel voor de berekening van een puttenconfiguratie (hoofdstuk 6).

Hoofdstuk 2 geeft, naast een algemeen geologische omschrijving van het voornoemde duingebied, een overzicht van de in het gebied verzamelde hydrogeologische gegevens. Met behulp van deze gegevens wordt een hydrogeologisch optimalisatieprobleem geformuleerd welke, in mathematische termen uitgedrukt, een grondwaterwinning in het Boven-Landeniaan omschrijft. Dit probleem wordt in hoofdstuk 6 opgelost met het optimalisatiemodel HYDALM. Dit laatste is gesteund op een stel algoritmen, dat na een nauwgezet onderzoek uit de literatuur werd geselecteerd. Voor de berekening van verlagingen in een veellagig grondwaterreservoir is gekozen voor het algoritme welke zijn berekeningen uitvoert op basis van een verondersteld axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk en het principe van de

superpositie (programma's SIPURE en MULPUM). Voor het afleiden van een optimale lengte van afvoerleidingen van een puttenconfiguratie werd gewerkt met het driestaps-algoritme (programma DISMOD) en voor de bepaling van een optimale oplossing van de doelfunctie en zijn systeemvoorwaarden met het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme (programma AULAMU). De vier volgende hoofdstukken geven van elk van de hierboven aangehaalde programma's, naast een theoretische achtergrond ook de samenstelling van het programmapakket. De werking van de programma's DISMOD en AULAMU wordt bewezen aan de hand van enkele testproblemen, terwijl het model HYDALM wordt getoetst aan een kunstmatig optimalisatieprobleem. De algemene besluitvorming van de studie wordt geformuleerd in hoofdstuk 7.

HOOFDSTUK 2

HYDROGEOLOGIE VAN HET DUINGEBIED TUSSEN KOKSIJDE EN OOSTDUINKERKE

Reeds geruime tijd wordt door het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent onderzoek verricht in verband met de hydrogeologische toestand van het Vlaamse kustgebied. Het onderzoek ving aan met geoelektrische sonderingen, hetgeen uiteindelijk resulteerde in het opstellen van een verziltingskaart voor de gehele Belgische kustvlakte (DE BREUCK et al., 1974). Het onderzoek werd verder gezet door o.a. LEBBE (1973, 1978, 1979, 1981, 1983, 1984), LEBBE & DE BREUCK (1980), MAHAUDEN et al. (1982), BOLLE (1983), LEBBE et al. (1983), DEVOS (1984), VAN HOUTTE (1984), DE VOS (1985), VAN DE WALLE (1986), LEBBE & PEDE (1986), LEBBE & WALRAEVENS (1988), ZEUWTS et al. (1988), LEBBE et al. (1989b), LEBBE et al. (1990b), WALRAEVENS et al. (1990), BOLLE et al. (1990), ZEUWTS (1991), ANGIUS (1991), SERRA (1991), VAN HOUTTE et al. (1992), WALRAEVENS et al. (1992) en LEBBE et al. (1993b). Deze studies waren over het algemeen allemaal gericht op het uitbreiden van de kennis van de freatisch watervoerende laag gevormd in de afzettingen van het Kwartair. Het hier te behandelen hydrogeologisch onderzoek zal zich voornamelijk toespitsen op het verzamelen van gegevens van de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landenaan in het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke, waar het studiegebied deel van uitmaakt.

In dit hoofdstuk zal eerst en vooral aandacht worden besteed aan het hydrogeologisch onderzoek van het studiegebied. De eerste paragraaf vangt aan met een omschrijving van dit gebied, waarbij zowel de geografische ligging, de geologische opbouw als de geomorfologische kenmerken aan de orde komen. De volgende paragraaf geeft daarna een beknopt overzicht van de van het gebied beschikbare gegevens. Volledigheidshalve worden eerst enkele veel gebruikte hydrogeologische begrippen in het kort toegelicht. Hierna worden voor het studiegebied achtereenvolgens de volgende onderwerpen behandeld:

- de litostratigrafie van de ondergrond,
- de hydraulische eigenschappen van de doorlatende lagen,
- de grondwaterstroming in deze lagen,
- de hydrochemische kenmerken en
- de bodemwaterbalans.

Vervolgens wordt in paragraaf 2.3 het aanvullend hydrogeologisch onderzoek besproken. Het veld- en laboratoriumwerk omvatten boringen, geofysische boorgatmetingen, waterpassing,

opmaken van een litostratigrafische doorsnede, een pompproef, grondwaterstandsmetingen en analyses van grondwaterstalen. In paragraaf 2.4 wordt als slot van dit hoofdstuk een hydrogeologisch optimalisatieprobleem geformuleerd. Het onderzoek naar het oplossen van dit probleem zal in de hiernavolgende vier hoofdstukken verder worden behandeld.

2.1. OMSCHRIJVING VAN HET STUDIEGEBIED

2.1.1. GEOGRAFISCHE LIGGING

Het studiegebied (Fig. 2.1), aangegeven op het kaartblad Oostduinkerke 11/8 (schaal 1:10.000) van het Nationaal Geografisch Instituut, maakt deel uit van de Belgische kustvlakte en is gesitueerd in de provincie West-Vlaanderen, op de grensscheiding van de voormalige gemeenten Koksijde en Oostduinkerke. De noordelijke grens van dit gebied wordt gevormd door de Noordzee, terwijl de grenzen in het oosten, in het zuiden en in het westen samenvallen met respectievelijk de wegen Oostduinkerke(dorp)-Oostduinkerke-Bad, Oostduinkerke(dorp)-Koksijde(dorp) en Koksijde(dorp)-Koksijde-Bad. Het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht bevindt zich centraal binnen deze begrenzing.

Het studiegebied is volledig in de duinen gelegen, die daar een breedte van 2,5 km bereiken. Het peil* van het golvende duinlandschap varieert van +30 op de Hoge Blekker tot +6,8 in de Doornpanne. Ten zuiden van het beschouwde gebied strekt het vlakke polderlandschap zich uit tot 10 à 15 km landinwaarts. De hoogte van dit landschap schommelt tussen +2 en +5 (MOORMANN, 1951a).

* Alle peilen zijn aangegeven in meters ten opzichte van het referentievlak van de Tweede Algemene Waterpassing (m T.A.W.) van het Nationaal Geografisch Instituut.

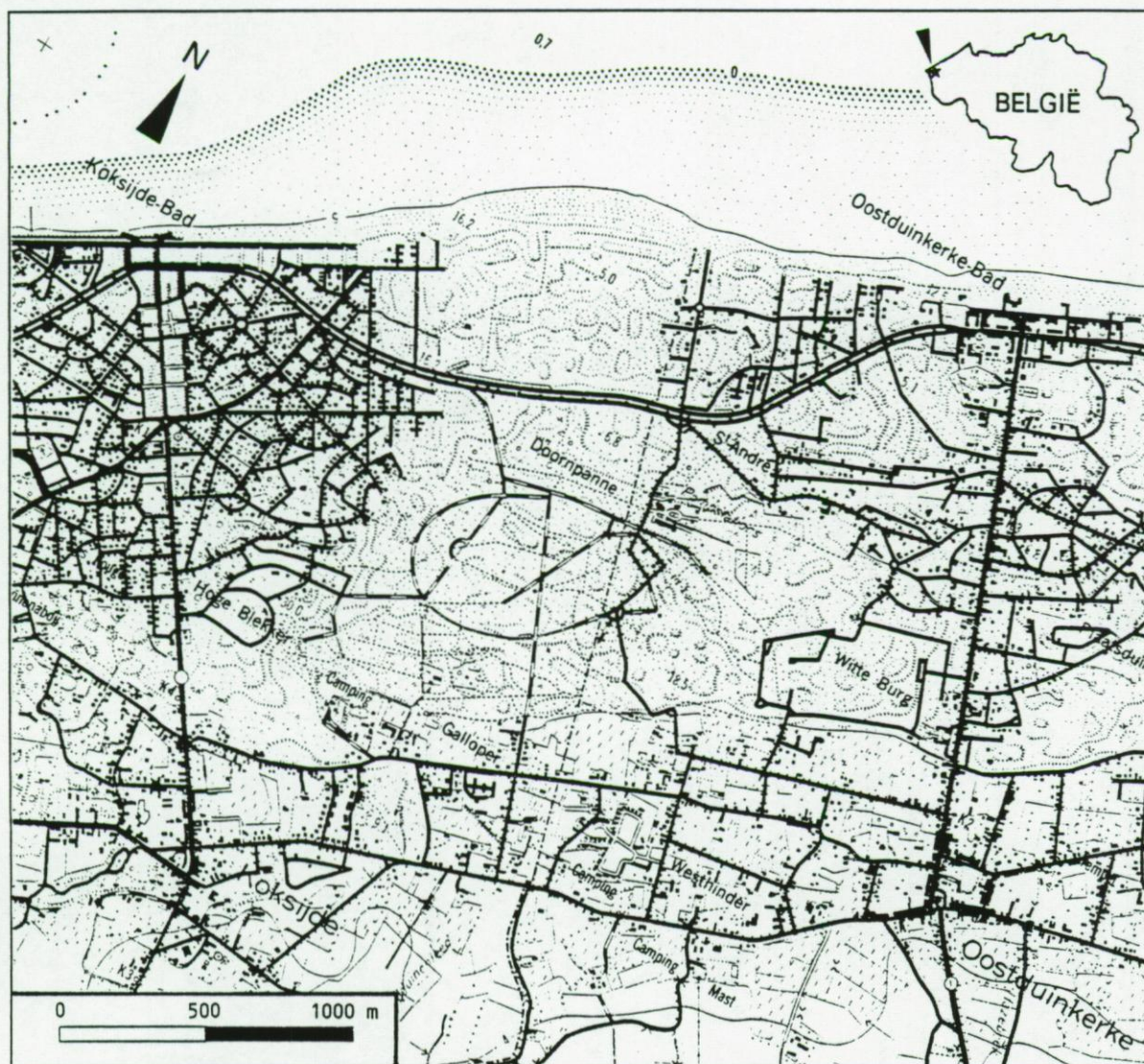


Fig. 2.1. Situering van het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke.

2.1.2. GEOLOGISCHE OPBOUW

De bespreking van de geologische opbouw zal worden beperkt tot die perioden welke belangrijk zijn voor het studiegebied alsook voor de gehele westelijke kustvlakte. Algemeen kan worden gesteld dat de paleozoïsche, de mesozoïsche en de tertiaire afzettingen vrij homogeen zijn opgebouwd binnen de grenzen van het beschouwde gebied. De kwartaire afzettingen daarentegen zijn zeer heterogeen van samenstelling.

De stratigrafische (MARECHAL & LAGA, 1988) en de hydrogeologische indeling van het studiegebied, met daarbij een overzicht van de in de tekst gebruikte benamingen en symbolen, werden opgenomen in tabel 2.1.

2.1.2.1. PALEOZOÏCUM

De Sokkel behoort tot het Massief van Brabant en bestaat grotendeels uit afzettingen van mariene oorsprong, die afgezet waren gedurende het Paleozoïcum (LEGRAND, 1968). De afzettingen waren betrokken in orogenetische bewegingen, met name de Caledonische orogenese (die plaatsvond gedurende het Ordovicium en het Siluur) en de Hercynische orogenese (aan het einde van het Paleozoïcum). Deze bewegingen hadden tot gevolg dat het complex geplooid werd en dat de oorspronkelijke losse sedimenten coherente gesteenten werden. De Sokkel is dan ook voornamelijk samengesteld uit harde gesteenten: leistenen, fylladen, kwartsieten en zandstenen.

De helling van de Sokkel verloopt in west-noordwestelijke richting. Ter hoogte van Oostduinkerke komt de Sokkel voor op ca. -258. Het bovenste gedeelte ervan kan verweerd of gespleten zijn. De afzettingen die de Sokkel bedekken vormen de deklagen; deze zijn opgebouwd uit homogene sedimenten en zijn veel dunner dan de Sokkel zelf. Dit verschil in dikte is een direkt gevolg van de sedimentaire voorwaarden waaronder deze lagen werden afgezet. Bij de Sokkel was er sprake van een orogene sedimentatie gepaard gaande met een subsidentie, terwijl de deklagen werden afgezet volgens een epicontinentale sedimentatie bij een relatief stabiel milieu (MARECHAL, 1976).

2.1.2.2. MESOZOÏCUM

Op de paleozoïsche Sokkel rusten discordant en subhorizontaal de mesozoïsche deklagen van het Krijt. De helling van de Krijtafzetting is gericht naar het noordoosten. De top wordt te Oostduinkerke aangetroffen rond een peil van -174. De dikte bedraagt er ongeveer 84 m en neemt over het algemeen toe in noordelijke richting. De sedimenten van het Krijt bestaan uit mergel en krijtlagen van Turoon en Senoon ouderdom.

2.1.2.3. TERTIAIR

Onmiddellijk boven de sedimenten van het Mesozoïcum liggen de subhorizontale deklagen van tertiaire ouderdom. Deze lagen vertonen naar het noord-noordoosten toe een zwakke helling. In het westelijk kustgebied komen enkel eocene afzettingen voor, met onderaan het Landenian en daarboven het Ieperiaan. Deze afzettingen werden betrokken in epirogeneti-

sche bewegingen waardoor ze hun oorspronkelijke subhorizontale ligging behielden en daarom nog steeds zijn opgebouwd uit losse sedimenten. Plaatselijk komen echter ook enkele verharde banken (zandsteen) voor.

2.1.2.3.1. Het Landeniaan

De oudste tertiaire afzetting, het onderste deel van het Eoceen, wordt gevormd door Landeniaansedimenten welke rusten op het Krijt. De top van deze sedimenten bevindt zich in Oostduinkerke op ca. -132 en de dikte is er ongeveer 42 m. Het Landeniaan is opgebouwd uit een mariene en een kontinentale faciës. De mariene faciës, het Onder-Landeniaan, bestaat voornamelijk uit glauconiethoudende zandige klei met zandsteen-niveaus; aan de basis treft men grint aan. Deze mariene faciës gaat naar boven toe geleidelijk aan over in een kontinentale faciës, het Boven-Landeniaan, bestaande uit zand met mergel en kleilenzes, schelpenkalksteen en soms bruinkoollaagjes.

2.1.2.3.2. Het Ieperiaan

De eocene afzetting die het Landeniaan bedekt, is een mariene afzetting waarvan het onderste deel voornamelijk uit kleiige sedimenten bestaat. Naar boven toe wordt ze steeds zandiger, tot er bovenaan nog alleen fijn zand voorkomt. In het studiegebied vindt men enkel het onderste deel van deze afzetting terug. Deze bestaat uit een grijze tot grijsblauwe stijve klei, waarvan de top ter hoogte van Oostduinkerke rond een peil van -20 gelegen is. De dikte van de Ieperiaanklei bedraagt er ongeveer 112 m. De klei werd door de kwartaire erosie aangesneden en vormt het tertiair substraat van de kwartaire afzettingen.

2.1.2.4. KWARTAIR

De afzettingen van het Kwartair, welke de deklagen bedekken, zijn bepalend voor de opbouw van de huidige bodem en het huidige reliëf. Het Kwartair wordt gekenmerkt door belangrijke klimaatsveranderingen. Overstromingen en verlandingen volgden elkaar op en waren respectievelijk gekenmerkt door afzettingen van zand-, klei-, leem- en veenlagen, afgewisseld door perioden van erosie.

2.1.2.4.1. Het Pleistoceen

Het Pleistoceen was een koude periode waarin vier belangrijke ijstijden voorkwamen, onderling gescheiden door warmere interglaciale fasen, hetgeen aanleiding gaf tot een afwisseling van insnijdings- en opvullingsfasen.

Gedurende de Saale-ijstijd vormde zich een erosie-oppervlak en werden in het tertiair substraat diepe en brede dalen uitgeschuurd, o.a. door de IJzer en enkele zijbeken. De intensieve erosie had voor gevolg dat in het kustgebied zeer weinig oudere pleistocene sedimenten bewaard zijn gebleven. Het op deze ijstijd aansluitende interglaciaal (Eemiaan) was gekenmerkt door een mariene en een fluviatiele sedimentatie. Gedurende de Eemiaantransgressie werden de diepste gedeelten van het erosielandschap opgevuld met grove zanden die *Corbicula fluminalis* en *Cardium edule* bevatten (DENYS et al., 1983).

Tijdens het Weichselglaciaal deed zich een belangrijke zeespiegelverlaging voor, waarbij zand en leem van niveo-eolische en niveo-fluviatiele oorsprong werden afgezet. Deze afzettingen komt men nog tegen op het Plateau van Izenberge.

2.1.2.4.2. Het Holocene

PREBOREAAL EN BOREAAL. Het Holocene vangt aan met een postglaciaal dat gekenmerkt wordt door een lage zeespiegelstand en door een opwarming van het milieu met als gevolg het verdwijnen van de permafrost. Dit resulteerde in een uitgebreide erosie, waardoor een groot deel van de Eemiaanafzetting werd geërodeerd. Zo werden gedurende het Preboreaale, vooral in het gebied tussen Diksmuide en Elzendamme, vele diepe doch nauwe valleien uitgeschuurd (MARECHAL, 1953). Tijdens het Boreaale werd in deze valleien het zogenaamde veen op grote diepte of basisveen gevormd.

ATLANTICUM. Gedurende het Atlanticum (8000-5000 j.B.P.) vond er een belangrijke stijging van de zeespiegel plaats die vooral werd toegeschreven aan de afsmelting van de ijskappen, maar waarschijnlijk ook werd bevorderd door lichte eustatische bewegingen. In de periode dat het gebied overstroomd was (Flandriaanse transgressie) werden de sedimenten van Calais afgezet. In deze sedimenten kan men twee faciës onderscheiden (MARECHAL, 1953): een mariene faciës die onderaan zandig en bovenaan kleiig is en een fluviatiele faciës met veel ter-

rigeen en venig materiaal, die zich beperkt tot de boreale valleien. In tegenstelling tot deze oudere opvatting die de afzetting van Calais beschouwt als één sedimentatiepakket, wordt in meer recente studies steeds gewezen op het voorkomen van verschillende fasen in het Atlanticum die gekenmerkt worden door een afwisseling van klastische en organische lagen (BAETEMAN et al., 1974; BAETEMAN, 1978; BAETEMAN & VERBRUGGEN, 1979; ZEUWTS, 1991). De tussenliggende veenlagen zouden zijn ontstaan in perioden waarin de direkte mariene invloed minder groot was (BAETEMAN & VERBRUGGEN, 1979; BAETEMAN, 1981). De afzettingsmilieus uit de tijd van het Atlanticum zijn niet overal dezelfde. In het uiterste westen (LEBBE, 1973, 1978) en langs de kust (DE BREUCK et al., 1969) komen uitsluitend zandige sedimenten voor. In het gebied ten westen van de IJzer en in de randzone van de kustvlakte is vooral een blauwgrijze klei met verschillende veenlagen aanwezig (ZEUWTS, 1991).

Op het einde van het Atlanticum vormde zich een duinengordel, welke het achterliggende waddenlandschap afsloot van de zee. De oude duinengordel Adinkerke-Ghyvelde is hier nog een overblijfsel van.

SUBBOREAAL. Door de aanwezigheid van de duinengordel nam de invloed van de zee op het achterliggende gebied aanzienlijk af. Tijdens het Subboreaale (5000-2900 j.B.P.) werd daardoor in de kustvlakte een veenlaag, het oppervlakteveen of het Hollandveen, gevormd (MOORMANN & AMERIJCKX, 1950). De veengroei begon in de periode tussen 4500 en 4800 j.B.P.; het einde trad in omstreeks 3200 j.B.P. (BAETEMAN & VERBRUGGEN, 1979). Dit veen bedekt de gehele afzetting van Calais en varieert in dikte van enkele decimeters tot enkele meters. In deze veenafzetting komen drie soorten veen voor: onderaan het rietveen (ontstaan in brakwatermilieu), daarboven het bosveen en hier en daar op het bosveen nog enkele plekken mosveen.

SUBATLANTICUM. Gedurende de laatste periode van het Holoceen, het Subatlanticum (2900 j.B.P. tot heden), werd de kustvlakte onderworpen aan verschillende perioden van transgressie, die onder meer gekenmerkt werden door mariene sedimentatie- (Duinkerken-transgressies) en verlandingsfasen.

Tijdens de Duinkerken 1-transgressie (500 j.v.C. - 100 j.n.C.) werd de oude duinengordel, die gevormd was aan het eind van het Atlanticum, ten westen van Wulpen doorbroken, met als gevolg dat het gebied aan de achterzijde overstroomd werd (AMERIJCKX, 1959). De sedimenten daterend uit deze tijd onder-

scheiden zich door een microgelaagdheid welke veroorzaakt wordt door een afwisseling van zandige en kleiige laagjes van één tot enkele millimeters dik. Aan de top van de afzettingen komt op sommige plaatsen een vegetatieniveau voor. De bovenste horizont, die een dikte van ongeveer 10 cm bereikt, is ont-kalkt, hetgeen een aanduiding is voor het optreden van de Romeinse regressie. De Duinkerken 1-sedimenten komen aan het oppervlak nergens voor, daar ze steeds worden bedekt door sedimenten van de Duinkerken 2-periode.

In de periode van de Romeinse regressie (100-268 j.n.C.) ontwikkelde zich opnieuw een duinengordel. De verlanding achter deze duinen kon worden aangetoond door de aanwezigheid van de eerder genoemde begroeiingshorizont, een veenlaagje (MOORMANN, 1951b; AMERIJKX, 1959; TAVERNIER et al., 1970) en door archeologische studies die het voorkomen van nederzettingen bevestigden (THOEN, 1978).

De Duinkerken 2-transgressie heeft een overwegende invloed gehad op het natuurlijk uitzicht van de kustvlakte. Ze breidde zich, vooral naar het zuiden toe, veel verder uit dan de voorgaande transgressie. De Duinkerken 2-transgressie kan opgedeeld worden in twee subfasen. Tijdens de eerste subfase, welke plaatsvond in de tweede helft van de 3^e eeuw n.C. (THOEN, 1978), werd de duinengordel op meerdere plaatsen doorbroken en werden diepe geulen uitgeschuurd. Er ontstonden aldus enkele doorbraakgebieden, die de oorsprong vormden voor een netwerk van krekken welke in de kustvlakte doordrongen en daar het veen erodeerden (TAVERNIER et al., 1970). In de tweede subfase vond er een sedimentatie plaats. Door de grote snelheid van het water werd op de kreekbodems voornamelijk zandig materiaal afgezet. Het hoger gelegen veenoppervlak dat slechts bij vloed onder water kwam te liggen, werd vooral bedekt met klei. Toen aan het einde van deze sedimentatiefase een verlanding van de krekken optrad, werd op de zandige sedimenten ook klei afgezet. In het doorbraakgebied tussen Oostduinkerke en Koksijde bleven echter nog enkele krekken intact; deze behielden hun hoofdzakelijk zandige ondergrond.

Naar het einde van de Duinkerken 2-transgressie toe vormde zich aan de zeezijde geleidelijk aan een strandvlakte. Hierop ontstond gedurende de Karolingische regressie (8^e-9^e eeuw n.C.) een nieuwe duinengordel (Jonge Duinen), die de kustvlakte van de zee afsloot. Het materiaal van dit jonge duinlandschap is grotendeels samengesteld uit zand van nogal wisselende samenstelling. Tengevolge van de selecterende

windwerking die zich voordoet tijdens en na een afzetting kan de korrelgrootte nogal sterk variëren. Bij sterke wind wordt namelijk de afzetting van grover materiaal substantieel bevorderd ten opzichte van wat er zich bij kalme wind afspeelt. Bovendien kunnen op plaatsen die na de afzetting nog aan wind worden blootgesteld de fijne deeltjes worden weggeblazen, zodat enkel het grover zand achterblijft. Hierdoor is het zand aan de loefzijde van de duinen gewoonlijk iets grofkorreliger dan dat aan de luwzijde en is ook de onregelmatig gelaagde opbouw (kriskrasgelaagdheid) van sommige duinen te verklaren.

Tijdens de Duinkerken 3-transgressie (11^e-12^e eeuw n.C.) werden opnieuw bressen geslagen in de duinen, namelijk nabij het IJzerestuarius ter hoogte van Nieuwpoort. Vanuit deze doorbraakgebieden ontwikkelde zich een systeem van getijdegeulen met talrijke kleine vertakkingen (TAVERNIER et al., 1970). De afzettingen in dit gebied bestaan overwegend uit klei, soms uit lichte klei. Slechts in de krekten kwam er zandig materiaal tot bezinking. De geulen werden vaak slechts gedeeltelijk opgevuld zodat ze thans nog zichtbaar zijn als kleine depressies. Door de aanleg van de Oude Zeedijk heeft de Duinkerken 3-transgressie uiteindelijk weinig invloed gehad op de westelijke kustvlakte.

De ontwatering van het landschap aan het einde van het Holoceen had tot gevolg dat de klei-op-veengronden inklonken, terwijl de zandige sedimenten juist nauwelijks of niet van hoogte veranderden. Door deze reliëfsinversie ontstonden in het gebied hoge zandige kreekkruggen en laaggelegen klei-op-veenplaten, ook wel poelgronden genoemd (AMERIJCKX, 1959). Omwille van menselijk ingrijpen vonden na de 11^e eeuw nog enkele overstromingen plaats, doch deze hadden geen belangrijk aandeel in de landschapsvorming. Ook werden sommige delen van de polders ontveend voor brandstof- en zoutwinning. De uitgeveende gebieden kwamen zo nog eens lager te liggen.

2.1.2.4.3. Opmerking

In recente studies wordt de klassieke visie die dateert van de jaren '50, namelijk die waarbij Calais en Duinkerken worden beschouwd als transgressieve fasen die gescheiden worden door een laag oppervlakteveen welk grotendeels gevormd was tijdens een regressieperiode, nogal in vraag gesteld door onder meer de volgende waarnemingen en conclusies:

- het geleidelijk voortschrijden van het oppervlakteveen

over de pleistocene afzetting kon slechts verklaard worden door een stijging van het grondwaterpeil, hetgeen weer een gevolg was van een toename van de zeespiegelstand (BAETEMAN & VERBRUGGEN, 1979);

- tijdens de Calais-transgressie kwamen meerdere verlandingsfasen voor met veengroei (BAETEMAN et al., 1974; BAETEMAN & VERBRUGGEN, 1979; ZEUWTS, 1991);
- de Atlantische sedimenten vertonen, naargelang van de plaats, grote verschillen in litologische samenstelling (MOORMANN, 1951b; BAETEMAN, 1978; PAEPE & BAETEMAN, 1979).

BAETEMAN (1981) stelde dat de litologische opbouw van de sedimenten in de kustvlakte in grote mate bepaald wordt door het heersend afzettingsmilieu en dat de aard van de klastische sedimenten sterk beïnvloed wordt door plaatselijke factoren. Met dit standpunt voor ogen kwam zij tot de conclusie dat getijdegeulen, die in hun onmiddellijke omgeving aanleiding gaven tot de vorming van een breed waddegebied, van het Atlanticum tot het Subatlanticum verantwoordelijk zijn geweest voor de landinwaartse uitbreiding van de directe mariene invloed. De getijdegeulen zouden steeds bespaard zijn gebleven van elke vorm van veengroei. Vooral de Avekapellegeul zou in die periode een belangrijke rol hebben gespeeld, omdat de IJzer langs deze geul een weg naar zee baande en daar, iets ten noorden van Veurne, uitmondde. Deze geul zou echter na 2000 j.B.P. aan betekenis hebben verloren doordat een nieuwe benedenloop, de Spermaliegeul, de IJzer een gemakkelijker uitweg naar zee bood.

In het uiterste westen van de kustvlakte en langs de kuststrook, waar bijna uitsluitend zandige sedimenten kunnen worden teruggevonden, zou zich een wadden- en zandwaddegebied hebben ontwikkeld. In het achterliggende landschap, aan de grens met het pleistoceen gebied, ontstonden omwille van het gerezen grondwaterpeil ondiepe lagunes waarin vooral klei werd afgezet.

Tijdens het Atlanticum, met name in de periode tussen 6300 en 5600 j.B.P., zou door een uitbreiding van de sedimentatiezone de directe mariene invloed zijn afgenomen. Tevens zou in diezelfde periode ook de zeespiegel minder snel zijn gestegen. Onder deze omstandigheden kon vanwege opslibbing van de lagunes veenvorming plaatsvinden. Dit zou trouwens de verklaring zijn voor de aanwezigheid van een veenlaag in de Atlantische sedimenten.

In de periode na 3300 j.B.P. zou een snelle stijging van het grondwaterpeil aanleiding hebben gegeven tot het ontstaan van een lagunair milieu. Het gevolg was dat de veenophoping vervangen werd door afzettingen van sterk organische klei. In een volgend stadium (2300-2800 j.B.P.) werd door een nieuwe invasie van de zee een wadden- en zandwaddengebied gevormd.

2.1.3. GEOMORFOLOGIE

De Belgische kuststrook, ongeveer 65 km lang, bestaat van noord naar zuid uit drie morfologische eenheden: een zandstrand, een duinzone en een polderlandschap. In de duinzone kan zeer duidelijk onderscheid gemaakt worden tussen de kuststrook ten westen en die ten oosten van het IJzerestuarius. Dit IJzerestuarius is in de kustvlakte gelegen ter hoogte van Nieuwpoort. Ten westen van het IJzerestuarius heeft de duinengordel een zeer brede en uitgebreide ontwikkeling doorgemaakt. Ook het aangrenzende strand wordt gekenmerkt door een brede uitbouw. Het duingebied ten oosten van het IJzerestuarius werd daarentegen nauwelijks ontwikkeld en is over het algemeen zeer smal. De duinzone wordt verder aan de zijde van het polderlandschap afgeboord door een hogere duinreep, die systematisch over de polders heen landinwaarts kruipt.

De duinen hebben een grote verscheidenheid aan milieutypes die gekenmerkt worden door een karakteristieke fauna en flora. Dit maakt van de duinen een biologisch zeer waardevol gebied. Aangezien voor het studiegebied slechts de duinengordel ten westen van Nieuwpoort van belang is, zal in de hiernavolgende bespreking van de geomorfologie enkel dit gedeelte van het duinlandschap verder worden uitgediept.

2.1.3.1. DE DUINEN VAN DE WESTELIJKE KUSTVLAKTE

In de duinzone van het westelijk kustgebied (Fig. 2.2) kunnen twee types worden onderscheiden: de Jonge Duinen, die het overgrote gedeelte van het duingebied uitmaken, en de Oude Duinen (de Binnenduinen van Adinkerke-Ghyvelde en het smalle tongvormig duingebied bij Nieuwpoort).

JONGE DUINEN. De duinengordel gelegen ten westen van Nieuwpoort strekt zich uit van de Frans-Belgische grens tot aan het IJzerestuarius. De duinen zijn ontstaan door opwaaiing en fixatie van zeezand op de strandvlakte.

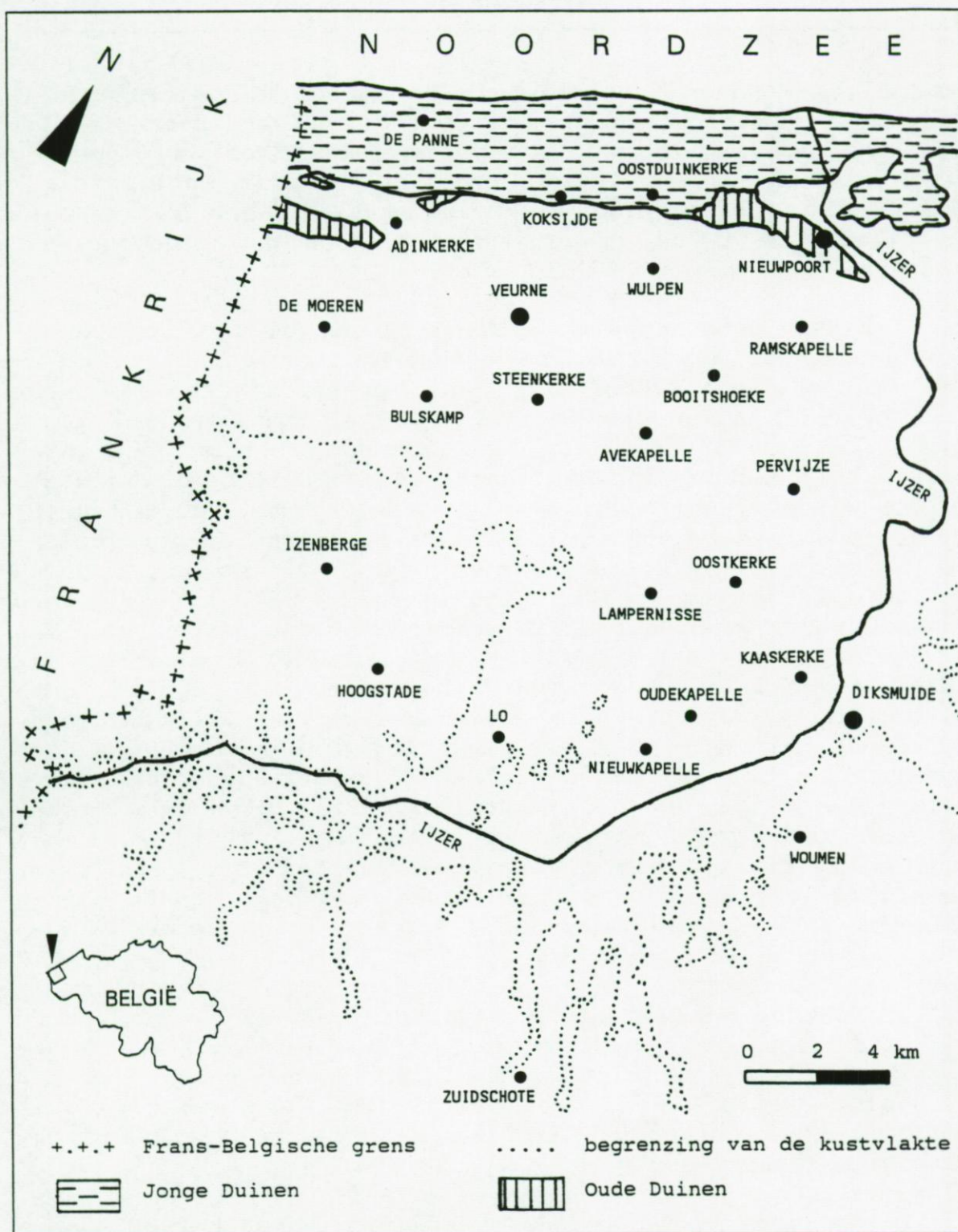


Fig. 2.2. Ligging van de duinen in de westelijke kustvlakte.

De duinstrook van de Jonge Duinen vormt een relatief brede zone van ca. 2 km. Door de jaren heen werden de duinen langzaam landinwaarts gedreven (DE CEUNYNCK, 1992), waardoor op

sommige plaatsen, bijvoorbeeld in De Panne, de duinen aan de zeezijde rusten op resten van oude duinafzettingen terwijl meer naar het land toe eerder polderafzettingen de onderlaag vormen (LEBBE, 1978). In de Jonge Duinen, die hoofdzakelijk bestaan uit grofkorrelig kalkrijk zand, is het kalkgehalte nabij het strand veel hoger dan in de aan de zijde van het polderlandschap gelegen duinafzettingen (LEBBE, 1973).

Het duinlandschap van de Jonge Duinen is over het algemeen samengesteld uit de zeereepduinen, het chaotisch duinlandschap en de paraboolduinen. De zeereepduinen vormen een betrekkelijk smalle zone (ongeveer 150 m) die parallel loopt aan het strand. Grenzend aan deze zeereep treft men het chaotisch duinlandschap aan. Dit landschap is een geheel van windgeulen, windkuilen, duinruggen (gestrekt volgens de overheersende winden), enkelvoudige kleine paraboolachtige duinvormen, uitblazingsvalleien, ketelduintjes, enz. Het chaotisch duinlandschap is het smalst (ca. 150 m) nabij de Frans-Belgische grens en wordt geleidelijk aan breder naar het oosten toe. Van Oostduinkerke tot aan de IJzermonding kan de breedte van dit duinlandschap tot ongeveer 850 m bedragen. Het grootste deel van de duinstreek wordt ingenomen door grote paraboolduinen, waarvan de kern 5 à 15 m uitsteekt boven de ertussen gelegen uitgestrekte duinvlakten en waarvan de armen honderden meters lang kunnen zijn. De paraboolduinen zijn tussen de Frans-Belgische grens en Koksijde het breedst (ca. 1750 m) en het hoogst. Plaatselijk kan dit paraboolduinlandschap vlak zijn, o.a. in de laagste delen of duinpannen. Het peil van de duinen varieert van +5 in de duinpannen, tot +30 in de hoger gelegen zones (MOORMANN, 1951a).

OUDE DUINEN. De Oude Duinen van Adinkerke-Ghyvelde, die tot in Frankrijk doorlopen, beslaan een strook van ongeveer 8 km lengte en 750 m breedte. Deze duinstrook loopt evenwijdig aan de huidige kustlijn en is een overblijfsel van een oude duinengordel die zich aan het eind van het Atlanticum had ontwikkeld. De maximale hoogte bedraagt ca. 7 m.

In de omgeving van het IJzerestuarius wordt het duinlandschap gesplitst in twee afzonderlijke gebieden:

- een zone van Jonge Duinen langs de kust naar de IJzer toe en
- een smalle tongvormige duinstreek in de richting naar Nieuwpoort.

Het tongvormig duingebied van ongeveer 4 km lang behoort tot de Oude Duinen (DE CEUNYNCK, 1992).

De Oude Duinen bestaan in tegenstelling met de Jonge Duinen tot op grote diepte quasi volledig uit ontkalkte zanden, die tevens iets fijner zijn van textuur (MOORMANN & T'JONCK, 1960). De westelijke helft van de Binnenduinen tussen de Frans-Belgische grens en Adinkerke is eigendom van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht, die het gebied voor waterwinning exploiteert.

2.1.3.2. HET ZANDSTRAND VAN DE WESTELIJKE KUSTVLAKTE

Het ten opzichte van Nieuwpoort westelijk gelegen zandstrand, tussen de Jonge Duinen en de open zee, is naar de zee toe licht hellend en kan worden ingedeeld in een nat en een droog strand. Het nat strand is dat gedeelte dat gelegen is tussen de hoog- en laagwaterlijn, terwijl het droge strand dat gedeelte is dat zich uitstrekt tussen de hoogwaterlijn en de duinvoet. De zone van het droog strand wordt gekenmerkt door een sterke invloed van de wind.

2.2. BESCHIKBARE GEGEVENS

2.2.1. HYDROGEOLOGISCHE BEGRIPPEN

De belangrijkste hydrogeologische begrippen die in het verdere verloop van de tekst veelvuldig zullen gebruikt worden, zullen in deze paragraaf in het kort worden toegelicht.

2.2.1.1. WET VAN DARCY

De wet van Darcy gaf aanvankelijk een mathematische omschrijving voor de stroomsnelheid in een homogeen isotroop poreus medium. Aangenomen wordt dat de stroomsnelheid recht evenredig is met het stijghoogteverschil tussen twee punten en omgekeerd evenredig met de afstand tussen die punten (TODD, 1980). De symbolische voorstelling is als volgt:

$$Q/A = q = -k \cdot i \quad (2.1)$$

met Q = het debiet (L^3T^{-1}),

A = het doorstromingsoppervlak (L^2) loodrecht op de stromingsrichting,

i = dh/dl het hydraulisch verhang (dimensieloos) met dh het stijghoogteverschil (L) en dl de afstand (L),

k = de hydraulische doorlatendheid (LT^{-1}) en
 q = de stroomsnelheid (LT^{-1}).

2.2.1.2. HYDRAULISCHE PARAMETERS

2.2.1.2.1. De hydraulische doorlatendheid

De hydraulische doorlatendheid is de evenredigheidsfaktor in de wet van Darcy. Deze faktor geeft voor een gesteente of sediment het vermogen weer om vloeistof door te laten. Bij ongeconsolideerde sedimenten is de hydraulische doorlatendheid onder meer afhankelijk van de intrinsieke permeabiliteit; deze wordt doorgaans bepaald door de vorm, de grootte, de schikking en de pakking van de korrels in het medium (DE BREUCK, 1972). Naast deze parameters is ook de aard van de vloeistof een belangrijke faktor (DOMENICO, 1972; DOMENICO & SCHWARTZ, 1990). De hydraulische doorlatendheid k (LT^{-1}) kan worden uitgedrukt als:

$$k = K \cdot \frac{\rho \cdot g}{\eta} \quad (2.2)$$

waarin K de intrinsieke permeabiliteit (L^2) is, ρ de dichtheid van de vloeistof (ML^{-3}), g de zwaartekrachtsversnelling (LT^{-2}) en η de dynamische viscositeit van de vloeistof ($ML^{-1}T^{-1}$).

Een gesteente of sediment waarin de hydraulische doorlatendheid in alle richtingen gelijk is noemt men isotroop. Is een gesteente of sediment echter gelaagd, dan zal de hydraulische doorlatendheid niet in alle richtingen gelijk zijn en zal men in dat geval spreken van een anisotroop gesteente of sediment. Een laag waarvan de doorlatendheid in ieder punt dezelfde waarde heeft wordt aangeduid als een homogene laag. Is daarenboven de doorlatendheid in alle richtingen gelijk, dan kan die laag als homogeen isotroop worden omschreven. Indien echter in ieder punt van een laag de doorlatendheid verschillend is, spreekt men van een heterogene laag. Als bovendien de doorlatendheid functie is van de richting, dan is deze heterogeen anisotroop. De anisotropie A (dimensieloos) kan op twee manieren gedefinieerd worden:

$$A = k^h/k^v \quad \text{of} \quad A = \sqrt{(k^h/k^v)} \quad (2.3)$$

waarbij k^h de horizontale doorlatendheid (LT^{-1}) aanduidt en k^v de verticale doorlatendheid (LT^{-1}). De horizontale doorlatendheid is de hoeveelheid water die per tijdseenheid horizontaal door een vertikaal eenheidsoppervlak stroomt, onder een stijghoogteverhang dat gelijk is aan de eenheid. Het is de horizontale doorlatendheid die de horizontale stroming in een watervoerende laag bepaalt. De verticale doorlatendheid wordt gedefinieerd als de hoeveelheid water die per tijdseenheid en per oppervlakte-eenheid vertikaal door een horizontaal eenheidsoppervlak stroomt. De verticale doorlatendheid bepaalt de verticale stroming.

2.2.1.2.2. Het doorlaatvermogen

Het doorlaatvermogen of de transmissiviteit $k^h D$ ($L^2 T^{-1}$) kan worden omschreven als het produkt van de horizontale doorlatendheid (k^h) en de verzadigde dikte (D) van de watervoerende laag. Dit produkt geeft aan wat de hoeveelheid water is die per tijdseenheid onder invloed van een eenheidsgradiënt horizontaal stroomt door een verticale doorsnede van een laag met een bepaalde dikte en een eenheidsbreedte. Is een watervoerende laag in verticale richting niet homogeen, dan wordt het doorlaatvermogen bekomen door de horizontale doorlatendheid van elk afzonderlijk laagje (k_i^h) met zijn dikte (D_i) te vermenigvuldigen en de resultaten te sommeren:

$$k^h D = \sum_{i=1}^n k_i^h \cdot D_i \quad (2.4)$$

2.2.1.2.3. De hydraulische weerstand

De hydraulische weerstand (c), uitgedrukt in dimensie T , is een maat voor de verticale stroming doorheen een watervoerende laag. In een homogene laag is de hydraulische weerstand gelijk aan de verhouding tussen de verzadigde dikte van de slecht doorlatende laag en de bijbehorende verticale doorlatendheid. De hydraulische weerstand tussen de middens van twee aangrenzende lagen wordt daarentegen bepaald door de verhouding te nemen tussen de halve dikte van de bovenliggende laag en zijn verticale doorlatendheid, en die te sommeren met de verhouding tussen de halve dikte van de onderliggende laag en zijn verticale doorlatendheid. Indien voor een slecht door-

latende laag van ieder van de horizonten die deze laag uitmaken de verticale doorlatendheid is gekend, dan kan de hydraulische weerstand van de gehele laag berekend worden door de som te maken van de afzonderlijke waarden:

$$c = \sum_{i=1}^n c_i = \sum_{i=1}^n D_i / k_i^v \quad (2.5)$$

waarin c_i , D_i en k_i^v respektievelijk de hydraulische weerstand, de dikte en de verticale doorlatendheid van één van de horizonten van de slecht doorlatende laag voorstellen.

2.2.1.2.4. De berging

Elke daling of stijging van de stijghoogte in een grondwaterreservoir zal een vrijgave of opslag van een bepaalde hoeveelheid water tot gevolg hebben. De hoeveelheid water die in het grondwaterreservoir vrijgegeven of opgeslagen wordt per oppervlakte-eenheid van het beschouwde areaal en per eenheidsverandering van de stijghoogte, wordt de berging genoemd. Deze hoeveelheid water kan geleverd worden door enerzijds de drainage van water tengevolge van een daling van de watertafel en anderzijds door samendrukking van de afzettingen en in veel mindere mate ook door de uitzetting van het water onder invloed van een daling van de stijghoogte (DOMENICO, 1972; DOMENICO & SCHWARTZ, 1990). De berging wordt dan ook door twee verschillende bergingscoëfficiënten omschreven. Dat deel van de berging dat geleverd wordt door de zwaartekrachtsdrainering van het water wordt weergegeven door de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S_0) of de opbrengstcoëfficiënt. Het ander deel van de berging dat geleverd wordt door samendrukking van de watervoerende laag en door uitzetting van het water tengevolge van een stijghoogteverlaging, wordt beschreven door de elastische bergingscoëfficiënt (S) van die watervoerende laag.

De elastische bergingscoëfficiënt (dimensieloos) wordt gedefinieerd als de hoeveelheid water die opgenomen of afgegeven wordt door een bepaald volume van de watervoerende laag, gevormd door een oppervlakte-eenheid als basis en de dikte van deze laag als hoogte, bij respektievelijk een stijging of daling van de stijghoogte met een eenheid. Aan de andere kant wordt de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (dimensieloos) aangevoerd als maat voor de hoeveelheid water die opgeslagen of afgegeven wordt per oppervlakte-eenheid en bij een

daling of stijging van de watertafel met een eenheid.

De specifieke elastische berging S_A (L^{-1}) is de hoeveelheid water die door een volume-eenheid van een watervoerende laag afgegeven of opgeslagen wordt, als gevolg van respectievelijk een daling of stijging van de stijghoogte met een eenheid. De elastische bergingscoëfficiënt van een watervoerende laag met een dikte D en een specifieke elastische berging S_A kan ook als volgt worden uitgedrukt:

$$S = S_A \cdot D \quad (2.6)$$

Bestaat de watervoerende laag uit verschillende horizonten dan kan de elastische bergingscoëfficiënt worden bepaald met behulp van:

$$S = \sum_{i=1}^n S_{Ai} \cdot D_i \quad (2.7)$$

waarbij S_{Ai} en D_i respectievelijk de specifieke elastische berging en de dikte voorstellen van één van de horizonten die deel uitmaakt van de watervoerende laag.

De totale bergingscoëfficiënt (S_t) van een freatisch watervoerende laag kan bekomen worden door de som te nemen van de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S_0) en de elastische bergingscoëfficiënt ($S_A \cdot D$):

$$S_t = S_A \cdot D + S_0 \quad (2.8)$$

Meestal is de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel zoveel orden groter dan de elastische bergingscoëfficiënt, dat de eerste term van het rechterlid in bovenstaande vergelijking te verwaarlozen is.

2.2.1.3. HYDROGEOLOGISCHE LAGEN

In teoretische hydrogeologische studies kunnen bepaalde lagen van een grondwaterreservoir als ondoorlatend worden beschouwd. Zowel de horizontale als de verticale doorlatendheid van zo een laag wordt dan gelijkgesteld aan nul. Een ondoorlatende laag wordt ook wel aangeduid met de term *aquifuge* (TODD, 1980; BEAR & VERRUIJT, 1990).

Een zeer slecht doorlatende laag kenmerkt zich door een zeer lage doch meetbare doorlatendheid. Aan een dergelijke laag wordt soms ook de benaming *aquiclude* toegekend.

Een slecht doorlatende laag, ook wel een *aquitard* genoemd, wordt gedefinieerd als een laag met een kleine doch meetbare doorlatendheid. In bedoelde lagen is de grondwaterstroming hoofdzakelijk vertikaal. De verticale stroming wordt mede bepaald door de hydraulische weerstand in die laag.

De lagen met een relatief grote doorlatendheid worden over het algemeen omschreven als doorlatende lagen. De grondwaterstroming in zulke lagen is hoofdzakelijk horizontaal. Bij de evaluatie van de grondwaterstroming is een juiste kennis van de horizontale doorlatendheid van groot belang. De doorlatende lagen worden ook aangeduid als watervoerende lagen of *aquifers*. Op grond van de begrenzing van deze lagen kan men nog onderscheid maken in niet-afgesloten, afgesloten en gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen. Een niet-afgesloten of freatisch watervoerende laag is een doorlatende laag die aan de onderzijde begrensd wordt door een ondoorlatend substraat en slechts gedeeltelijk volledig met water verzadigd is. De bovenste grens van de verzadigde zone wordt gevormd door de watertafel. Deze is het meetkundig oppervlak waar de druk in het water gelijk is aan de atmosferische druk. De watertafel geeft het topografisch oppervlak afgezwakt weer en komt overeen met de basis van de capillaire zone. Waar het reliëf de watertafel snijdt vormt zich een bron. Een afgesloten watervoerende laag is een volledig verzadigde doorlatende laag die zowel van onderen als boven begrensd is door ondoorlatende lagen. Een speciaal geval van een afgesloten watervoerende laag is een artesische laag, waarbij de waterstand in een waarnemingsput met filter in deze laag boven het maaiveld uitstijgt. In tegenstelling tot de algemene opvatting komen deze lagen zeer weinig voor, aangezien praktisch geen enkele laag volledig ondoorlatend is. Wordt een volledig verzadigde doorlatende laag aan boven- en onderzijde begrensd door zeer slecht tot slecht doorlatende lagen of door één zeer slecht tot slecht doorlatende en één ondoorlatende laag, dan spreekt men van een gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag.

2.2.1.4. GRONDWATERSTROMING

Grondwaterstroming treedt op als gevolg van energiever-schillen, waarbij de stroming steeds plaatsvindt van plaatsen

met hogere naar plaatsen met lagere energie. De energie in een punt van een grondwaterreservoir is de som van de kinetische en de potentiële energie op die plaats. Vermits grondwaterstroming een zeer traag verlopend proces is, kan de kinetische term worden verwaarloosd. Bijgevolg moet bij het bepalen van de totale energie slechts de potentiële component in rekening worden gebracht en deze is afhankelijk van hoogte en druk. Wenst men dus informatie te bekomen over de grondwaterstroming in een grondwaterreservoir, dan zullen op verschillende plaatsen stijghoogtewaarnemingen moeten worden verricht. Aangezien de stijghoogte in rechtstreeks verband staat met de energie op een welbepaalde plaats, kan aan de hand van de gemeten stijghoogten de stromingsrichting van het grondwater in een watervoerende laag worden afgeleid.

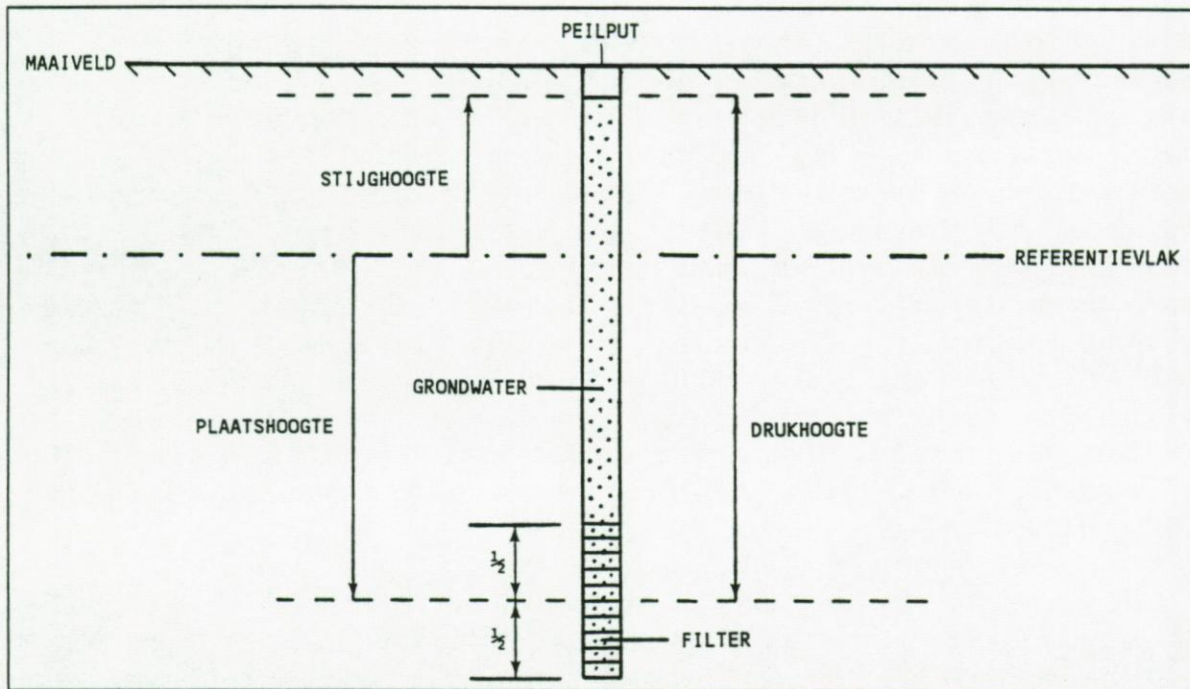


Fig. 2.3. Voorstelling van stijghoogte, plaatshoogte en drukhoogte.

De stijghoogte h (L) in een watervoerende laag wordt gedefinieerd als de energie per gewichtseenheid van de vloeistof en is gelijk aan:

$$h = z + \frac{p}{\rho \cdot g} \quad (2.9)$$

waarbij z de plaatshoogte van het beschouwde punt (L) voorstelt, p de druk ter hoogte van dit punt ($ML^{-1}T^{-2}$), ρ de dichtheid van de vloeistof (ML^{-3}) en g de zwaartekrachtsversnelling (LT^{-2}). In vergelijking (2.9) duidt de eerste term van het rechterlid, de plaatshoogte, op het peil van het midden van de filter van de waarnemingsput ten opzichte van een referentievlak (Fig. 2.3). De tweede term komt overeen met de drukhoogte en deze wordt bepaald door de lengte van de vloeistofkolom in de peilput tot op halve filterlengte. Gezien de eenvoudige dimensie waarin de stijghoogte wordt uitgedrukt is een directe bepaling op het terrein mogelijk.

De stijghoogte is afhankelijk van natuurlijke (neerslag, verdamping, begroeiing) en kunstmatige (grondwaterwinning, oppervlaktewaterbeheersing) factoren. De schommelingen van het stijghoogtepeil in functie van de tijd kunnen in drie groepen worden ingedeeld:

- meerjarige schommelingen (1^e orde) te wijten aan een opeenvolging van natte en droge jaren,
- seizoenschommelingen (2^e orde) ontstaan door opeenvolging van opvullings- en afvloeiperioden en
- onregelmatige schommelingen (3^e orde) tengevolge van korte perioden met hevige neerslag, grondwaterwinning, enz.

Onder de stijghoogteschommelingen die het gevolg zijn van natuurlijke factoren, zijn de seizoenschommelingen, te wijten aan een afwisseling van natte en droge perioden, de belangrijkste. Ze worden veroorzaakt door variaties van de infiltratie, die op zijn beurt beïnvloed wordt door de variatie in neerslaghoeveelheid en evapotranspiratie. Naast infiltratie is ook de netto-instroming van grondwater een belangrijke faktor (TODD, 1980).

Het voorkomen in een gebied van grondwater met verschillend zoutgehalte vereist bijzondere aandacht bij de vergelijking van de waargenomen stijghoogten. De hierboven beschreven vergelijking toont immers aan dat de stijghoogte in belangrijke mate wordt bepaald door de dichtheid van de vloeistof. De te verrichten correcties bestaan in een omrekening van de stijghoogte, gemeten in grondwater met een bepaald zoutgehalte, naar een overeenkomstige zoetwaterstijghoogte. Wil men dus met behulp van de veldwaarnemingen de grondwaterstroming kunnen afleiden, dan zullen eerst al de gemeten stijghoogten moeten worden omgerekend naar een zekere zoetwaterstijghoogte op de hiernavolgende wijze:

$$h_f = [(h_i - z_k) \cdot (\rho_i / \rho_f)] + z_k \quad (2.10)$$

waarin h_f de zoetwaterstijghoogte aanduidt, h_i de gemeten stijghoogte van het water met dichtheid ρ_i , z_k de plaatshoogte van de filter, ρ_i de dichtheid van het water in de stijgbuis en ρ_f de dichtheid van zoet water (1 g/cm^3). De onbekende in deze vergelijking is de dichtheid ρ_i van het grondwater. Deze kan worden afgeleid aan de hand van het totale gehalte aan opgeloste stoffen van het grondwater TDS (g/l), met behulp van de vergelijking van VAN DAM (1977):

$$\rho_{i,t} = 1000 + 0,8054 \cdot \text{TDS} - 0,0065(t - 4 + 0,2214 \cdot \text{TDS})^2 \quad (2.11)$$

met $\rho_{i,t}$ de dichtheid (kg/m^3) van het grondwater welke afhankelijk is van de temperatuur t ($^{\circ}\text{C}$). Het totale gehalte aan opgeloste stoffen kan worden afgeleid uit de chemische analyse van het grondwater of kan worden berekend op basis van de gemeten resistiviteit van het grondwater in de peilbuis (paragraaf 2.2.5.1.2).

De helling van de watertafel of die van het piëzometrisch oppervlak geeft het hydraulisch verhang aan van een grondwaterstroming. Het negatief teken in vergelijking (2.1) duidt op de richting van de waterstroming: deze geschiedt namelijk in de richting van dalende stijghoogte. Bij grondwaterstroming kan onderscheid gemaakt worden tussen permanente (tijdsafhankelijke) en niet-permanente (tijdsafhankelijke) grondwaterstroming. Permanente grondwaterstroming treedt enkel op wanneer er sprake is van een evenwicht tussen aan- en afvoer van de hoeveelheid water. De stijghoogten en de stroomsnelheid blijven hierbij onveranderd in functie van de tijd. Bij niet-permanente grondwaterstromingen wordt ook uit de berging water afgegeven en veranderen de stijghoogten en de stroomsnelheid wel in functie van de tijd. Wanneer bij een pumping de verandering van de verlaging in de loop van de tijd te klein geworden is om nog te kunnen waarnemen, kan redelijkerwijs worden aangenomen dat de stroming rondom de pompput in permanente toestand is getreden.

Door toepassing van de continuïteitswet, welke vereist dat in een elementair volume geen water geschapen of vernietigd wordt, en de wet van Darcy verkrijgt men de basisdifferentiaalvergelijking voor de niet-permanente radiale stromingen naar een pompput in een afgesloten watervoerende laag. Deze laag heeft een oneindige horizontale uitbreiding en wordt

bovendien verondersteld homogeen en isotroop te zijn. Als voorwaarde geldt dat de pompput over de gehele dikte van de laag van een filterelement moet zijn voorzien, zodat de stroming overal horizontaal geschiedt. De basisdifferentiaalvergelijking wordt gegeven door:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{kD} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} t = 0; r \geq 0; h(r;t) &= 0 \\ t \geq 0; r \rightarrow \infty; h(r;t) &= 0 \\ t > 0; r \rightarrow 0; r \frac{\partial h}{\partial r} &= -Q/(2\pi kD) \end{aligned}$$

met h = de stijghoogte (L),
 r = de radiale afstand tot de as van de pompput (L),
 t = de tijd verstreken sedert het starten van de pomp (T),
 S = de elastische bergingscoëfficiënt (dimensieloos),
 kD = het doorlaatvermogen ($L^2 T^{-1}$),
 $\partial h / \partial t$ = de partiële afgeleide van de stijghoogte h naar de tijd t (LT^{-1}) en
 Q = het opgepompte debiet (L^3).

Bij een permanente stroming is $\partial h / \partial t$ gelijk aan nul (DOMENICO, 1972; TODD, 1980; KINZELBACH, 1986; BEAR & VERRUIJT, 1990). Vergelijking (2.12) kan ook worden uitgedrukt in termen van de verlaging s (KINZELBACH, 1986; LEBBE, 1988):

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{kD} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (2.13)$$

De verlaging wordt gedefinieerd als het verschil in stijghoogte voor de aanvang van de pumping (H) en de stijghoogte waargenomen tijdens de pumping (h):

$$s = H - h \quad (2.14)$$

2.2.2. LITOLOGISCHE PROFIELEN

Aan de hand van vroegere boringen en geofysische boorgatmetingen zal de litostratigrafie en hydrogeologie van het studiegebied worden omschreven. De bespreking van de diepere

lagen is gesteund op een spoelboring van LAGA & VANDENBERGHE (1990), terwijl voor de kwartaire sedimenten vooral werd uitgegaan van de resultaten van het hydrogeologisch onderzoek van LEBBE (1973). Daarnaast werden ook uit het boorarchief (kaartblad Oostduinkerke 35E) van de Belgische Geologische Dienst en uit de infiltratiestudie van LEBBE et al. (1993b) enkele gegevens betrokken. In deze studie zullen de bestaande boorgegevens (Fig. 2.4) worden aangevuld met drie diepe boringen (paragraaf 2.3).

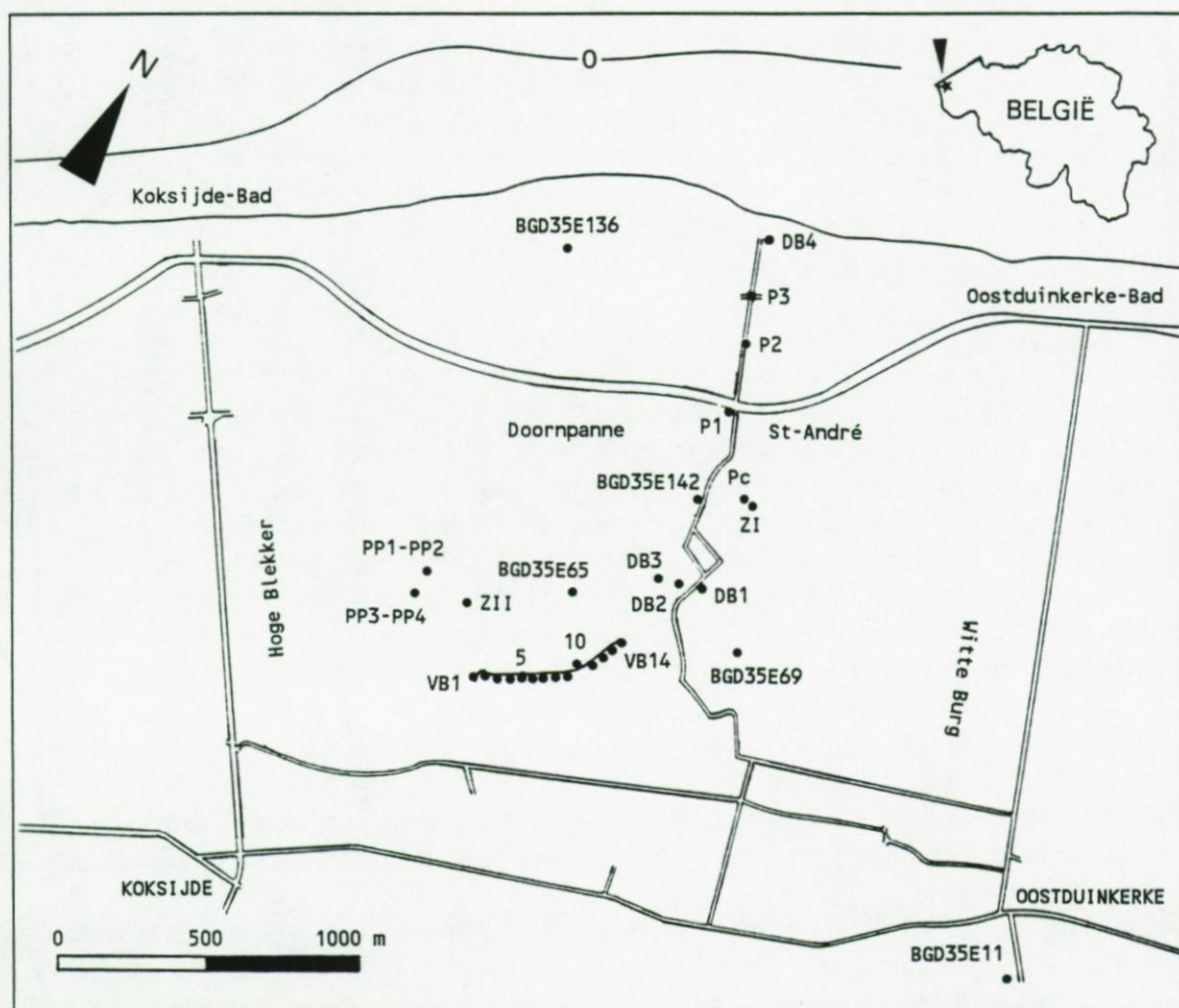


Fig. 2.4. Ligging van de bestaande boorputten in het studiegebied met aanduiding van de plaatsen van de boringen (BGD35E136, BGD35E142, BGD35E65, BGD35E69, BGD35E11, VB1 t.e.m. VB14 en DB1 t.e.m. DB4), de peilputten (PP1 t.e.m. PP4, P1 t.e.m. P3 en Pc) en de zuigputten (ZI en ZII).

Van de beschikbare gegevens uit het studiegebied kon slechts één spoelboring worden gebruikt om de litologie van de

diepere lagen af te leiden. Deze boring, geklassificeerd onder nummer BGD35E142, werd uitgevoerd in 1979 in opdracht van de Belgische Geologische Dienst (LAGA & VANDENBERGHE, 1990). De aangeboorde diepte bedraagt 270,3 m. De boorgatmetingen die werden verricht zijn: de spontane potentiaal (SP), de resistiviteit met lange normaalopstelling (RES-LN), de boorgatdiameter (CAL) en de natuurlijke gammastraling (GR). Met behulp van de boorgegevens van deze boring kon een tamelijk goede beschrijving worden gegeven van de litologische, de stratigrafische en de hydrogeologische toestand van het studiegebied (Fig. 2.5). In de figuur is op de linkerschaal het peil en op de rechterschaal de diepte ten opzichte van het maaiveld aangegeven. De boorbeschrijving is weergegeven onder vorm van een litologische kolom. Ook de stratigrafische en de hydrogeologische interpretatie van de boorgatmetingen en de boorbeschrijving worden toegelicht met respectievelijk een stratigrafische en een hydrogeologische kolom. Voor de betekenis van de gebruikte stratigrafische symbolen wordt verwezen naar tabel 2.1.

Het peil van het maaiveld ter hoogte van boorplaats BGD35E142 is +6,55. De top van de Sokkel (So) wordt aangetroffen op -257,9. De Sokkel bestaat overwegend uit grijsgroene leistenen van Siluurouderdom. De met grondwater gevulde barsten en spleten van de top van de Sokkel vormen de onderste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag. Het dieper gelegen ongespleten en ongebarsten gedeelte van de Sokkel is zeer weinig doorlatend. Tussen het doorlatend en het zeer weinig doorlatend gedeelte kan er een overgangszone bestaan die, hydrogeologisch gezien, slecht tot zeer slecht doorlatend is.

Op de Sokkel rust een 84,4 m dikke afzetting van het Krijt (Kr). Deze bestaat hoofdzakelijk uit mergel en wit krijt van Turoonouderdom en bevat over het algemeen aan de onderzijde silex. De Krijtafzetting vormt een slecht doorlatende laag.

Het Krijt wordt bedekt door eocene sedimenten. Deze komen voor tussen -173,5 en -20,5. Onderaan vindt men de Groep van Landen, bovenaan de Groep van Ieper. De litostratigrafische terminologie is gebaseerd op de voorstellen van MARECHAL & LAGA (1988). De Landen Groep omvat twee formaties (DE GEYTER, 1988), de Formatie van Hannut (L1) en de Formatie van Tienen (L2). De Formatie van Hannut (Onder-Landenian) is in het boorprofiel 25,5 m dik en bevindt zich tussen -173,5 en -148. Het bestaat uit grijsgroen zandhoudend leem tot leemhoudende klei met glauconiet.

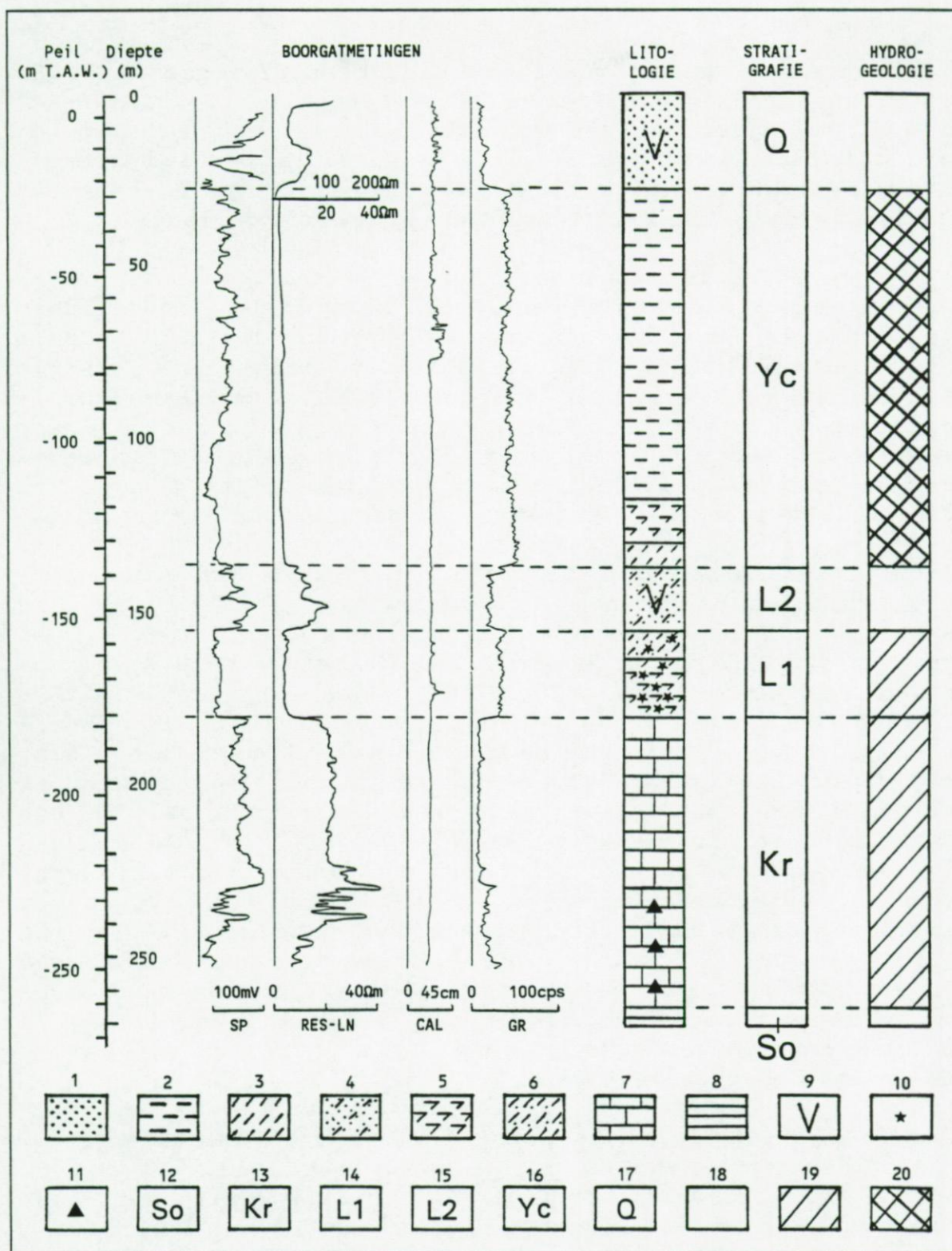


Fig. 2.5. Litologische, stratigrafische en hydrogeologische weergave van boring BGD35E142: 1. zand; 2. klei; 3. leem; 4. leemhoudend fijn zand; 5. leemhoudende klei; 6. zandhoudend leem; 7. mergelig krijt; 8. leistenen; 9. schelpen; 10. glauconiet; 11. silex; 12. Sokkel; 13. Krijt; 14. Onder-Landeniaan; 15. Boven-Landeniaan; 16. leperiaan; 17. Kwartair; 18. doorlatend; 19. slecht doorlatend; 20. zeer slecht doorlatend.

De Formatie van Hannut vormt een slecht doorlatende laag. De 16 m dikke Formatie van Tienen (Boven-Landeniaan), tussen -148 en -132, is opgebouwd uit schelphoudende afzettingen en behoort tot het Lid van Knokke. Deze formatie bestaat groten-deels uit licht tot donkergrijs leemhoudend fijn zand en vormt de bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag.

Op de Formatie van Tienen rusten, tussen -132 en -20,5, de sedimenten van de Groep van Ieper. Deze worden ingedeeld in drie formaties, namelijk van onderen naar boven (GEETS, 1988): de Formatie van Kortrijk, de Formatie van Tielt en de Formatie van Gent. De in het profiel voorkomende 111,5 m dikke Ieperiaanafzetting (Yc) behoort tot de Formatie van Kortrijk. Deze bestaat hoofdzakelijk uit grijsblauwe stijve klei. Naar onderen toe gaat ze geleidelijk over van leemhoudende klei tot leem. De Ieperiaanklei vormt een zeer slecht doorlatende laag.

De Ieperiaansedimenten worden bedekt door een schelphoudende kwartaire afzetting (Q) van ongeveer 27 m dikte. Deze afzetting, die de freatisch watervoerende laag vormt, omvat doorgaans van boven naar onderen Duinkerken- en Calais-sedimenten van Holoceneouderdom (SCHITTEKAT, 1972; LEBBE, 1973; LEBBE & DE BREUCK, 1980). Onder het duinzand, waarin humeuze horizonen voorkomen, treft men vanaf +4,5 tot -9 achtereenvolgens lemig en/of kleiig zand tot klei, fijn middelmatig zand en schelpen (*Donax* en *Cardium*) aan. Deze sedimenten behoren tot de afzetting van Duinkerken. Tussen -9 en -20 bevindt zich een grijs lemig fijn zand met daaronder een schelplaag van slecht gesorteerd materiaal. Ze vormen de afzetting van Calais. Het zeer slecht doorlatend substraat wordt gevormd door de Ieperiaanklei die gelegen is op -20,5. De litologische opbouw van het Kwartair zal hieronder verder in detail worden besproken, maar enkel voor het zuidelijk en het centraal gedeelte van de duinen en voor het strand (Fig. 2.6), aangezien slechts voor deze gedeelten gegevens voorhanden zijn.

HET ZUIDELIJK GEDEELTE. De litologie van het Kwartair in het zuidelijk gedeelte van de duinen wordt verduidelijkt aan de hand van een litologisch profiel (Fig. 2.6a). Het is west-oost gericht en loopt van boring VB1 tot en met VB14 (LEBBE, 1973). De Duinkerkenafzetting bestaat onderaan uit middelmatig zand (4,2) met enkele schelpbanken, waaronder soms nog fijn zand wordt aangeboord. Deze laag wordt meestal afgesloten door een schelpbank (4,1) en een ophoping van gerolde kleikeien. Plaatse-lijk werd op grotere diepte een grijs fijn zand (3) aangeboord dat waarschijnlijk behoort tot de afzetting van Calais.

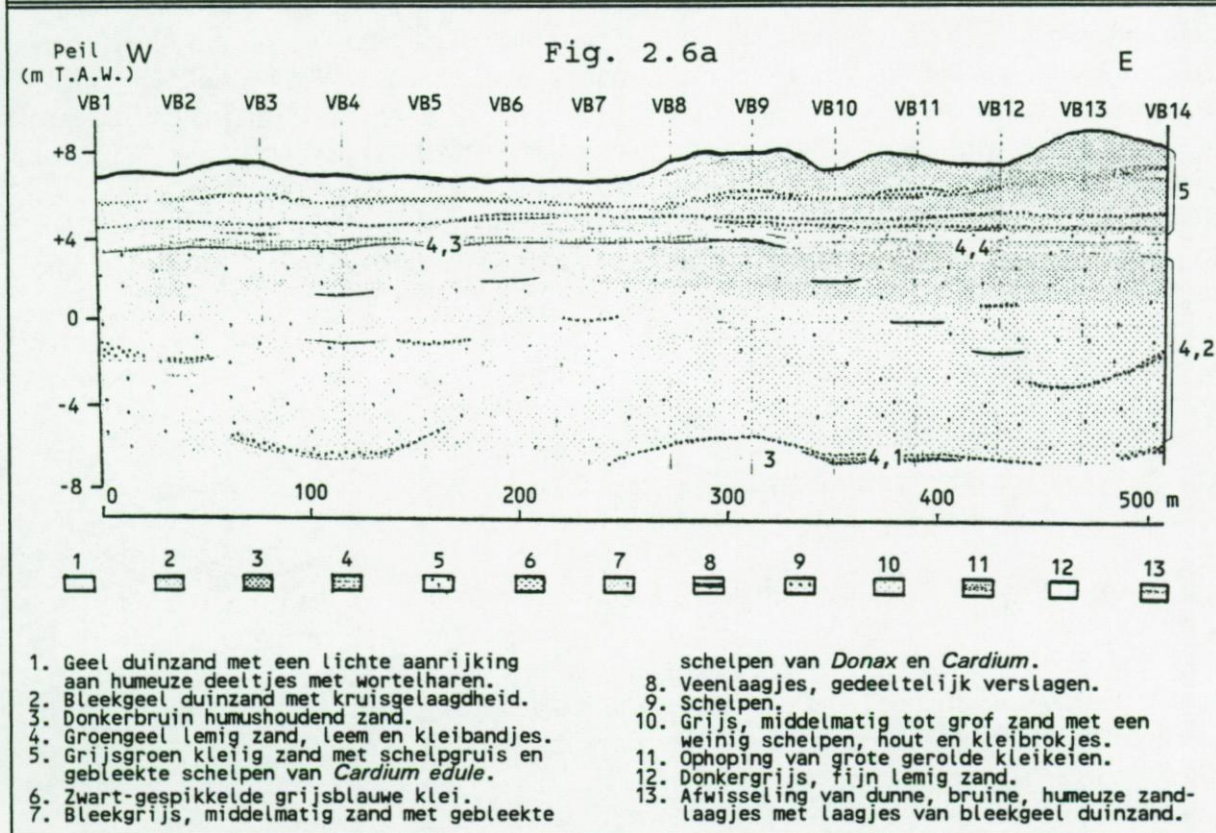
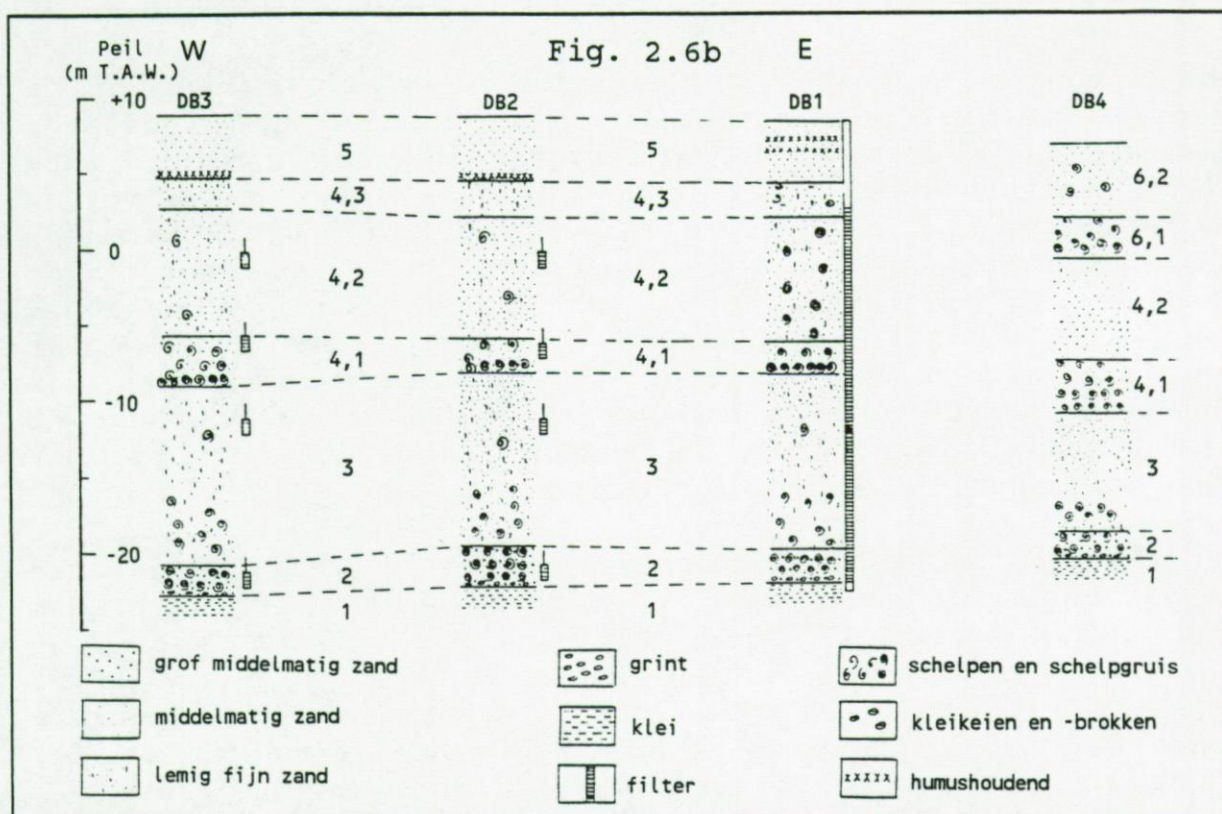


Fig. 2.6. Litologisch profiel van het Kwartair door het zuidelijk (Fig. 2.6a) en centraal gedeelte van de duinen en het strand (Fig. 2.6b) (LEBBE, 1973).

Het bovenste gedeelte van de afzetting van Duinkerken is samengesteld uit een afwisseling van zandige en zandlemige laminae, die naar onderen toe overgaan in een laag lemig zand (4,3), en in oostelijke richting geleidelijk aan dikker worden om tenslotte over te gaan in een laag kleiig zand met schelpgruis en gebleekte schelpen van *Cardium edule*. Onder deze kleiige zandlaag bevindt zich, in het verlengde van het lemig zand, een laag zwart gespikkelde klei (4,4). Deze rust op haar beurt op een zandige laag met veel gebleekte schelpen van *Donax* en *Cardium*, die in het westen verder doorloopt onder de leemhoudende zandlaag. De bedekkende laag wordt gevormd door fijn duinzand (5) met humeuze horizonten.

HET CENTRAAL GEDEELTE. Het profiel van de kwartaire sedimenten in het centraal gedeelte van de duinen verloopt van west naar oost en is opgesteld met de boringen DB3, DB2 en DB1 (Fig. 2.6b). De Ieperiaanklei (1), gelegen tussen -20,5 en -22,6, vormt een zeer slecht doorlatend substraat. Het onderste gedeelte van de kwartaire afzetting, de afzetting van Calais, is opgebouwd uit een leemhoudend fijn zand (3) dat met toenemende diepte fijner en schelprijk wordt. Daaronder wordt een schelpplaag (2) aangetroffen. Het middelste gedeelte, de afzetting van Duinkerken, bestaat uit een lemig en kleiig zand (4,3) met daaronder fijne zanden (4,2) die vervolgens overgaan in een schelpbank (4,1). Het bovenste gedeelte van de afzetting wordt vrijwel uitsluitend gevormd door duinzand (5).

HET STRAND. De kwartaire sedimenten ter hoogte van het strand worden met behulp van boorprofiel DB4 besproken (Fig. 2.6b). Aan de bovenzijde bevindt zich een laag strandzand (6,2) met aan de basis een bank met gebleekte schelpen (6,1). Hierna volgt een laag fijn zand van de afzetting van Duinkerken (4,2 en 4,1) en dieper worden dezelfde afzettingen als in de voorgaande profielen aangetroffen (3, 2 en 1).

2.2.3. HYDRAULISCHE KENMERKEN

- In het studiegebied komen drie watervoerende lagen voor:
- de onderste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag vertegenwoordigd door de top van de gespleten paleozoïsche Sokkel (So);
 - de bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag gevormd door het zandig Landeniaan (L2) van de Formatie van Tienen (Boven-Landeniaan);
 - de freatisch watervoerende laag in de zandige kwartaire

afzettingen (Q).

Deze lagen worden van elkaar gescheiden door slecht tot zeer slecht doorlatende lagen. De Ieperiaanklei (Yc) van de Formatie van Kortrijk scheidt het freatisch grondwaterreservoir van de bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag. De onderste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag wordt van deze laatste gescheiden door het Krijt (Kr) en het kleiig Landenian (L1) van de Formatie van Hannut (Onder-Landenian).

In het gebied waren, bij de aanvang van deze studie, alleen van het Kwartair hydraulische gegevens beschikbaar. In de diepere lagen onder de duinen was echter nooit eerder een pompproef uitgevoerd. In het bestek van onderhavige studie werd daarom in het Boven-Landenian een pompproef verricht. Uitvoering en interpretatie van deze pompproef zullen in paragraaf 2.3.5.3 worden besproken.

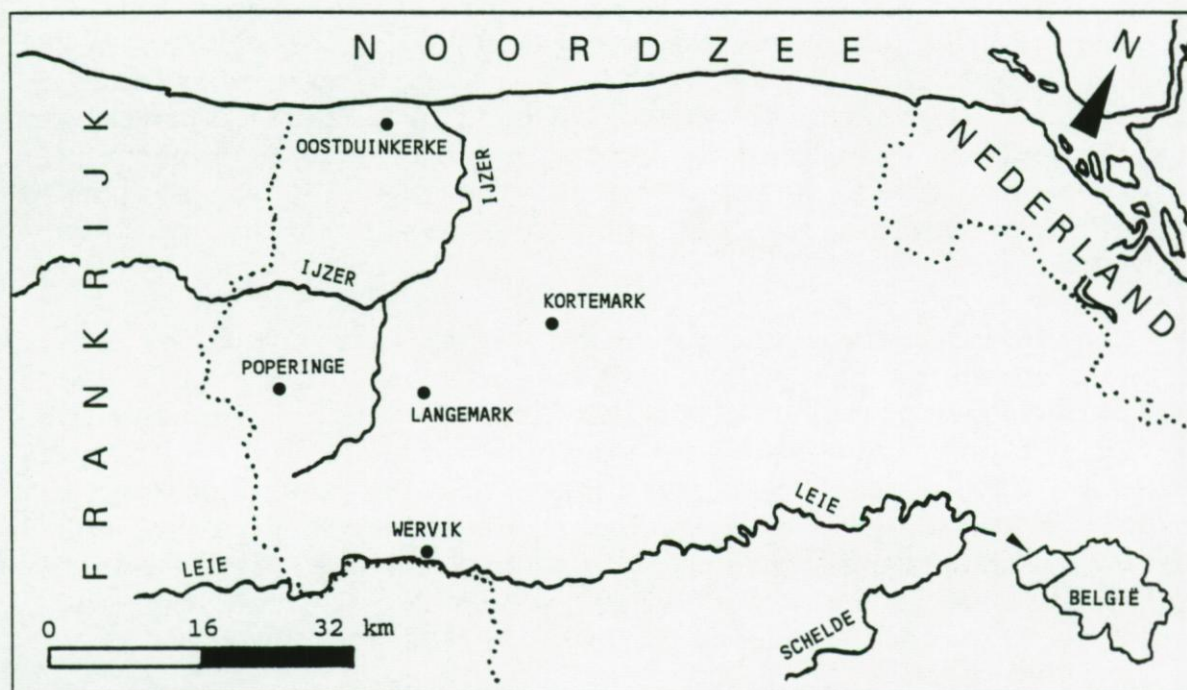


Fig. 2.7. Lokalisatie van de pompproeven.

De hydraulische eigenschappen van het freatisch grondwaterreservoir konden worden afgeleid aan de hand van de resultaten van een in het studiegebied reeds eerder uitgevoerde pompproef (LEBBE, 1973; LEBBE & DE BREUCK, 1980) en een infiltratieproef (LEBBE et al., 1993b). De bespreking van de

gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen zal echter gesteund worden op pompproeven in de Sokkel en in het Krijt te Kortemark (LEBBE et al., 1988; LEBBE, 1988) en te Wervik (LEBBE et al., 1991a) en in het zandig Landeniaan te Poperinge (LEBBE et al., 1989a) en te Langemark (DE CEUKELAIRE et al., 1991). Deze pompproeven werden geïnterpreteerd met het invers model (LEBBE, 1988). Voor de theoretische uiteenzetting van dit model wordt verwezen naar paragraaf 2.3.5.1. De situering van de in deze studie gebruikte pompproeven is aangegeven in figuur 2.7.

SOKKEL EN KRIJT. Bij de pompproef in de top van de Sokkel en in het Krijt te Kortemark en te Wervik was gebleken dat de tijd-verlagingsgrafieken, op basis van de waargenomen verlagingen in peilputten die zich bevonden op ongeveer dezelfde afstand van de pompput maar in een andere richting, volledig verschilden. Deze waarnemingen duiden aan dat de Sokkel en het Krijt lateraal anisotroop zijn. Bij de interpretatie van de pompproefgegevens werd hiermee rekening gehouden. Er werd daarbij verondersteld dat de stroming in de Sokkel en in het Krijt op dezelfde wijze gebeurt als in een homogeen anisotroop medium waar de horizontale doorlatendheid afhankelijk is van de richting. Om de berekende verlagingen te kunnen vergelijken met de waargenomen waarden werden de werkelijke afstanden tussen de pompput en de peilputten vervangen door schijnbare afstanden.

Het doorlaatvermogen van de Sokkel en het Krijt, afgeleid met behulp van de pompproef te Kortemark (LEBBE et al., 1988; LEBBE, 1988), bedraagt $26,73 \text{ m}^2/\text{d}$. Voor de elastische bergingscoëfficiënt werd een waarde gevonden van $4,16 \cdot 10^{-5}$. Te Wervik (LEBBE et al., 1991a) bedroegen de afgeleide waarden voor het doorlaatvermogen en de elastische bergingscoëfficiënt enkel voor de Sokkel, respectievelijk $70,7 \text{ m}^2/\text{d}$ en $0,63 \cdot 10^{-5}$. Voor het Krijt werd het doorlaatvermogen en de elastische bergingscoëfficiënt geschat op respectievelijk $1,02 \text{ m}^2/\text{d}$ en $1 \cdot 10^{-4}$.

Bij de pompproef te Poperinge (LEBBE et al., 1989a) werden de waarden voor het doorlaatvermogen en de elastische bergingscoëfficiënt van de Sokkel geschat op respectievelijk $30 \text{ m}^2/\text{d}$ en $2 \cdot 10^{-5}$. Voor het Krijt waren de geschatte waarden respectievelijk $0,67 \text{ m}^2/\text{d}$ en $1 \cdot 10^{-4}$.

LANDENIAAN. Ter hoogte van Langemark (DE CEUKELAIRE et al., 1991) werd voor het 28 m dikke zandig pakket van het Landeni-

aan een doorlaatvermogen berekend van $3,416 \text{ m}^2/\text{d}$. De afgeleide horizontale doorlatendheid is bijgevolg gelijk aan $0,122 \text{ m/d}$. De specifieke elastische berging bedroeg $0,98 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ en de elastische bergingscoëfficiënt $2,74 \cdot 10^{-4}$.

De pompproef te Poperinge (LEBBE et al., 1989a) gaf voor het doorlaatvermogen, de horizontale doorlatendheid, de specifieke elastische berging en de elastische bergingscoëfficiënt van het 20 m dikke zandig Landeniaan respectievelijk $2,56 \text{ m}^2/\text{d}$, $0,128 \text{ m/d}$, $0,978 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ en $2 \cdot 10^{-4}$. De hydraulische weerstand, de specifieke elastische berging en de elastische bergingscoëfficiënt van het 19 m dikke kleilig Landeniaan bedragen respectievelijk 31.304 d , $0,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ en $5,7 \cdot 10^{-5}$.

KWARTAIR. Door de heterogene samenstelling van de kwartaire afzetting is er een grote variatie mogelijk in de hydraulische eigenschappen van de litologische eenheden (Fig. 2.6). Met behulp van putten DB1, DB2 en DB3 werd een pompproef uitgevoerd (LEBBE, 1973). De tijd-verlagingscurven werden op twee manieren geïnterpreteerd (LEBBE & DE BREUCK, 1980): met de methode van BOULTON-WALTON en met de methode van HANTUSH. Voor de ca. 26 m dikke verzadigde zone van het Kwartair werd een waarde van $340 \text{ m}^2/\text{d}$ voor de transmissiviteit en $3 \cdot 10^{-3}$ voor de elastische bergingscoëfficiënt berekend. De restverlagingscurven werden geïnterpreteerd met de methode van JACOB en leverden een transmissiviteit op van $391 \text{ m}^2/\text{d}$.

Met een infiltratieproef (LEBBE et al., 1993b) werden eveneens de hydraulische parameters van de kwartaire afzetting bepaald. De stijghoogten in peilputten PP1, PP2, PP3 en PP4 (Fig. 2.4) werden geanalyseerd door middel van twee verschillende inverse modellen. Het eerste model is gebaseerd op het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk AS2D (LEBBE, 1988), het tweede is gesteund op het quasi-driedimensionaal model Q3D (TARHOUNI & LEBBE, 1992). Met deze modellen werd, voor de ongeveer 27 m dikke verzadigde kwartaire afzetting, een gemiddeld doorlaatvermogen van $295 \text{ m}^2/\text{d}$ berekend. Bijgevolg is de gemiddelde horizontale doorlatendheid gelijk aan 11 m/d . Voorts werd voor deze afzetting de specifieke elastische berging bepaald op $0,08 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$, waardoor de elastische bergingscoëfficiënt gelijk is aan $2,16 \cdot 10^{-3}$. De bergingscoëfficiënt nabij de watertafel bedraagt gemiddeld $0,03$. Uit de berekende hydraulische parameters blijkt dat het leemhoudend tot kleilig zand, gelegen op ca. +3 en +4 tussen de zandige duinsedimenten en de afzetting van Duinkerken, ter hoogte van

de plaats van uitvoering van de infiltratieproef een hydraulische weerstand hebben van ongeveer 14 d.

2.2.4. GRONDWATERBEWEGING

In deze paragraaf wordt de grondwaterbeweging in de watervoerende lagen besproken. Voor de gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen is deze gebaseerd op de studie van LEBBE et al. (1987), terwijl voor de freatisch watervoerende laag de gegevens gehaald werden uit het onderzoek van LEBBE (1973) en LEBBE & DE BREUCK (1980). In het bestek van voorliggende studie zullen de voornoemde grondwaterstromingsgegevens worden aangevuld met peilmetingen in het Boven-Landeniaan (paragraaf 2.3). Met behulp van deze metingen zal een mathematisch model worden opgesteld om de grondwaterstroming bij een waterwinning in het Boven-Landeniaan te simuleren (hoofdstuk 6).

2.2.4.1. GEDEELTELIJK AFGESLOTEN WATERVOERENDE LAGEN

De grondwaterstromingen in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen van de Sokkel en het Landeniaan zijn voor de omgeving van het studiegebied respectievelijk in figuren 2.8 en 2.9 door middel van lijnen met gelijke stijghoogte aangegeven. In figuren 2.8a en 2.9a worden de waargenomen stijghoogten (m T.A.W.) van mei 1986 weergegeven (LEBBE et al., 1987). Met behulp van het quasi-driedimensionaal model RMOQ3D (LEBBE et al., 1985) en de waargenomen stijghoogten worden vervolgens de grondwaterstromingen in de Sokkel en in het Landeniaan afgeleid (LEBBE et al., 1987). De met aangepaste debieten berekende stijghoogten (m T.A.W.) worden opgenomen in figuren 2.8b en 2.9b; de voor de natuurlijke toestand berekende stijghoogten (m T.A.W.) in figuren 2.8c en 2.9c. Met het grondwaterstromingsmodel worden tevens de verticale stromingen (mm/j) tussen de Sokkel en het Landeniaan enerzijds (Fig. 2.10a), en tussen het Landeniaan en de bovenliggende laag anderzijds (Fig. 2.10b), berekend.

Uit figuren 2.8a en 2.8b blijkt dat de grondwaterstroming in de Sokkel gericht is naar een grote afpompingsstrecther in het gebied van Roeselare. In het Landeniaan is de grondwaterstroming gericht naar drie ontwateringstrecthers (Fig. 2.9a en 2.9b): twee kleine in de omgeving van Veurne en Poperinge en een grote in de streek van Roeselare.

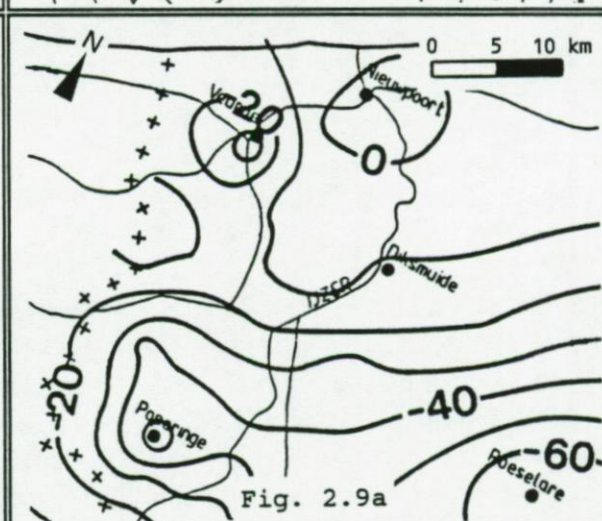
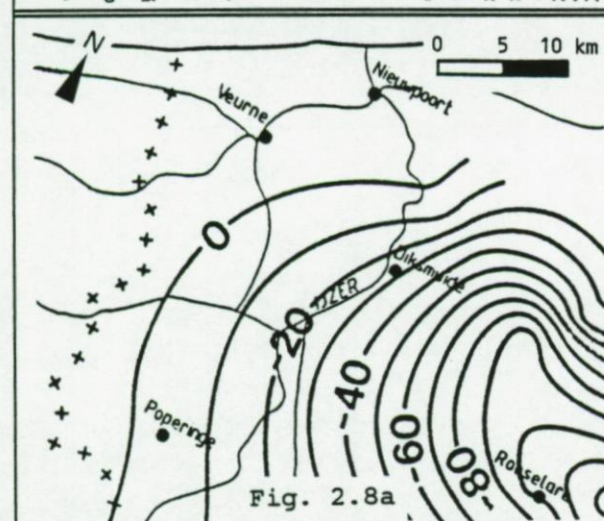
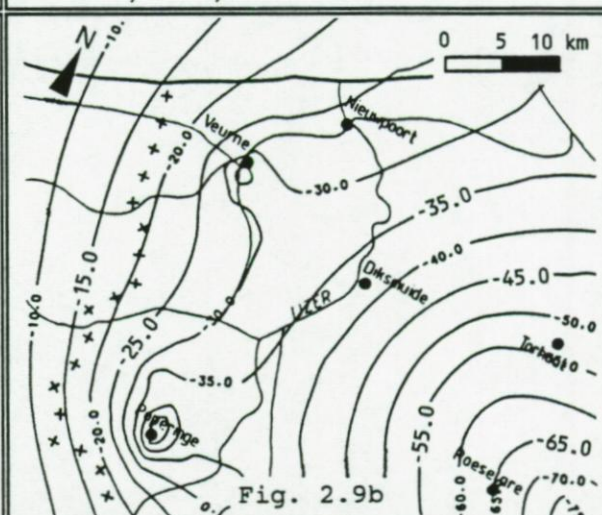
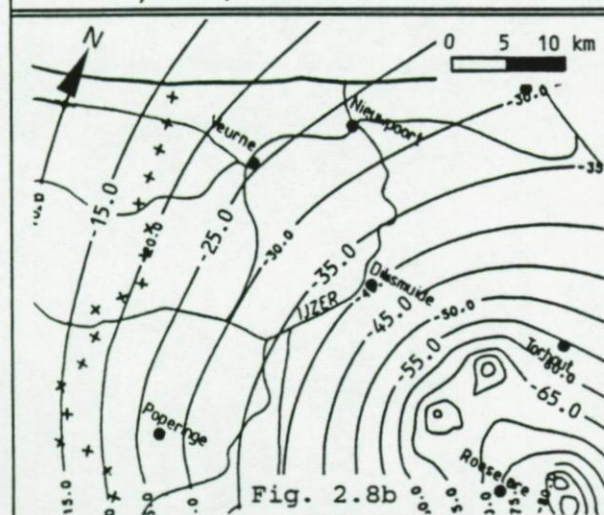
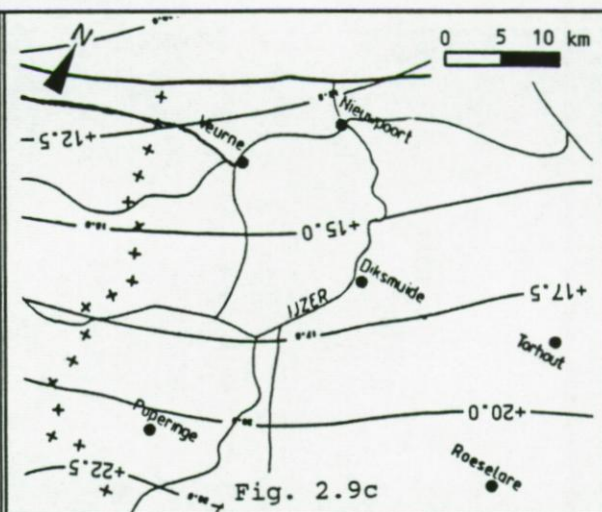
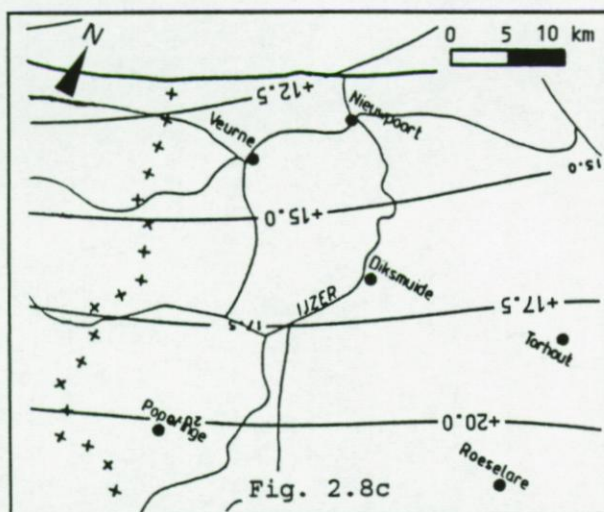


Fig. 2.8. De waargenomen stijghoogten van mei 1986 (Fig. 2.8a), de berekende stijghoogteverdeling met aangepaste debieten (Fig. 2.8b) en de berekende stijghoogten in natuurlijke toestand (Fig. 2.8c) voor de Sokkel (LEBBE et al., 1987).

Fig. 2.9. De waargenomen stijghoogten van mei 1986 (Fig. 2.9a), de berekende stijghoogteverdeling met aangepaste debieten (Fig. 2.9b) en de berekende stijghoogten in natuurlijke toestand (Fig. 2.9c) voor het Landeniaan (LEBBE et al., 1987).

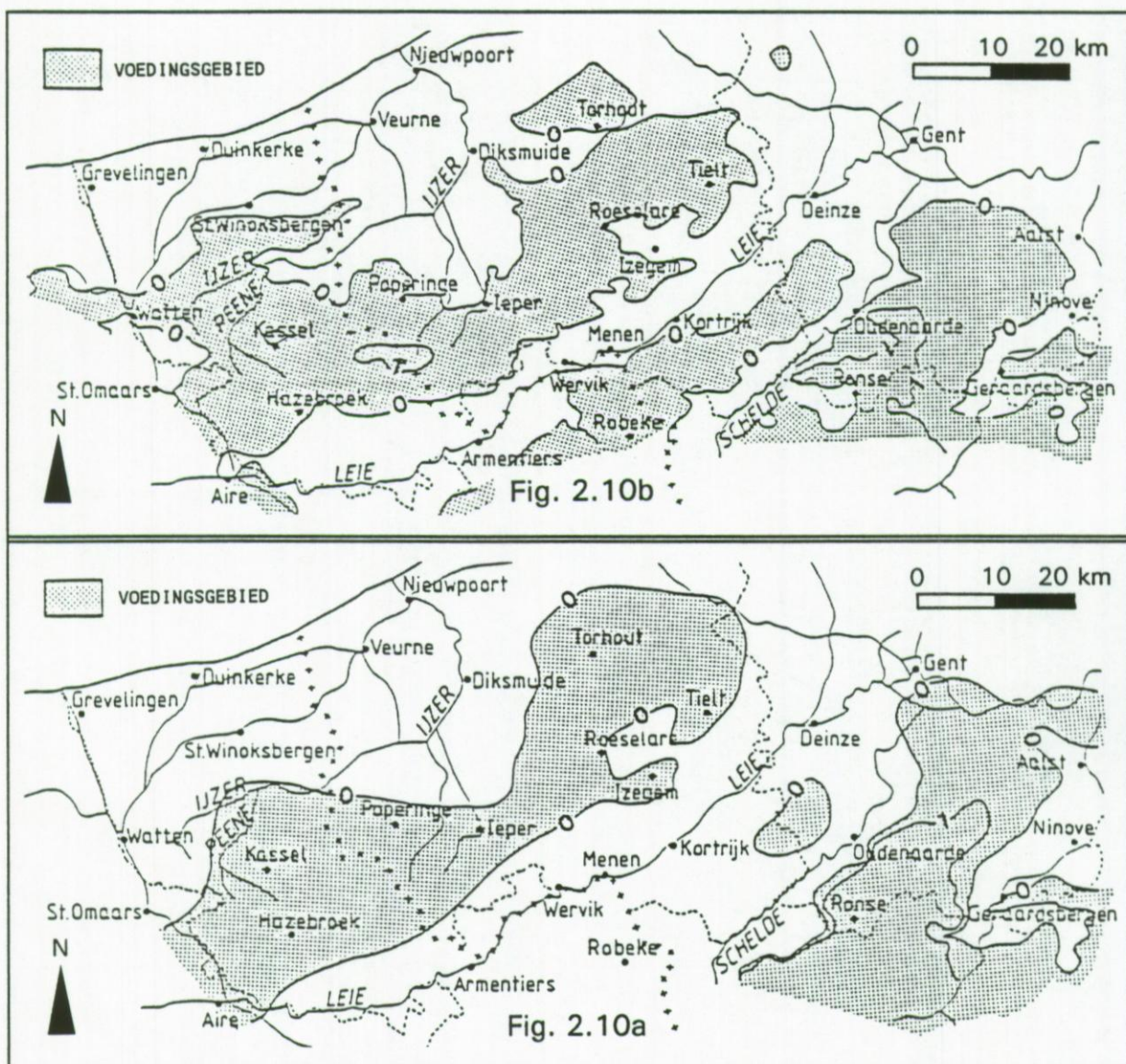


Fig. 2.10. Vertikale stroming tussen Sokkel en Landenian (Fig. 2.10a) en tussen Landenian en bovenliggende laag (Fig. 2.10b) (LEBBE et al., 1987).

In natuurlijke omstandigheden zou de stijghoogte op vele plaatsen ver boven de top van de laag en boven het maaiveld staan. De natuurlijke stijghoogten in de Sokkel (Fig. 2.8c) en in het Landenian (Fig. 2.9c) werden berekend met het eerder genoemde model. Uit de bekomen waarden kon worden afgeleid dat:

- in de Sokkel de natuurlijke grondwaterstroming vanuit het zuidoosten verloopt in westelijke en noordelijke richting (Fig. 2.8c). Nabij de kust zou de berekende natuurlijke stijghoogte iets minder dan +15 bedragen, wat wordt bevestigd door vroegere waarnemingen (LEBBE et al., 1987). Het artesisch karakter van de watervoevende laag volgt uit deze waarde.

- in het Landeniaan (Fig. 2.9c) het stromingspatroon ongeveer hetzelfde is als in de Sokkel.

De verticale grondwaterstromingen tussen de Sokkel en het Landeniaan en tussen het Landeniaan en de bovenliggende laag, met hetzelfde model berekend, worden door lijnen van gelijke snelheid (mm/j) voorgesteld (Fig. 2.10a en 2.10b). In deze figuren duiden negatieve waarden op opwaartse stromingen en positieve waarden op neerwaartse stromingen. De neerwaartse stromingen geven de voedingsgebieden aan. Uit de figuren leidt men af dat het grondwater van beide watervoerende lagen wordt aangevuld vanuit hoger gelegen gebieden en bovenliggende formaties. De voeding in de infiltratiegebieden is meestal minder dan $10 \text{ m}^3/\text{ha}/\text{j}$ (LEBBE et al., 1987); de opwaartse stroming naar het oppervlak bedraagt minder dan $2 \text{ m}^3/\text{ha}/\text{j}$.

2.2.4.2. FREATISCHE WATERVOERENDE LAAG

Met de peilmetingen in de putten DB1 tot en met DB4 (LEBBE, 1973) en in P1, P2, P3 en Pc (LEBBE & DE BREUCK, 1980) werd voor het studiegebied een mathematisch model opgesteld om de grondwaterstromingen in de freatisch watervoerende laag te kunnen simuleren. Deze grondwaterstromingen werden, bij een waterwinning van $1,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$, voor twee afzonderlijke gevallen (systeem I en systeem II) berekend. Bij de simulaties werd een modelgebied beschouwd met een lengte van 3,8 km, een breedte van 2,5 km en aldus een oppervlakte van $9,5 \text{ km}^2$ (Fig. 2.11 en 2.12). De noordwestelijke grens van dit gebied valt ongeveer samen met de hoogwaterlijn, de zuidoostelijke met de overgangszone tussen de duinen en de polders. De zuidwestelijke en de noordoostelijke grens staan beide loodrecht op de as van het duingebied en werden bij de uitvoering van het model ondoorlatend verondersteld. De hoogwaterlijn en de duin-poldergrens werden daarentegen als vaste stijghoogtegrenzen ingevoerd, met voor de hoogwaterlijn een gemiddelde stijghoogte van +4,3 en voor de duin-poldergrens een waarde van +2,5.

De in de freatisch watervoerende laag inkomende hoeveelheid water wordt bijna uitsluitend aangevoerd door infiltratie. Deze hoeveelheid kon met behulp van de meteorologische gegevens van de luchtmachtbasis te Koksijde uit de waterbalans van de onverzadigde zone worden berekend en bedraagt voor de periode 1957-1976 jaarlijks gemiddeld 272 mm (LEBBE & DE BREUCK, 1980).

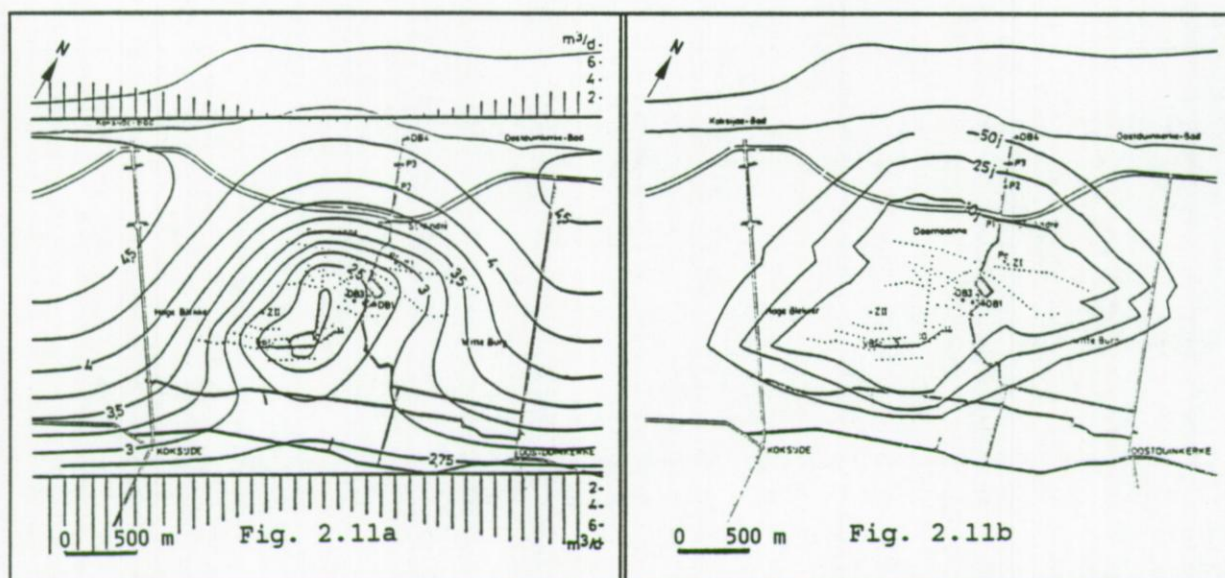


Fig. 2.11. Systeem la: de stijghoogteverdeling (Fig. 2.11a) en de 10-, 25- en 50-jaar isokronen (Fig. 2.11b) bij permanente stroming in het Kwartair. De afvoerdebieten over een lengte van 10 m aan de noordwestelijke en zuidoostelijke grens (LEBBE & DE BREUCK, 1980).

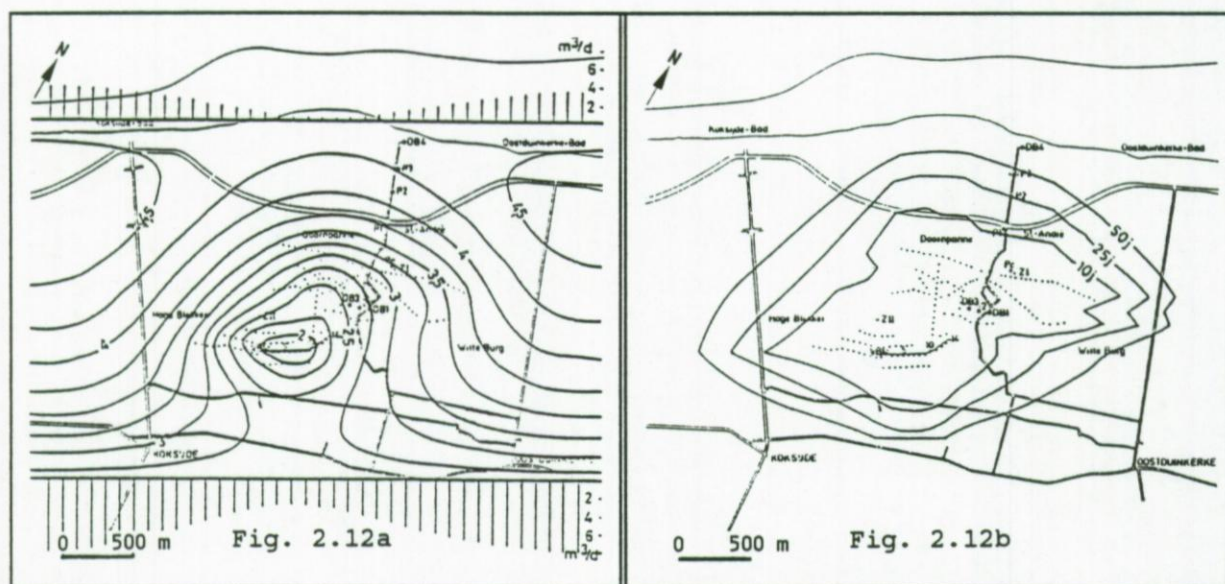


Fig. 2.12. Systeem lb: de stijghoogteverdeling (Fig. 2.12a) en de 10-, 25- en 50-jaar isokronen (Fig. 2.12b) bij permanente stroming in het Kwartair. De afvoerdebieten over een lengte van 10 m aan de noordwestelijke en zuidoostelijke grens (LEBBE & DE BREUCK, 1980).

De uitgaande hoeveelheid water anderzijds wordt afgevoerd door pumping en door stroming naar de polders en naar de zee. Om de gemiddelde grondwaterafvoer in de richting van de zee en de polders te kunnen berekenen werd een tweedimensionaal model opgesteld. Het freatisch reservoir in het modelgebied werd hierbij onderverdeeld in een eindig aantal cellen, elk opgebouwd uit een vierkante basis met een zijde van 100 m en een

hoogte gelijk aan de dikte van watervoerende laag. Van iedere cel werd vervolgens, door toepassing van de eindig-verschilmethode op de wetten van Darcy en die van de continuïteit, via een iteratief proces de stijghoogte bij permanente stroming berekend. De freatische laag met een transmissiviteit van $340 \text{ m}^2/\text{d}$ werd hierbij homogeen verondersteld. De jaarlijks opgepompte hoeveelheid water werd bepaald op $1,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Het pompen werd uitgevoerd met behulp van filterputten die aangesloten zijn op een hevelleiding. Er werd uit twee zuigputten gepompt: zuigput ZI in het noordelijk gedeelte met 100 putten en zuigput ZII in het zuidelijk gedeelte met 50 putten (Fig. 2.4).

In een eerste berekening (systeem Ia) gaat men ervan uit dat de hoeveelheid water gewonnen uit iedere zuigput evenredig is met het aantal winningsputten. Het resultaat van de berekeningen geeft een beeld van de distributie van de stijghoogten in het duingebied (Fig. 2.11a). Hieruit kan de grondwaterstroming worden afgeleid. Er werd vastgesteld dat uit het gebied ongeveer $660 \text{ m}^3/\text{d}$ zeewaarts stroomt; dat is 9,3 % van hetgeen in het gebied infiltreert en 26 % van de natuurlijke stroming vanuit het duingebied naar de zee. Op sommige plaatsen voor de waterwinning zou de stroming zelfs landinwaarts gericht zijn. Het debiet in de richting van de polders bedraagt volgens de berekeningen $2320 \text{ m}^3/\text{d}$, dit is 32,7 % van de infiltratie in het gebied en 52 % van de natuurlijke stroming vanuit de duinen naar de polders. De rest van het geïnfiltreerde water (58 %) zou naar de waterwinning stromen.

Bij een tweede berekening (systeem Ib) wordt aangenomen dat op iedere zuigput evenveel werd gepompt, d.w.z. dat op iedere put aangesloten op zuigput ZII het dubbele werd gepompt van een put aangesloten op zuigput ZI. Men verkreeg hierbij een enigszins gewijzigde stijghoogteverdeling (Fig. 2.12a): het zeewaartse debiet was groter, namelijk $771 \text{ m}^3/\text{d}$, terwijl in de richting van de polders $2209 \text{ m}^3/\text{d}$ zou stromen. In figuren 2.11b en 2.12b worden de 10-, 25- en 50-jaarisokronen voor de eerste en de tweede berekening weergegeven. De plaatsen van deze jaarisokronen werden berekend uit de stijghoogteverdeling met een porositeit van 30 %. Bij vergelijking van systeem Ia (Fig. 2.11b) met systeem Ib (Fig. 2.12b) blijkt dat de 50-jaarisokroon van de laatstgenoemde meer landinwaarts gelegen is, zodat de waterwinning volgens dat systeem de voorkeur verdient. Daardoor zou men vermijden zout water van onder het strand aan te trekken.

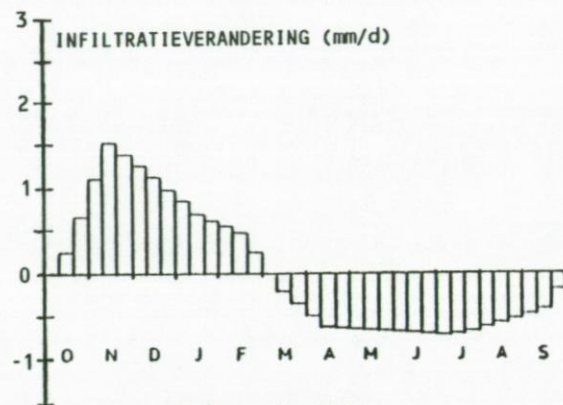


Fig. 2.13a

Verandering van de
tiendagelijkse gemiddelde
infiltratie t.o.v. de jaarlijkse
gemiddelde infiltratie

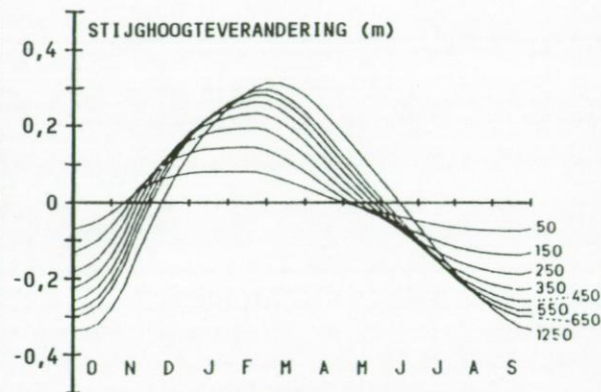


Fig. 2.13b

Karakteristieke stijghoogte-
verandering t.o.v. de
jaarlijkse gemiddelde
stijghoogte

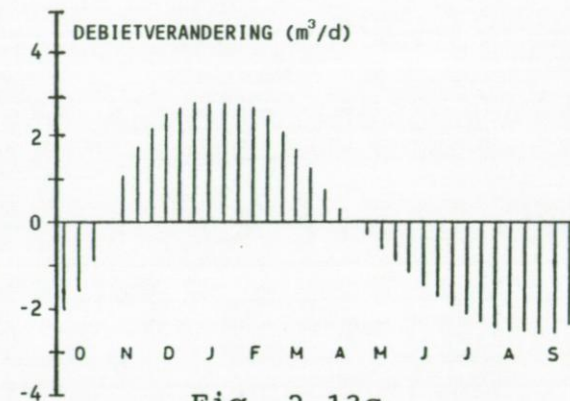


Fig. 2.13c

Verandering van het afvoerdebiet
t.o.v. de jaarlijkse gemiddelde
afvloeiing per 10 m aan de noord-
westelijke of zuidoostelijke grens

Fig. 2.13. Systeem II (LEBBE & DE BREUCK, 1980).

In een derde berekening (systeem II) wordt, uitgaande van de karakteristieke infiltratieverdeling (Fig. 2.13a) en de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (0,2), met behulp van een eendimensionaal model de stijghoogteverandering (Fig. 2.13b) voor een periode van 10 jaar afgeleid. Uit de stijghoogteverandering aan de hoogwaterlijn wordt nagegaan hoe het debiet in de richting van de zee varieert ten opzichte van het gemiddeld jaarlijkse debiet (Fig. 2.13c). Vanwege symmetrie varieert het debiet in de richting van de polders aan de duinpoldergrens op gelijkaardige wijze. Tussen de maximale infiltratie (Fig. 2.13a) en het maximaal afvloeiende debiet (Fig. 2.13c) werd een vertraging van ongeveer 2 maanden waargenomen.

Het grondwaterstromingspatroon in de freatisch watervoerende laag van het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke vertoont een gelijkenis met dat van De Panne (LEBBE, 1978).

2.2.5. HYDROCHEMISCHE KENMERKEN

De bedoeling van deze paragraaf is om met behulp van de beschikbare gegevens een inzicht te verkrijgen in de hydrochemische kenmerken van de watervoerende lagen in het studiegebied. De gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen worden besproken aan de hand van het onderzoek van WALRAEVENS et al. (1989), terwijl voor de freatisch watervoerende laag wordt uitgegaan van de studies van LEBBE (1973) en LEBBE & DE BREUCK (1980). Deze gegevens zullen worden aangevuld met de resultaten van analyses van Landeniaanwater (paragraaf 2.3.7). De grondwaters kunnen in het algemeen geklassificeerd worden volgens Stuyfzand of op basis van resistiviteit.

2.2.5.1. GRONDWATERKLASSIFIKATIE

Informatie over grondwaterkwaliteit kan ofwel verkregen worden uit de chemische analyse van grondwaterstalen ofwel uit geoëlektrische metingen, meer bepaald de resistiviteitsmetingen. Boorgatmetingen verschaffen gegevens om het totale zoutgehalte van het grondwater te schatten en aldus de verspreiding van zoet, brak en zout water in de ondergrond te bepalen. De chemische samenstelling van het grondwater geeft de concentraties van de verschillende aanwezige ionen weer. Met de kennis van deze samenstelling kan de aard van de chemische en de fysische processen die de waterkwaliteit hebben

beïnvloed en de hydrochemische evolutie van het grondwater in de loop van de opeenvolgende geologische evolutiestadia worden afgeleid.

2.2.5.1.1. Klassifikatie van grondwaters volgens Stuyfzand

STUYFZAND (1986) heeft een grondwaterklassifikatie voorgesteld waarin elk watertype wordt gekarakteriseerd door vier symbolen die ieder verwijzen naar een klassifikatie-onderdeel. Een watertype in het klassifikatiesysteem wordt vastgesteld door achtereenvolgens het hoofdtype, de hardheidscode, het type en de kationenuitwisselingscode te definiëren. Een voorbeeld hiervan is gegeven in figuur 2.14 voor een zoet, matig hard, natriumbicarbonaatwater met een (Na+K+Mg)-overschot.

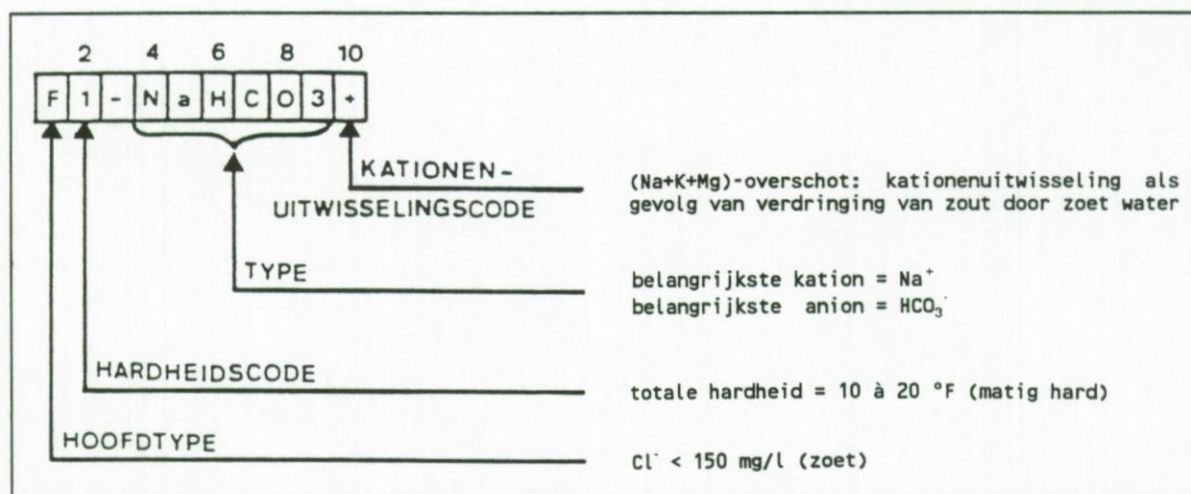


Fig. 2.14. Voorbeeld van een code voor een watertype in 10 posities (STUYFZAND, 1986).

HOOFDTYPE. Het eerste symbool in de klassifikatienaam definieert het hoofdtype. Dit wordt afgeleid uit het Cl⁻-gehalte (Tab. 2.2).

HARDHEIDSCODE. Het tweede symbool wordt afgeleid uit de totale hardheid van het water (Tab. 2.3). De totale hardheid is een maat voor het gehalte aan magnesium en calcium.

Tab. 2.2. Bepaling van het eerste symbool in de klassifikatienaam van een watertype steunend op het chloridegehalte (Cl⁻) (STUYFZAND, 1986).

HOOFDTYPE	CODE	Cl ⁻ (mg/l)
zoet	F	< 150
zoet tot brak	F _b	150 - 300
brak	B	300 - 1000
brak tot zout	B _s	1000 - 10 000
zout	S	10 000 - 20 000
hyperhalien	H	> 20 000

Tab. 2.3. Bepaling van het tweede symbool in de klassifikatienaam van een watertype steunend op de totale hardheid (TH) (STUYFZAND, 1986).

BENAMING	CODE	TH (°F)
zeer zacht	*	< 5
zacht	0	5 - 10
matig hard	1	10 - 20
hard	2	20 - 40
zeer hard	3	40 - 80
uiterst hard	4	80 - 160
uiterst hard	5	160 - 320
uiterst hard	6	320 - 640
uiterst hard	7	640 - 1280
uiterst hard	8	1280 - 2560
uiterst hard	9	> 2560

TYPE. De relatieve verdeling van kationen en anionen is zeer belangrijk voor het herkennen van processen die de waterkwaliteit beïnvloed hebben. De belangrijkste kationen- en anionengroep bepalen tot welk type het water behoort. Het derde symbool in de klassifikatienaam bestaat bijgevolg uit twee delen (Fig. 2.15): de naam van een kation en die van een anion. Voor zowel de kationen als voor de anionen wordt eerst de hydrochemische familie uitgekozen welke meer dan de helft uitmaakt van het totaal aantal kationen of anionen (in meq/l).

De verschillende families werden op de hoekpunten van de beide driehoeken voorgesteld: $(\text{Na}+\text{K})+\text{NH}_4$, $\text{Ca}+\text{Mg}$, $(\text{Al}+\text{H})+(\text{Fe}+\text{Mn})$, Cl , HCO_3+CO_3 en $\text{SO}_4+(\text{NO}_3+\text{NO}_2)$. Vervolgens wordt telkens het dominerende ion of ionenpaar (aangegeven tussen haakjes) binnen een familie aangeduid. Indien het een ionenpaar betreft dient nog te worden uitgemaakt welk van de beide ionen het hoogste gehalte vertoont. In het geval dat geen der families meer dan 50 % van de kationen of anionen levert wordt voor de kationen de familie $(\text{Na}+\text{K})+\text{NH}_4$ buiten beschouwing gelaten en wordt het type genoemd naar het sterkste kation van de belangrijkste overblijvende familie. Voor de anionen wordt de naam Mix toegekend. In dit laatste geval kan een verdere differentiatie worden doorgevoerd met de termen MIC, MIS, MIN en MICL, naar gelang respektievelijk HCO_3^- , SO_4^{2-} , NO_3^- of Cl^- de boventoon voeren.

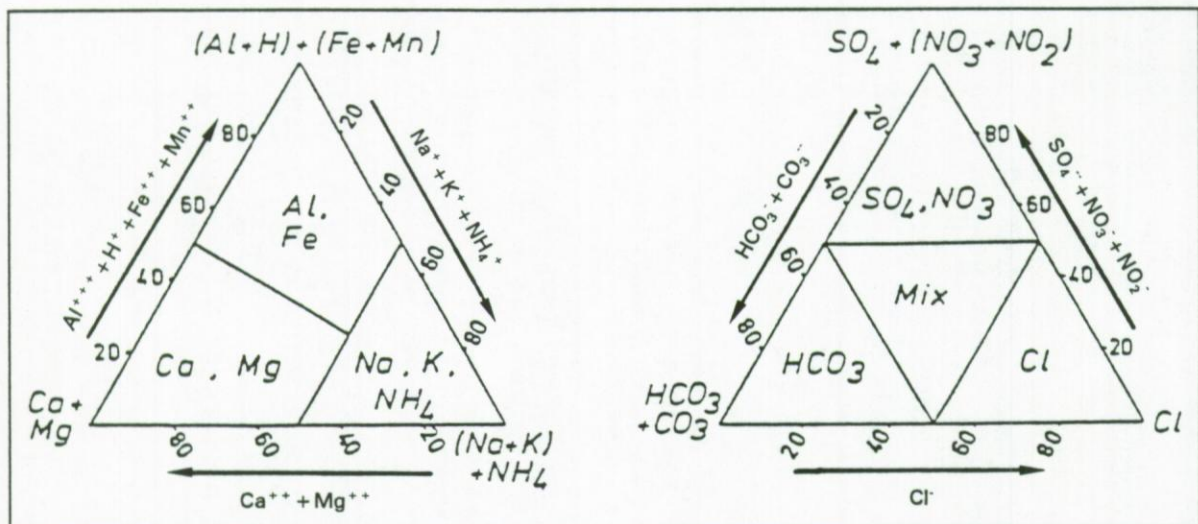


Fig. 2.15. Bepaling van een watertype op basis van de proportionele verdeling van de hoofdelementen in de som van de kationen (links) en de som van de anionen (rechts) in meq/l (STUYFZAND, 1986).

KATIONENUITWISSELINGSCODE. Het laatste symbool in de klassifikatienaam duidt aan of zich in het watertype al dan niet kationenuitwisseling heeft voorgedaan en welke de aard van deze uitwisseling is geweest. De som van Na^+ , K^+ en Mg^{++} (meq/l) wordt gekorrigeerd voor de zeewaterbijdrage, afgeleid uit het Cl^- -gehalte:

$$(\text{Na} + \text{K} + \text{Mg})_{\text{verbeterd}} = (\text{Na} + \text{K} + \text{Mg})_{\text{gemeten}} - 1,061 \cdot \text{Cl} \quad (2.15)$$

met

$$\frac{(\text{Na} + \text{K} + \text{Mg})}{\text{Cl}} = 1,061 \text{ voor gemiddeld oceaanwater.}$$

De kationenuitwisselingscode wordt toegekend volgens het teken van de parameter $(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})_{\text{verbeterd}}$, waarbij rekening wordt gehouden met een foutenmarge van $\sqrt{(\frac{1}{2}\text{Cl})}$ (Tab. 2.4). Een $(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ -tekort wijst meestal op een verdringing van zoet door zout water, waarbij de Ca-verzadigde klei $(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ uit het water opneemt en Ca afgeeft. Een $(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ -overschot wijst meestal op een verdringing van zout door zoet water, waarbij de $(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ -verzadigde klei Ca uit het water opneemt in ruil voor $(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$. Een $(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ -evenwicht wijst meestal op het niet optreden van kationenuitwisseling in het water.

Tab. 2.4. Bepaling van de kationenuitwisselingscode (STUYFZAND, 1986).

BENAMING	CODE	VOORWAARDE (meq/l)
$(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ -tekort	-	$(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})_{\text{verbeterd}} < -\sqrt{(\frac{1}{2}\text{Cl})}$
$(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ -evenwicht	0	$-\sqrt{(\frac{1}{2}\text{Cl})} \leq (\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})_{\text{verbeterd}} \leq \sqrt{(\frac{1}{2}\text{Cl})}$
$(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})$ -overschot	+	$(\text{Na}+\text{K}+\text{Mg})_{\text{verbeterd}} > \sqrt{(\frac{1}{2}\text{Cl})}$

2.2.5.1.2. Resistiviteitsklassen van grondwaters

Bij de uitvoering van geoëlektrische boorgatmetingen wordt getracht grensvlakken, te wijten aan wijzigingen in litologie of grondwaterkwaliteit, op te sporen en dit op basis van het verschil in resistiviteit van de sedimenten. De in een boorgat gemeten resistiviteiten kunnen vertaald worden naar het totale zoutgehalte (TDS) van het grondwater. De metingen van de lange normaalopstelling (LN), met de stroom- en potentiaalelectrode op een afstand van 1 m, geven de beste schatting van de gemiddelde formatieresistiviteit of de resistiviteit van het sediment in de omgeving van een boorgat. Het verband tussen de formatieresistiviteit ρ_t (Ωm), de formatiefactor F en de resistiviteit van het poriënwater ρ_w (Ωm) is voor doorlatende sedimenten vastgelegd in de wet van Archie:

$$\rho_t = F \cdot \rho_w \quad (2.16)$$

Uit vergelijking (2.16) blijkt dat de resistiviteit van het sediment in de eerste plaats bepaald wordt door de kwaliteit van het poriënwater. Er wordt aldus geen rekening gehouden met eventuele variaties in de geleidbaarheid van de sedimentkorrels en in de porositeit, daar de invloed van deze variaties klein is ten opzichte van de mogelijke variaties in het totale gehalte aan opgeloste zouten in het kustgebied (LEBBE, 1978). Het verband tussen het totale gehalte aan opgeloste zouten TDS (mg/l) en de resistiviteit van het poriënwater ρ_w (Ωm) is als volgt (LEBBE & PEDE, 1986):

$$\text{TDS} = \frac{10\,000}{\rho_w} \quad (2.17)$$

Dit verband geldt slechts wanneer de resistiviteit van het poriënwater gemeten wordt bij een temperatuur van 10 à 11 °C. Door combinatie van vergelijkingen (2.16) en (2.17) kan het verband tussen de formatieresistiviteit ρ_t (Ωm) en het totale zoutgehalte TDS (mg/l) van het grondwater worden afgeleid:

$$\rho_t = F \cdot \frac{10\,000}{\text{TDS}} \quad (2.18)$$

Deze vergelijking veronderstelt een constante formatiefactor die niet beïnvloed wordt door de kwaliteit van het poriënwater en door de matrix van de sedimenten. Ze is enkel geldig voor grofkorrelige doorlatende afzettingen. Wordt de formatiefactor echter wel beïnvloed door de samenstelling van het sediment en door de porositeit, dan wordt de beste relatie tussen de poriënwaterresistiviteit ρ_w (Ωm) en de formatieresistiviteit ρ_t (Ωm) gemeten in een boorgat, verkregen door (ZEUWTS et al., 1989; ZEUWTS, 1991):

$$\log \rho_w = -0,703 + 1,483 \cdot \log \rho_t \quad (2.19)$$

De vertaling van resistiviteitsmetingen in een boorgat naar de kwaliteit van het grondwater vereist dus eerst en vooral kennis van de formatiefactor van het sediment waarin het grondwater zich bevindt. Voor de bepaling van het zoutgehalte van het grondwater uit boorgatmetingen wordt voor een specifieke afzetting meestal een gemiddelde formatiefactor gebruikt. Wordt bijvoorbeeld een gemiddelde formatiefactor van 3,2 gebruikt, dan kan men, steunend op het onderzoek van DE MOOR & DE BREUCK (1969), negen resistiviteitsklassen op basis

van sediment en poriënwater onderscheiden (Tab. 2.5). In de tabel worden naast deze resistiviteitsklassen ook de begrenzingsgrenzen tussen de resistiviteit van het sediment, de resistiviteit van het poriënwater en het totale gehalte aan opgeloste zouten weergegeven. De daarbij horende waterkwaliteitsbeoordeling werd in deze tabel ook opgenomen.

Tab. 2.5. Resistiviteitsklassen van grondwater afgeleid met behulp van een gemiddelde formatiefactor van 3,2 (DE MOOR & DE BREUCK, 1969).

RESISTIVITEITS-KLASSEN	FORMATIE-RESISTIVITEIT ρ_t (Ωm)	PORIËNWATER-RESISTIVITEIT ρ_w (Ωm)	TOTAAL ZOUTGEHALTE TDS (mg/l)	WATER-KWALITEITS-BEOORDELING
G	> 160	> 50	< 200	ZEER ZOET
W	160 - 80	50 - 25	200 - 400	ZOET
V	80 - 40	25 - 12,5	400 - 800	MATIG ZOET
F	40 - 20	12,5 - 6,25	800 - 1600	ZWAK ZOET
A	20 - 10	6,25 - 3,13	1600 - 3200	MATIG BRAK
B	10 - 5	3,13 - 1,56	3200 - 6400	BRAK
C	5 - 2,5	1,56 - 0,78	6400 - 12 800	ZEER BRAK
S	2,5 - 1,25	0,78 - 0,39	12 800 - 25 600	MATIG ZOUT
Z	< 1,25	< 0,39	> 25 600	ZOUT

2.2.5.2. GRONDWATERKWALITEIT

De samenstelling van het grondwater en het grillige patroon waarin de verschillende kwaliteiten elkaar opvolgen is het gevolg van de geologische evolutiegeschiedenis van het gebied. Afwisselende perioden van mariene en continentale omstandigheden hebben hun invloed gehad op de huidige grondwaterkwaliteit. De grondwaterkwaliteitsverdeling in de Sokkel, het Krijt en het Landenian wordt hoofdzakelijk bepaald door het stromingspatroon in natuurlijke toestand, dus bij afwezigheid van een grondwaterwinning (WALRAEVENS et al., 1989). Deze veronderstelling is gebaseerd op het hydrochemisch onderzoek van het Ledo-Paniseliaan (WALRAEVENS, 1987; WALRAEVENS & LEBBE, 1988; WALRAEVENS, 1990).

De huidige samenstelling van het grondwater in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen is het resultaat van een evolutie die zich aan het eind van het Tertiair heeft ingezet. Toen trok de zee zich terug en waren de gedeeltelijk afgeslo-

ten watervoerende lagen in evenwicht met het marien milieu, wat enerzijds tot uiting kwam door de aanwezigheid van zout water (Na^+ als dominant kation en Cl^- als dominant anion) in de poriën en de spleten van de sedimenten en anderzijds door de adsorptie van mariene kationen (Na^+ , K^+ , Mg^{++}) aan de klei-oppervlakken. Na de terugtrekking van de zee door de lichte eustatische opwaartse beweging, begon in de hoger gelegen gebieden zoet water te infiltreren en werd er een natuurlijk grondwaterstromingspatroon ingesteld welke varieerde in de tijd. Deze afwisseling in het natuurlijk grondwaterstromingspatroon werd vooral bepaald door de wisselende hydrografie en de wisselende zeewaterstand. Bij de infiltratie van het zoet water werd het zoute poriënwater eerst verdund en later geleidelijk aan uitgewassen. Hierdoor werd het poriënwater langzamerhand steeds zoeter waardoor uiteindelijk Ca^{++} het dominerende kation en HCO_3^- het dominerende anion in het poriënwater werd, hetgeen resulteerde in een onevenwicht tussen het poriënwater en de klei-oppervlakken waaraan Na^+ , K^+ , Mg^{++} ge-adsorbeerd waren. Het gevolg hiervan was dat er een kationen-uitwisseling optrad, waarbij de volgorde waarin de kationen door de klei werden afgegeven bepaald werd door de affiniteitssequentie ($\text{Na}^+ < \text{K}^+ < \text{Mg}^{++}$). Volgens deze sequentie wordt Na^+ het zwakst door de klei vastgehouden en dus het eerst afgegeven, daarna volgt K^+ en tenslotte Mg^{++} . De mariene invloed werd vanaf de infiltratiegebieden in de richting van de grondwaterstroming geleidelijk aan verdrongen. De verzoeting trad minder snel op in de diepere lagen.

De samenstelling en verdeling van het zoet en het zout grondwater in de kwartaire afzetting is vooral te wijten aan de opeenvolging van mariene en kontinentale omstandigheden in het kustgebied (DE BREUCK & DE MOOR, 1974). Nadat de zee zich definitief had teruggetrokken waren de kwartaire sedimenten verzadigd met zout water, dat dezelfde samenstelling had als zeewater, met de dominante ionen Cl^- , Na^+ , Mg^{++} en SO_4^{--} . Als gevolg van de infiltratie van neerslagwater werd, vooral in de hoger gelegen gebieden, het zout water geleidelijk aan verdreven. Het infiltrerende zoet water dat rijk was aan calciumbicarbonaat zorgde voor een verdringing van de opgeloste mariene ionen, om vervolgens ook de aan de kleifractie ge-adsorbeerde ionen te vervangen door Ca -ionen uit het water. Naarmate meer zoet water binnendrong werd het zout water steeds verder teruggedrongen naar de diepere delen van het freatisch grondwaterreservoir. Het grensvlak tussen zoet en zout grondwater is haast nooit scherp; tengevolge van hydro-

dynamische dispersie en diffusie komt er een overgangszone van brak water voor, waarbij de concentratie aan opgeloste stoffen stijgt in de richting van zoet naar zout water.

2.2.5.2.1. De gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen

De waterkwaliteit in de Sokkel, het Krijt en het Landenian is het resultaat van een vermenging van infiltrerend zoet water met fossiel zeewater en is tevens gekoppeld aan een kationenuitwisseling. Het water in deze lagen is over het algemeen zacht (WALRAEVENS et al., 1989). Dit grondwater is bovendien rijk aan bicarbonaat- en natriumionen en arm aan calciumionen. De temperatuur van het grondwater ligt relatief hoog en varieert tussen de 15 en 18 °C. De verspreiding en de samenstelling van de verschillende grondwatertypes, geklassificeerd volgens STUYFZAND (1986), zijn voor de omgeving van het studiegebied in figuur 2.16 weergegeven. In deze figuur duiden de cirkeltjes de plaatsen van bemonstering aan.

WATERTYPES IN HET LANDENIAAN. In het Landenian kunnen ter hoogte van het studiegebied twee verschillende grondwatertypes worden teruggevonden (Fig. 2.16a):

- het B*-NaMix+ type in het noordoosten (nabij Oostduinkerke) en
 - het F_b*-NaHCO₃+ type in het zuidwesten (nabij Koksijde).
- Voor het westelijk kustgebied zijn de concentraties van de belangrijkste chemische parameters als volgt (WALRAEVENS et al., 1989):

- het chloridegehalte stijgt in oostelijke richting van 200 tot 500 mg/l;
- het natriumgehalte stijgt in oostelijke richting van 400 tot 700 mg/l;
- het kaliumgehalte is begrepen tussen 10 en 20 mg/l;
- het magnesiumgehalte ligt tussen 1 en 5 mg/l;
- het calciumgehalte is lager dan 10 mg/l;
- het water is zeer zacht met een hardheid van minder dan 5 °F;
- het bicarbonaatgehalte neemt in oostelijke richting toe van 600 tot 900 mg/l;
- het sulfaatgehalte bedraagt tussen de 150 en 300 mg/l;
- de geleidbaarheid stijgt in oostelijke richting van 1500 tot 3000 µS/cm;
- het fluoridegehalte is hoog en neemt toe in zuidwestelijke richting (5 mg/l nabij Nieuwpoort en >7 mg/l nabij De Panne);

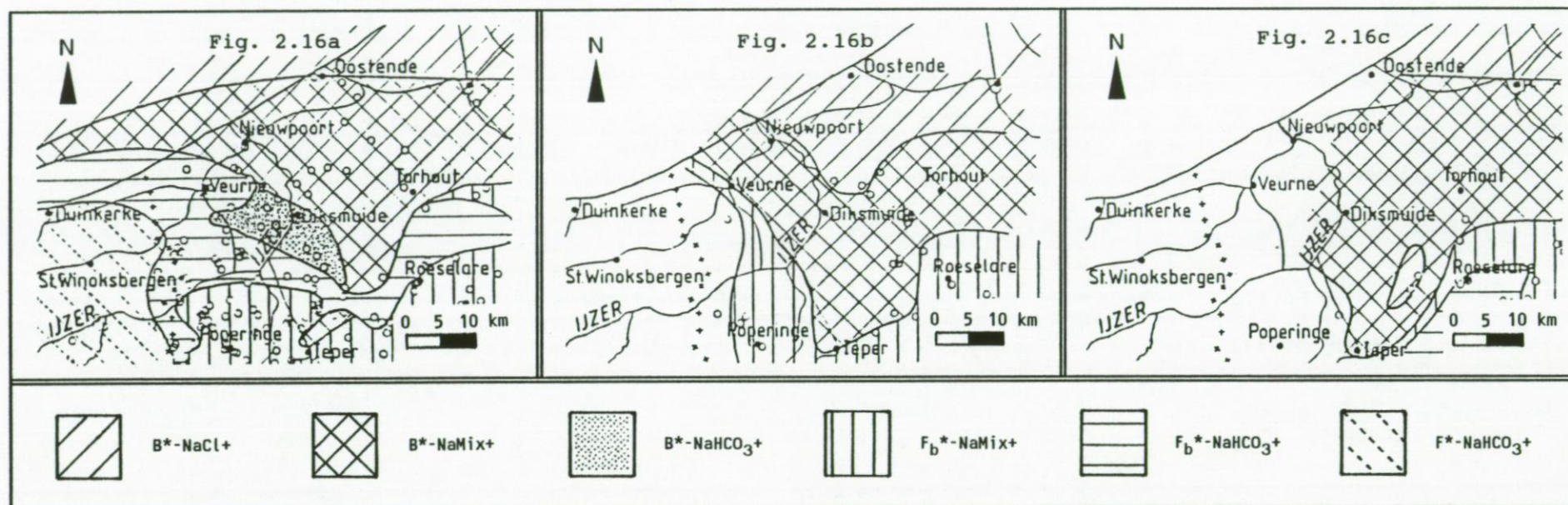


Fig. 2.16. Voorkomen van grondwatertypes, geklassificeerd volgens STUYFZAND (1986), in het Landenian (Fig. 2.16a), het Krijt (Fig. 2.16b) en de Sokkel (Fig. 2.16c) (WALRAEVENS et al., 1989).

- de zuurtegraad van het water varieert tussen 8,0 en 8,6 (alkalisch);
- het gehalte aan ijzer en stikstofverbindingen is laag;
- de kationenuitwisselingsparameter (Na+K+Mg)_{verbeterd} stijgt in oostelijke richting van 15 tot 20 meq/l.

WATERTYPES IN HET KRIJT. In het Krijt treft men ter hoogte van het studiegebied enkel het B*-NaMix+ grondwatertype aan (Fig. 2.16b). De concentraties van de belangrijkste kwaliteitsparameters voor de westelijke kustvlakte kunnen als volgt worden gekarakteriseerd (WALRAEVENS et al., 1989):

- het chloridegehalte stijgt in oostelijke richting van 200 tot 600 mg/l;
- het natriumgehalte neemt in oostelijke richting toe van 450 tot 750 mg/l;
- de kalium-, magnesium- en calciumgehalten zijn zoals in het Landeniaan;
- het water is zeer zacht (minder dan 5 °F);
- het bicarbonaatgehalte stijgt in oostelijke richting van 600 tot meer dan 900 mg/l;
- het sulfaatgehalte ligt tussen de 150 en 250 mg/l;
- de geleidbaarheid en het fluoridegehalte zijn net als in het Landeniaan hoog;
- de zuurtegraad varieert tussen 8,0 en 8,7 (alkalisch);
- het ijzergehalte fluctueert sterk;
- het gehalte aan stikstofverbindingen is laag.

WATERTYPES IN DE SOKKEL. Voor het studiegebied waren geen gegevens voorhanden om de grondwatertypes in de Sokkel te kunnen bepalen. Wel werd ten oosten van dit gebied reeds water aangetroffen van het B*-NaMix+ type (Fig. 2.16c). De concentraties van de belangrijkste parameters zijn zoals hieronder aangegeven (WALRAEVENS et al., 1989):

- het chloridegehalte stijgt in oostelijke richting van 200 tot 700 mg/l;
- het natriumgehalte stijgt eveneens in oostelijke richting en wel van 450 tot 800 mg/l;
- de kalium-, magnesium- en calciumgehalten zijn zoals in het Landeniaan;
- het water is zeer zacht en heeft een hardheidsgraad van minder dan 5 °F;
- het bicarbonaatgehalte neemt in oostelijke richting toe van 500 tot meer dan 700 mg/l;
- het sulfaatgehalte varieert in de omgeving van Veurne van 20 tot 170 mg/l;
- de geleidbaarheid bedraagt 2000 µS/cm in het zuiden

- tot meer dan 3000 $\mu\text{S}/\text{cm}$ in het noorden;
- het fluoridegehalte is hoog;
- de zuurtegraad is begrepen tussen de 8,0 en 8,8 (alkalisch);
- het gehalte aan ijzer en stikstofverbindingen is laag.

2.2.5.2.2. De freatisch watervoerende laag

Voor de bespreking van de grondwaterkwaliteit in de freatisch watervoerende laag van de kwartaire afzetting zullen de drie geomorfologische eenheden die het westelijk kustgebied uitmaken (paragraaf 2.1.3) apart worden beschouwd. Uit de verziltingskaart (DE BREUCK et al., 1974), die de diepte van het grensvlak tussen zoet en zout water in deze laag aangeeft, blijkt onder meer dat de Jonge Duinen in de westelijke kustvlakte volledig zijn opgevuld met zoet water; de zoetwaterlens reikt tot aan het Ieperiaansubstraat. Deze zoetwaterlens is ontstaan door infiltratie van het neerslagoverschot, welke het oorspronkelijk zout water in de afzettingen verdrong. Tengevolge van de hogere grondwaterstand in de Jonge Duinen is er een natuurlijke grondwaterstroming, zowel in de richting van de zee als naar de polders. De stroming naar de zee verhindert indringing van zeewater in de duinen.

Voor gegevens met betrekking tot de grondwaterkwaliteit onder het zandstrand wordt verwezen naar LEBBE (1981). Uit deze studie kon worden opgemaakt dat er ter hoogte van het strand zout water boven een zoetwatertong voorkomt.

In de smalle strook van afzettingen van de Oude Duinen van Adinkerke-Ghyvelde bevindt zich een asymmetrische zoetwaterlens op een dunne laag zout water (LEBBE & PEDE, 1986). Deze asymmetrische vorm kwam tot stand door de lagere ligging van De Moeren ten opzichte van het Overdekte Waddenlandschap. Hierdoor bestaat er een grote hydraulische gradiënt naar De Moeren toe, hetgeen een grote stroming van zowel zoet als zout water in dezelfde richting tot gevolg heeft. Aan de noordrand van De Moeren stroomt dit zout water opwaarts, wat aanleiding geeft tot de vorming van een zone met zoute kwel. Het zoet en zout water bevindt zich er in een evenwichtstoestand. In de omgeving van de Oude Duinen is de grondwaterstroming gericht naar de noordelijk gelegen polders en De Moeren.

Tab. 2.6. Resultaten van de analyses van kwartair grondwater in het studiegebied (LEBBE & DE BREUCK, 1980).

PUT	DATUM	FILTERPEIL	Na ⁺ mg/l	K ⁺ mg/l	Ca ⁺⁺ mg/l	Mg ⁺⁺ mg/l	Fe ^a mg/l	Cl ⁻ mg/l	SO ₄ ⁻⁻ mg/l	NO ₃ ⁻ mg/l	HCO ₃ ⁻ mg/l	CO ₃ ⁻⁻ mg/l	TDS ^b mg/l	TDS ^b meq/l	pH ^c	TAC ^d °F	SiO ₂ mg/l	T ^e °C	TH ^f °F	BH ^g °F	GLBH ^h µS/cm
DB1	28.01.73	+2/-20	20,0	1,50	131	4,25	7,88	38	110	0	300,1	0	614	16,58	7,75	24,6	13,6	11,0	42,0	12,78	710
DB2F1	28.01.73	-20,8/-21,8	77,5	5,40	77,5	5,50	5,86	100	24,72	0,09	287,9	0	586	16,28	7,80	23,6	24,1	11,1	23,0	12,78	685
DB3F1	28.01.73	-21,1/-22,1	145	6,00	71,3	8,00	3,02	182	22,45	0,11	309,9	0	749	27,47	7,85	25,4	25,4	11,2	22,0	2,28	993
Pc	17.12.71	+4	47,2	10,7	115	7,24	2,05	96,0	29,1	0,14	347,7	0	657	17,86	7,40	28,5	4,05	9,8	33,8	8,04	745
P1	20.12.71	?/-20	33,9	7,21	131	8,42	0,095	62,0	28,6	0,003	396,5	0	668	17,76	7,60	32,5	24,9	14,2	38,6	6,30	678
P2	21.12.71	?/-17,5	15,1	3,64	88,2	5,80	0,15	34,0	26,4	0	244,0	0	417	11,16	7,80	20,0	11,0	15,4	26,1	7,70	444
P3	21.12.71	?/-17	17,3	4,75	77,5	4,95	0,15	30,0	33,0	0	219,6	0	388	10,31	7,60	18,0	13,7	10,8	22,9	7,64	415
DB4	28.01.73	+4,8/-19	207	18,3	103	31,8	0	409	118	0,27	233,0	0	1138	35,97	7,75	19,1	7,75	11,1	44,0	25,56	1622
a. TOTAAL IJZERGEHALTE: Fe ⁺⁺ & Fe ⁺⁺⁺ .			c. ZUURTEGRAAD.										e. WATERTEMPERatuur.					g. BLIJVENDE HARDHEID.			
b. TOTAAL ZOUTGEHALTE.			d. ALKALITEIT TEGENOVER METHYLORANJE.										f. TOTALE HARDHEID.					h. GELEIDBAARHEID BIJ 18 °C.			

In de polders bepaalt het kreekruuggenpatroon, met een hoge topografische ligging en een hoofdzakelijk zandige samenstelling, de verdeling van zoet en zout water. In de regel komt onder de poelgronden op zeer geringe diepte brak of zout water voor, terwijl onder de kreekruuggen een zoetwaterlens wordt gevormd.

De kwaliteit van het grondwater in de freatisch watervoerende laag in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke (Fig. 2.4) werd door middel van resistiviteitsmetingen en chemische analyses onderzocht (LEBBE, 1973; LEBBE & DE BREUCK, 1980). De resultaten van acht wateranalyses zijn opgenomen in tabel 2.6. Vastgesteld werd dat de watervoerende laag volledig is opgevuld met zoet water van het Stuyfzand-type F2- CaHCO_3O . Het gaat hier om een zoet, hard, calciumbicarbonaatwater met een (Na+K+Mg)-evenwicht. Dit wijst erop dat er geen kationen-uitwisseling meer optreedt tussen het water in de poriën en de kleideeltjes. Het grondwater bevat doorgaans meer aardalkaliën (Ca^{++} en Mg^{++}) dan alkaliën (Na^+ en K^+) en, in de omgeving van de waterwinning, veel ijzer en sulfaten. Het hoge sulfaatgehalte nabij de waterwinning is te wijten aan een daling van de watertafel in de klei- en veenrijke zones waardoor de sulfiden werden geoxydeerd. Van de anionen is bicarbonaat de belangrijkste vertegenwoordiger. Het gemiddelde zoutgehalte nabij de waterwinning bedroeg 650 mg/l. Bij putten P2 en P3, ten noorden van de winning, was het zoutgehalte ongeveer 400 mg/l en het ijzergehalte laag. In put DB4, op minder dan 100 m ten zuiden van de gemiddelde hoogwaterlijn, bedroeg het zoutgehalte 1138 mg/l, met hoge concentraties aan chloor, natrium en kalium. De wateranalyses (Tab. 2.6) tonen aan dat het grondwater nabij de waterwinning zouter is dan ten noorden ervan.

De grondwaterkwaliteit in de freatisch watervoerende laag van het studiegebied vertoont een gelijkenis met die van De Panne (LEBBE, 1978). Beide duincomplexen zijn namelijk gevuld met zoet water van het type F2- CaHCO_3O . De voornaamste opgeloste stof is kalk.

2.2.6. BODEMWATERBALANS

Het effect van hydrometeorologische gegevens (neerslaghoeveelheid en evapotranspiratie) op het grondwatersysteem kan worden voorgesteld door middel van een waterbalans van de onverzadigde zone (bodemwaterbalans). Deze legt het verband

tussen de hoeveelheid water die in de bodem binnendringt, deze verlaat of erin wordt geaccumuleerd. De basisgegevens nodig voor de berekening van de waterbalans zijn de neerslag (R), de potentiële evapotranspiratie (PET) en het vochtophoudend vermogen of de veldcapaciteit. Laatstgenoemde parameter geeft het vochtgehalte (in mm) weer dat in de bodem wordt vastgehouden nadat het overtollige water is gedraineerd onder invloed van de zwaartekracht. Slechts indien de veldcapaciteit is bereikt, zal neerslagwater via de intergranulaire ruimten naar de watertafel doorsijpelen.

Tab. 2.7. Waterbalans van de onverzadigde zone van de duinen op basis van de maandelijkse gemiddelde neerslag (periode 1957-1987) en potentiële evapotranspiratie (periode 1957-1976) (VAN HOUTTE et al., 1992).

MAAND	R ^a (mm)	PET ^b (mm)	R-PET ^c (mm)	ST ^d (mm)	AET ^e (mm)	DEF ^f (mm)	SUR ^g (mm)
jan	54,7	4,0	+50,7	100,0	4,0	0,0	50,7
feb	39,4	8,1	+31,3	100,0	8,1	0,0	31,3
maa	49,4	26,2	+23,2	100,0	26,2	0,0	23,2
apr	41,5	46,5	-5,0	95,1	46,4	0,1	0,0
mei	51,0	75,7	-24,7	73,4	72,7	3,0	0,0
jun	58,6	90,5	-31,9	47,5	84,5	6,0	0,0
jul	63,2	90,3	-27,1	26,8	83,9	6,4	0,0
aug	60,6	72,2	-11,6	17,4	70,0	2,2	0,0
sep	65,9	42,8	+23,1	65,6	42,8	0,0	0,0
okt	71,8	19,1	+52,7	100,0	19,1	0,0	18,3
nov	78,5	6,0	+72,5	100,0	6,0	0,0	72,5
dec	63,6	2,8	+60,8	100,0	2,8	0,0	60,8
TOTAAL ^h	698,2	484,2	214,0		466,5	17,7	256,8
a. neerslaghoeveelheid. b. potentiële evapotranspiratie. c. wateroverschot (+) of watertekort (-). d. berging van bodemvocht.				e. werkelijke evapotranspiratie. f. tekort op de waterbalans. g. overschot op de waterbalans. h. jaarlijks gemiddelde.			

Uitgaande van de basisgegevens worden de berging van het bodemvocht (ST), de werkelijke evapotranspiratie (AET) en het tekort (DEF) of overschot (SUR) aan water in de bodem berekend. Indien geen oppervlakkige afvloei en/of open waterver-

damping optreden, is het berekende overschot op de balans de hoeveelheid water die doorsijpelt naar de watertafel en aldus zorgt voor de aanvulling van het grondwaterreservoir. Het watertekort geeft aan in welke mate de verdamping de mogelijke evapotranspiratie niet kan evenaren en duidt de periode aan tijdens dewelke water uit de bodemreserve wordt onttrokken.

VAN HOUTTE et al. (1992) hebben, op basis van de gegevens van ZEUWTS (1991), een gemiddelde waterbalans (Tab. 2.7) opgesteld voor de onverzadigde zone in de duinen van de westelijke kustvlakte. De neerslaggegevens werden betrokken van het weerstation te Koksijde. In figuur 2.17 wordt voor dit weerstation de maandelijkse gemiddelde neerslag van de periode 1957 tot en met 1987 weergegeven. Uit deze figuur blijkt dat de droogste maand in deze periode februari is geweest (gemiddelde neerslag 39,4 mm) en de natste november (gemiddelde neerslag 78,5 mm). De gemiddelde gemeten luchttemperatuur is 9,6 °C, met als koudste maand januari (3,2 °C) en als warmste augustus (16,4 °C).

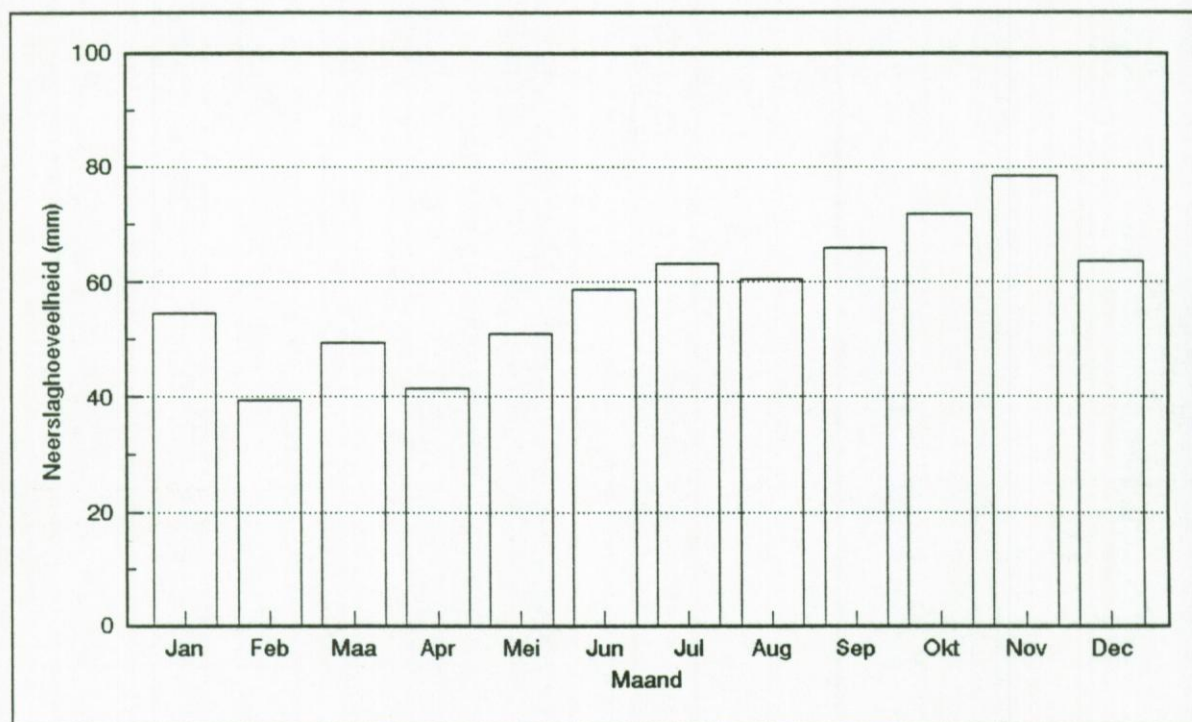


Fig. 2.17. Maandelijkse gemiddelde neerslag van de periode 1957-1987 gemeten in het weerstation te Koksijde.

De bodemwaterhuishoudingsbalans voor de duinen in het westelijk kustgebied werd met behulp van de gegevens van de maandelijkse gemiddelde neerslag (periode 1957-1987) en de maandelijkse gemiddelde potentiële evapotranspiratie (periode 1957-1976) berekend volgens de methode van THORNTHWAITE & MATTER (1957). Er werd voor deze neerslag- en evaporatiegegevens uitgegaan van de maandgemiddelden over de beschouwde periode. Bij het opstellen van de bodemwaterbalans werd aangenomen dat het vochtophoudend vermogen van de overwegend zandige duinbodems, in overeenstemming met LEBBE (1978), 100 mm bedraagt. De gebruikte waarden voor de potentiële evapotranspiratie werden afgeleid met de methode van PENMAN (1952). Deze methode houdt rekening met de volgende gemiddelde maandelijkse waarden: de temperatuur, de minimale en maximale temperatuur, het dauwpunt, de windsnelheid, de dampspanning, de zonneshijnduur en nettostraling. De berekende waterbalans geeft aldus een gemiddelde situatie weer (Tab. 2.7). Er werd geen rekening gehouden met de aard van de begroeiing en de kunstmatige ingrepen in de onverzadigde zone, die nochtans een grote invloed kunnen hebben op de waterbalans. Verder kunnen in de neerslaggegevens van jaar tot jaar verschillen optreden afhankelijk van de neerslaghoeveelheid en zijn verdeling over het jaar. Hierdoor zal het werkelijke neerslagoverschot dat doorstroomt naar de watertafel over het algemeen beduidend lager zijn dan dat berekend met de waterbalans.

Uit de waterbalans (Tab. 2.7) blijkt dat de jaarlijkse gemiddelde neerslaghoeveelheid ongeveer 698 mm bedraagt. Hiervan keert 466 mm terug naar de atmosfeer als gevolg van evapotranspiratie. Het jaarlijkse neerslagoverschot op de waterbalans is ca. 257 mm. Dit overschot komt enerzijds ten goede aan het freatisch grondwaterreservoir ($R-AET=232$ mm/j) en anderzijds aan de oppervlakkige afvloeï ($SUR-(R-AET)=25$ mm/j). De jaarlijkse voedingscoëfficiënt (SUR/R) van het grondwater kan worden geraamd op 0,37, hetgeen wil zeggen dat ca. 37 % van de totale neerslaghoeveelheid het grondwater bereikt. Deze waarde stemt grotendeels overeen met die berekend voor de duingebieden nabij De Panne (LEBBE, 1978) en Ter Yde (MAHAUDEN et al., 1982). Voor de polders in de westelijke kustvlakte werd een waarde bekomen van 0,33 (ZEUWTS, 1991).

De gemiddelde waterbalans van de onverzadigde zone in de duinen is in figuur 2.18 grafisch voorgesteld. Een overzicht van het wateroverschot of watertekort op deze balans is aangegeven in figuur 2.19. Uit deze figuren kan worden afgeleid dat het volledige wateroverschot geleverd wordt tijdens de

periode oktober tot en met maart. De bodem bevat in deze periode een vochtgehalte dat hoger is dan de veldcapaciteit.

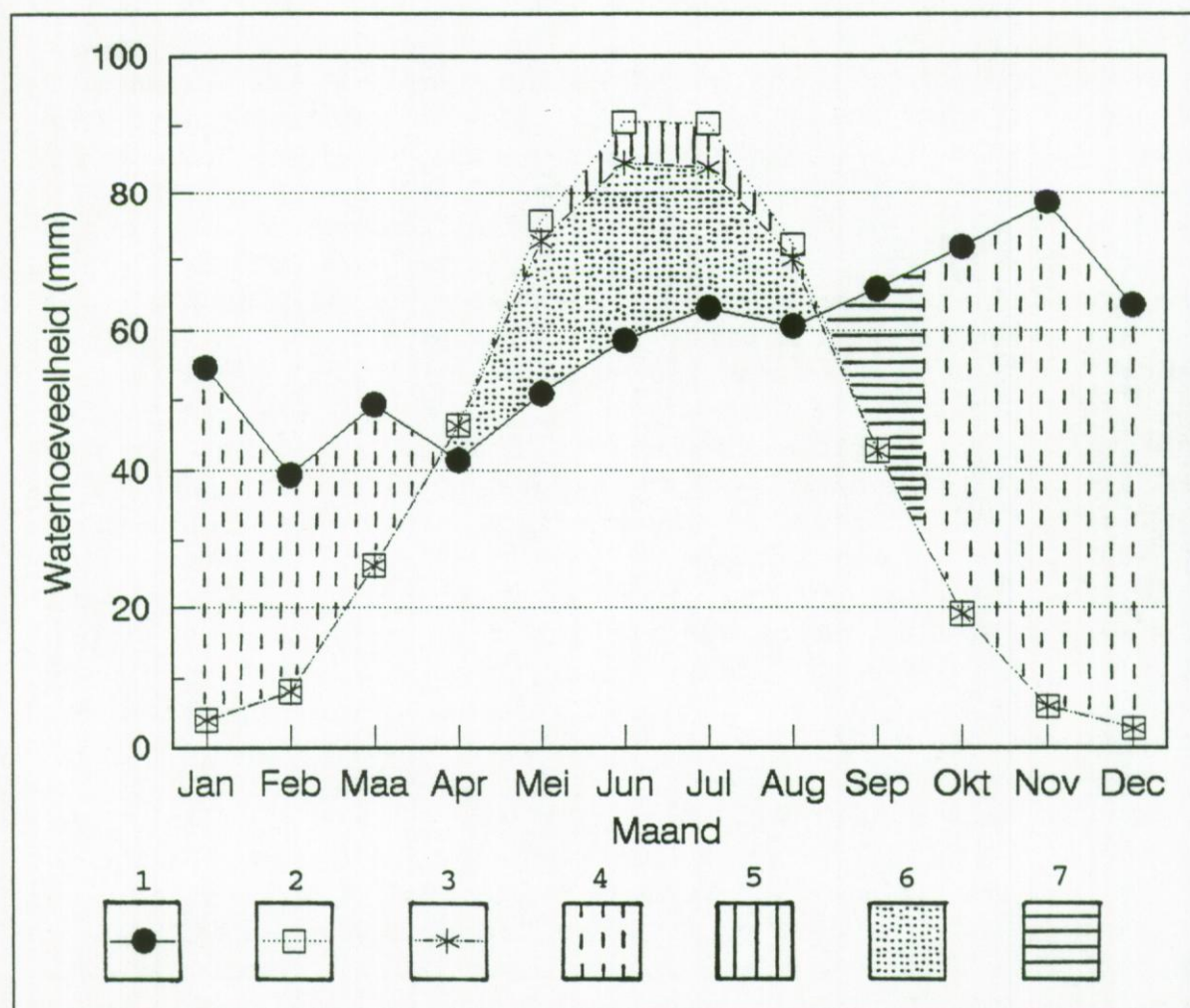


Fig. 2.18. Gemiddelde waterbalans van de onverzadigde zone in de duinen: 1. neerslag; 2. potentiële evapotranspiratie; 3. werkelijke evapotranspiratie; 4. wateroverschot; 5. watertekort; 6. water onttrokken aan de bodemreserve; 7. aanvulling bodemreserve.

Gedurende de periode april tot en met augustus is niet langer de neerslag maar de evapotranspiratie de dominerende factor. Deze laatste overtreft de neerslaghoeveelheid waardoor vanaf april een tekort op de bodemwaterbalans ontstaat. Hierdoor wordt in deze periode uit de berging water verbruikt met als gevolg een afname van het gehalte aan bodemvocht van veldcapaciteit (100 mm) tot 17,4 mm. Bij maximale uitdroging in augustus blijft aldus nog een vochtgehalte van ca. 17 % van de veldcapaciteit in de bodem bewaard. In de maand september

wordt het overschot aan neerslag ten opzichte van de evapotranspiratie aangewend om de berging van het bodemvocht terug op 66 % van zijn maximale waarde (veldcapaciteit) te brengen. Slechts nadat deze maximale waarde wordt bereikt in de maand oktober vindt er opnieuw een doorstroming naar de watertafel plaats. Uit de waterbalans van de onverzadigde zone in de duinen van het westelijk kustgebied kan geconcludeerd worden dat het neerslagoverschot van september volstaat om de berging van de bodem terug op peil te brengen.

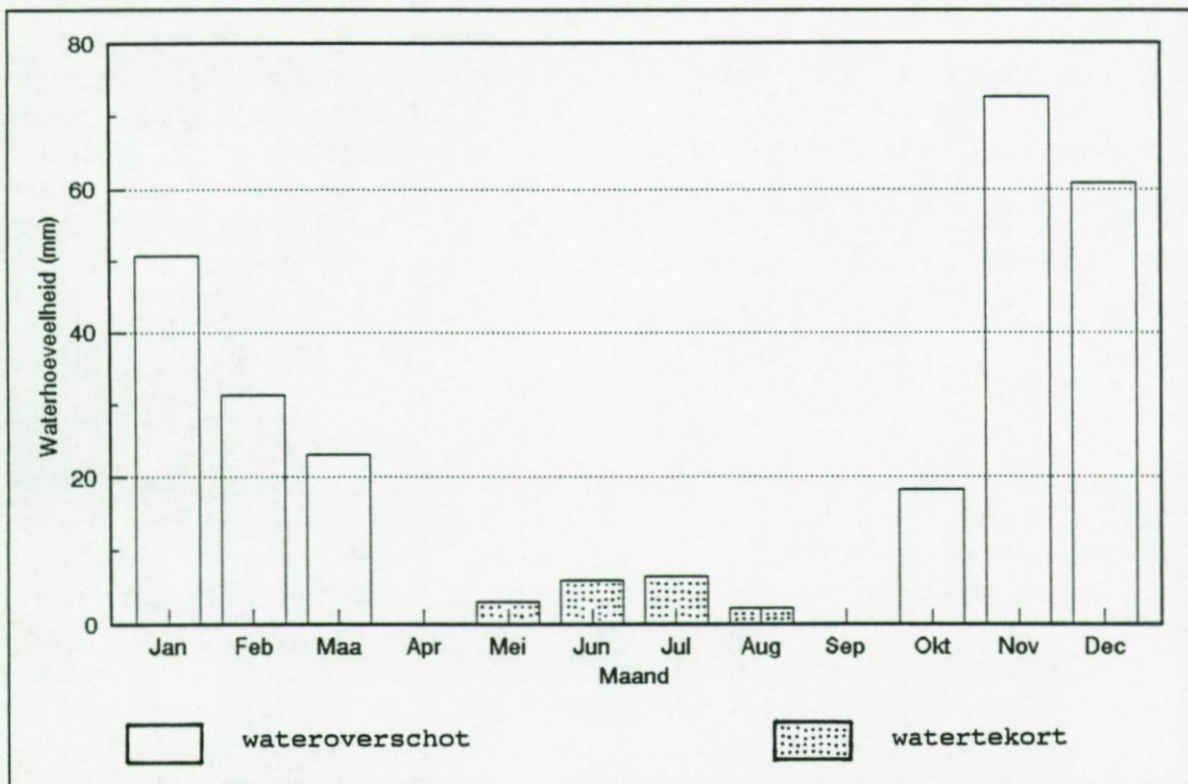


Fig. 2.19. Wateroverschot of watertekort op de waterbalans van de onverzadigde zone in de duinen.

2.3. AANVULLENDE GEGEVENS

Teneinde van het studiegebied een algemene voorkennis te verwerven werden in paragraaf 2.2 de bestaande en tevens voor deze studie nuttige gegevens verzameld. Uit deze gegevens is gebleken dat de hydrogeologische studies in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke tot nog toe vooral gericht waren op het uitbreiden van de kennis van de kwartaire afzettingen. Studies met betrekking tot de diepere lagen in deze duinen

blijken evenwel schaars. Het aanvullend hydrogeologisch onderzoek heeft daarom tot doel:

- een beschrijving te geven van de litologie en de stratigrafie van de aangeboorde lagen;
- de berekening van de hydraulische parameters van de bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan (L2);
- de meting van de grondwaterstand in deze laag;
- de analyse van het Landeniaanwater;
- na te gaan in welke mate een grondwaterwinning in het Boven-Landeniaan de onmiddellijke omgeving kan beïnvloeden voor wat betreft de verlaging (paragraaf 6.4).

Het terreinwerk en het laboratoriumonderzoek werden in samenwerking met de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht uitgevoerd door het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie. De werkzaamheden omvatten boringen, geofysische boorgatmetingen, waterpassing, een pompproef, grondwaterstandsmetingen en analyse van grondwaterstalen.

2.3.1. BORINGEN

Om de algemene kennis van de opbouw van de ondergrond in het studiegebied te verruimen werden tussen 17 november 1992 en 18 december 1992 drie spoelboringen, namelijk BL1, BL2 en BL3, uitgevoerd. De boorgaten werden alle uitgerust met een filter en een stijgbuis waardoor ze zowel als pompput of piëzometer konden dienst doen. Alle boringen werden uitgevoerd volgens de spoelboormethode. Deze werd verkozen wegens de snelheid van uitvoering en het gemak waarmee een grote diepte kan worden bereikt. In figuur 2.20 is de ligging van deze spoelboringen en van de boring BGD35E142 (LAGA & VANDENBERGHE, 1990) aangeduid.

De boringen BL1, BL2 en BL3 werden op de volgende wijze uitgevoerd. Eerst werd met een boorkopdiameter van 350 mm tot op de Ieperiaanklei geboord, waarna er een PVC-buis werd aangebracht. Vervolgens werd met een boorkopdiameter van 300 mm verder geboord tot op 138 m diepte. In het boorgat werd een PVC-buis met een diameter van 225/202 mm geplaatst. De ruimte rond de PVC-buis werd daarna gecementeerd. Na een droogtijd van minstens twee dagen werd met een boorkopdiameter van 200 mm verder geboord tot de top van het Krijt (boring BL1) of tot de top van het kleiig Onder-Landeniaan (boring BL2 en BL3).

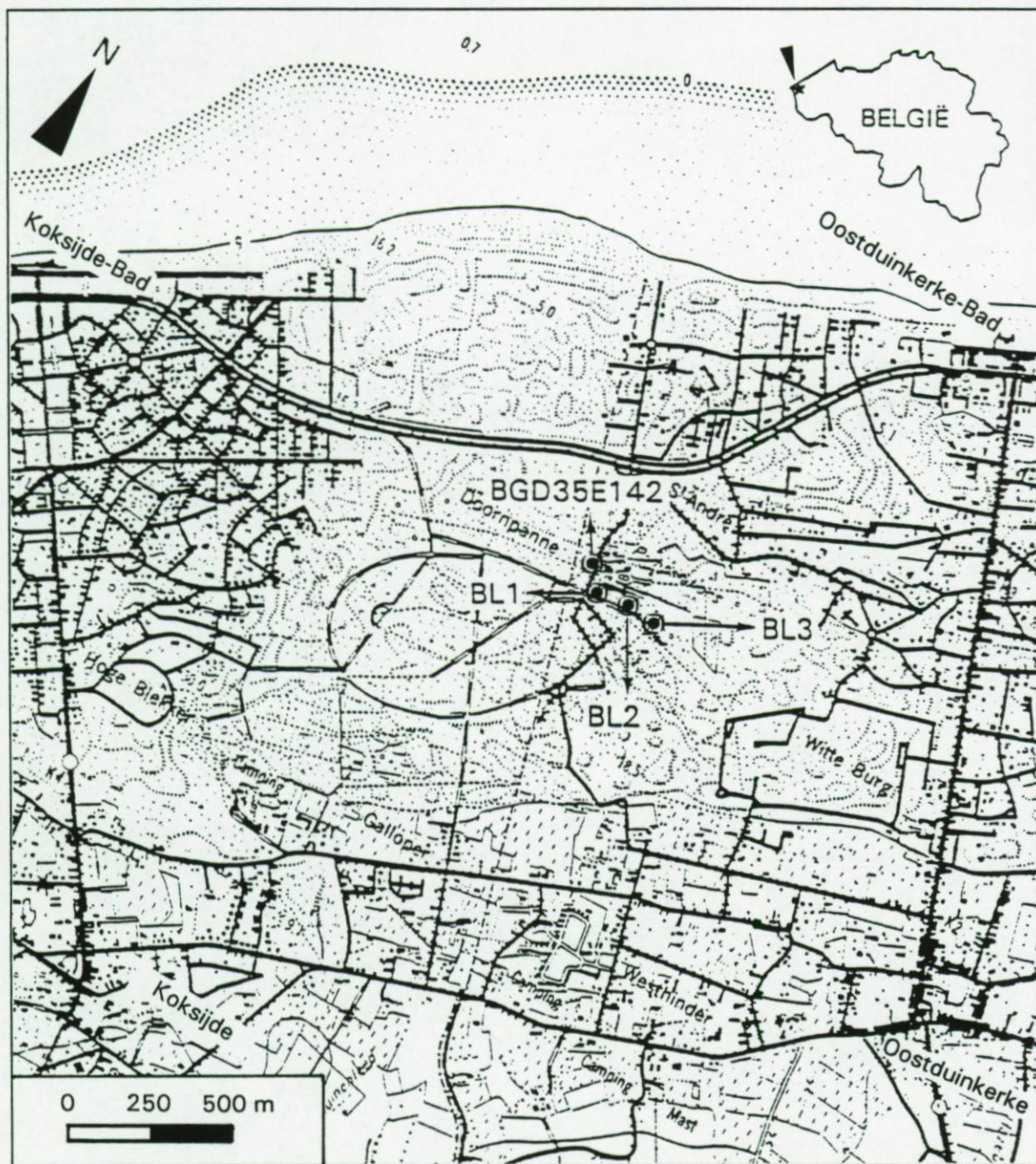


Fig. 2.20. Ligging van de boringen BL1, BL2, BL3 en BGD35E142.

Het boorgat werd ter hoogte van het zandig Boven-Landeniaan uitgeruimd met een openklappende boorbeitel (boorkopdiameter 305 mm). Tussen 138 en 158 m diepte werd een filter geplaatst met een diameter van 125 mm en filteropeningen van 0,5 mm, die nadien werd omstort met gekalibreerd zand. Tenslotte werd, met behulp van de eerder aangebrachte verbuizing, een cementstop aangebracht. In figuur 2.21 is, bij wijze van voorbeeld, de afwerking van het boorgat BL1 schematisch weergegeven.

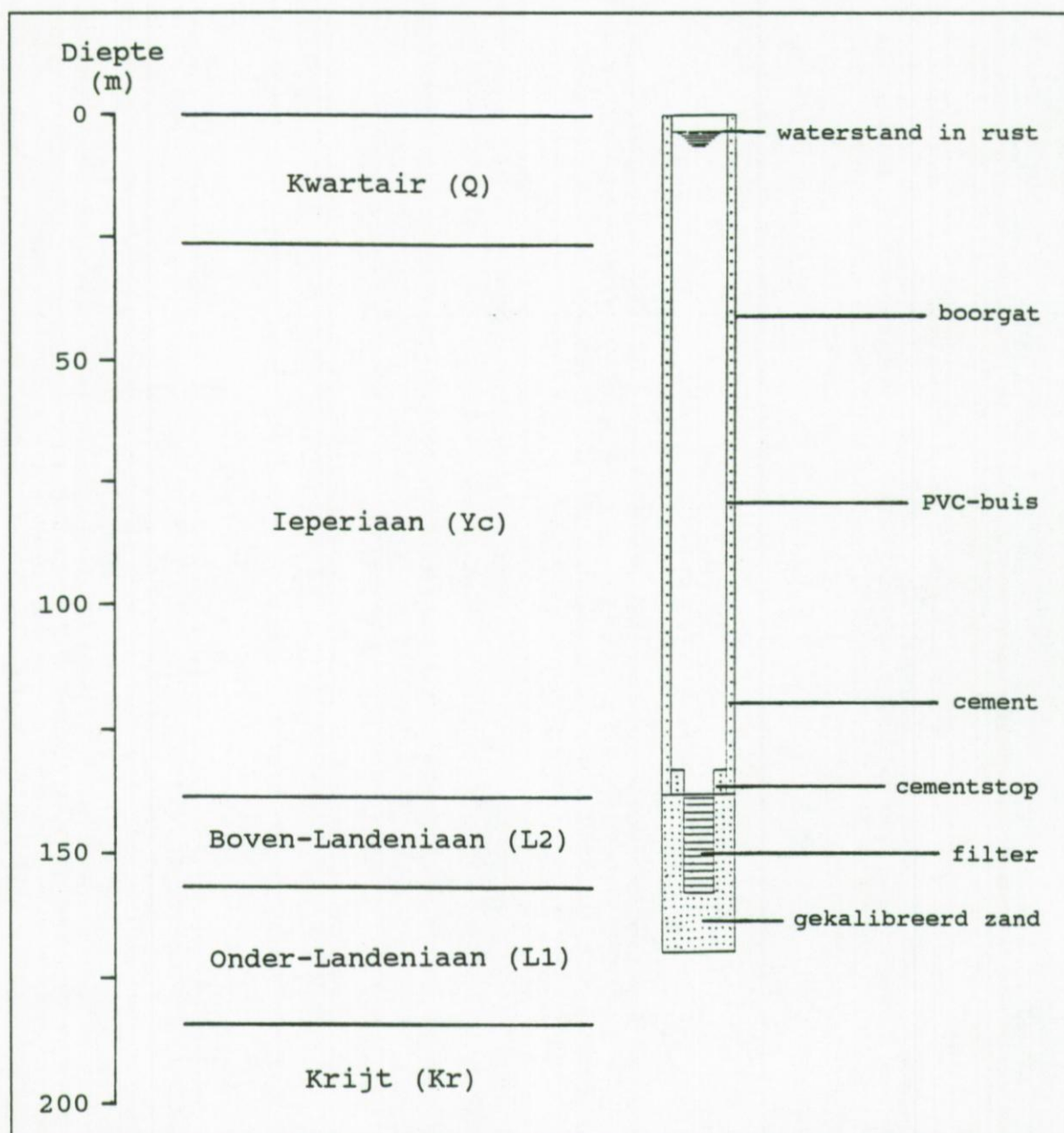


Fig. 2.21. Afwerking van boorgat BL1.

De technische gegevens van de putten BL1, BL2 en BL3 en hun respektieve boorbeschrijvingen zijn verzameld in bijlage B.1.1. De boorbeschrijvingen zijn een weergave van de waarnemingen tijdens het boren. In deze boorbeschrijvingen werd ter plaatse de opgespoelde grond uitvoerig beschreven. Allereerst werd de aard van de grondsoort (zand, leem, klei of veen) kwalitatief bepaald; in het geval van zand werd een verder onderscheid gemaakt tussen fijn, middelmatig en grof zand. Verder werd aandacht besteed aan de kleur, de textuur, de plasticiteit, de biogene bestanddelen, de aard en het gehalte

van de bijmenging (klei/leem-, veen- en/of zandgehalte), de hoeveelheid en aard van de grintbestanddelen en indien aanwezig, het glauconietgehalte.

2.3.2. GEOFYSISCHЕ BOORGATMETINGEN

Boorbeschrijvingen verricht op basis van boringen met inspoeling zijn gesteund op verstoorde grondstalen die zijn samengesteld uit een mengsel van verschillende grondsoorten. Het gehalte aan nevenbestanddelen, in bijvoorbeeld een zandpakket, wordt vaak gemaskeerd door de boormodder. Aangezien de grondstalen bij een spoelboring steeds met een zekere vertraging worden verzameld, namelijk de tijd nodig voor het opspoelen van het materiaal, is het niet mogelijk met de boorbeschrijvingen alleen de juiste diepte van de grensvlakken tussen de doorboorde lagen te onderscheiden. Om de exacte grenzen van deze lagen te onderscheiden kunnen boorgatmetingen een uitkomst bieden.

De uitvoering van geofysische boorgatmetingen gebeurt door sondes, die in het boorgat worden neergelaten om de fysische parameters van sedimenten te meten. Deze parameters vormen objectieve criteria waaraan de boorbeschrijvingen kunnen worden getoetst. In het bestek van deze studie werden in het boorgat van boring BL1 twee grootheden gemeten: de natuurlijke gammastraling (GR) en de resistiviteit met lange (LN) en korte normaalopstelling (SN). De boorgatmetingen worden grafisch weergegeven (bijlage B.1.2) om een snelle visuele interpretatie en vergelijking met de boorbeschrijving mogelijk te maken. De vergelijking van de geofysische boorgatmetingen met de veldinterpretaties laat toe de definitieve boorverslagen op te stellen. De boorbeschrijvingen van bijlage B.1.1 zijn dus een combinatie van de waarnemingen tijdens het boren en de resultaten van de boorgatmetingen. De filterelementen van de putten werden op grond van deze boorgatmetingen in de meest doorlatende zone geplaatst. De interpretatie van de boorgatmetingen wordt nauwkeuriger indien de diverse meetstaten niet afzonderlijk, doch in combinatie met elkaar worden aangewend. Hierdoor is een juistere weergave van de aangeboorde lagen mogelijk en kan men een beeld krijgen van de grenzen tussen de verschillende lagen.

De registratie van de variaties in de natuurlijke gammastraling levert informatie over de litologische samenstelling van de doorboorde lagen. Veenlagen (geen γ -uitwijking), zand-

lagen (geringe γ -uitwijking), zandlagen met glauconiet (K) en zware mineralen (Th, U) (zeer hoge γ -uitwijking), leemlagen (matige tot hoge γ -uitwijking) en kleilagen (zeer hoge γ -uitwijking) kunnen via de natuurlijke gammalog eenduidig worden bepaald; de grensvlakken worden namelijk scherp aangegeven (WALTER, 1976). Bij resistiviteitsmetingen wordt getracht grensvlakken te wijten aan wijzigingen in litologie of grondwaterkwaliteit op te sporen en dit op grond van verschillen in resistiviteit tussen de verschillende sedimenten. De meting van resistiviteiten is vooral van belang voor het grondwaterkwaliteitsonderzoek, daar deze zoals reeds eerder vermeld (paragraaf 2.2.5.1.2) kunnen vertaald worden naar het totale zoutgehalte van het grondwater. Voor een gedetailleerde beschrijving van boorgatmetingen wordt verwezen naar de literatuur (WALTER, 1976; TODD, 1980; RIDER, 1986).

2.3.3. WATERPASSING

Een nauwkeurige correlatie van afzonderlijke puntwaarnemingen in doorsneden en kaarten is slechts mogelijk indien ze worden opgenomen ten opzichte van een zelfde referentievlak. Met het oog hierop werden het maaiveld ter plaatse van de boringen en de toppen van de putten aangesloten op de Tweede Algemene Waterpassing (T.A.W.) van het Nationaal Geografisch Instituut. Dit gebeurde ten overstaan van hoogtemerktekens in het studiegebied.

Bij de waterpassing wordt gebruik gemaakt van een meetlat en een waterpastoestel dat is vastgeklemd op een statief (Fig. 2.22). De meetlat wordt eerst geplaatst op een gekend punt H_0 , dat als referentiepunt kan dienst doen. Het waterpastoestel met statief wordt opgesteld tussen het te bepalen punt H_p en het gekende punt H_0 ; het punt H_p komt hier overeen met de top van een peilput. Vervolgens worden de benen van het statief op de praktisch gewenste maar willekeurige hoogte i uitgetrokken en vastgeklemd. Uitgaande van de horizontale vizierlijn kan met behulp van het waterpastoestel de hoogte i op de meetlat worden afgelezen. Hierna wordt de meetlat overgebracht naar het te bepalen punt H_p . Op overeenkomstige wijze wordt hier de bij H_p behorende hoogte z afgelezen. De hoogte van het punt H_p kan bepaald worden door:

$$H_p = H_0 + i - z \quad (2.20)$$

Indien de afstand tussen het gekende punt en het te bepalen

punt te groot is om in één stap te overbruggen zoals hierboven is beschreven, dient de afstand in meerdere stappen te worden afgelegd. Hierbij wordt telkens met de horizontale vizierlijn voor twee punten op korte afstand van elkaar de hoogte gemeten, totdat het eigenlijk te bepalen punt is bereikt.

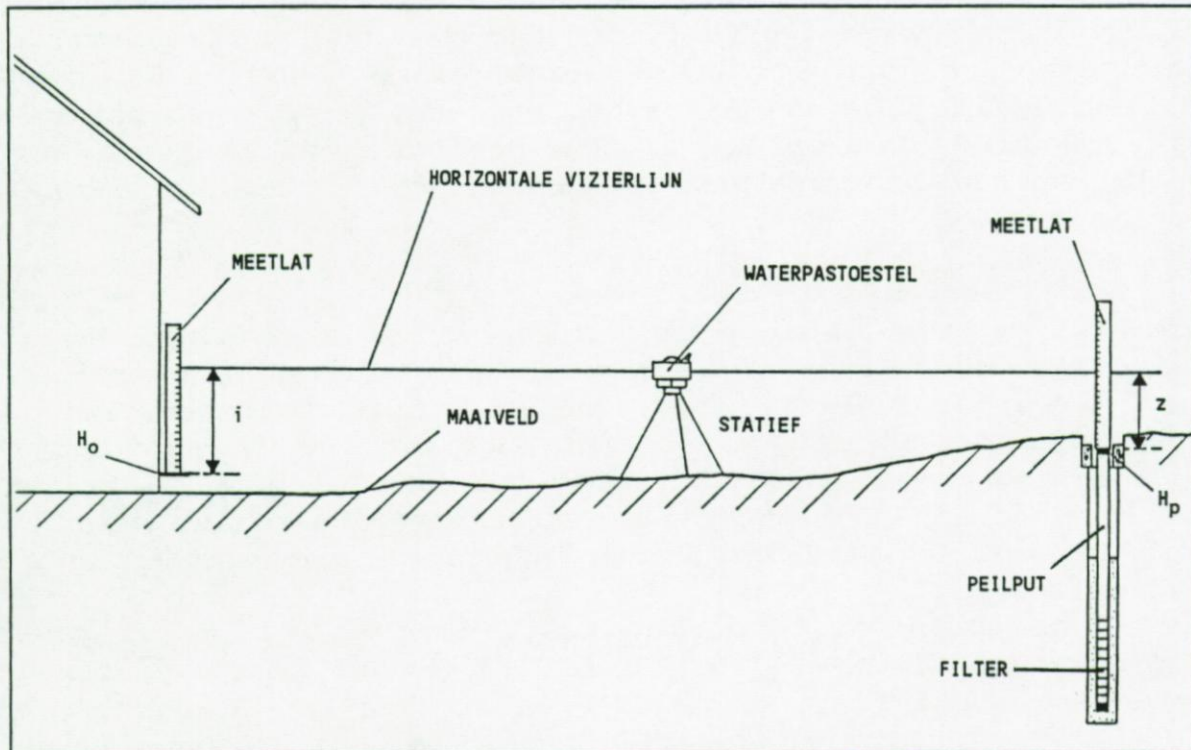


Fig. 2.22. Principe van de waterpassing.

De resultaten van de waterpassing van de putten BL1, BL2 en BL3 zijn opgenomen in tabel 2.8.

Tab. 2.8. Kenmerken van putten BL1, BL2 en BL3.

BO-RING	LAMBERT-COÖRDINATEN (km)		MAAI-VELD (m T.A.W.)	MEET-PUNT (m T.A.W.)	FILTERDIEPTE (m MAAIVELD)		FILTERPEIL (m T.A.W.)		FILTER-LENGTE (m)
	X	Y			TOP	BASIS	TOP	BASIS	
BL1	30,470	202,600	+6,73	+6,90	138	158	-131,27	-151,27	20
BL2	30,560	202,620	+6,61	+6,61	138	158	-131,39	-151,39	20
BL3	30,670	202,610	+6,65	+6,96	138	158	-131,35	-151,35	20

2.3.4. LITOSTRATIGRAFISCHE DOORSNEDE

De geologische bouw van het studiegebied kan door middel van een doorsnede worden afgeleid. Deze doorsnede (Fig. 2.23), opgemaakt aan de hand van boorgegevens van boringen BGD35E142, BL1, BL2 en BL3 (Fig. 2.20), is west-oost gericht. De geofysische boorgatmetingen van boringen BGD35E142 en BL1 omvatten: de spontane potentiaal (SP), de resistiviteit met lange (RES-LN) en korte normaalopstelling (RES-SN), de boorgatdiameter (CAL) en de natuurlijke gammastraling (GR). Boringen BGD35E142, BL1, BL2 en BL3 hebben een diepte van respectievelijk 270, 186, 160 en 160 m. Het peil van het maaiveld ter hoogte van de boorplaatsen is respectievelijk +6,55, +6,73, +6,61 en +6,65.

De litostratigrafische doorsnede (Fig. 2.23) geeft het verband tussen de litologische profielen van de verschillende boringen weer en verschaft daardoor een ruimtelijk overzicht van de hydrogeologische bouw van het grondwaterreservoir in het duingebied. De lengte bedraagt ongeveer 300 m en de boorbeschrijvingen van BGD35E142, BL1, BL2 en BL3 zijn onder de vorm van een litologische kolom weergegeven. Daarnaast werd in de figuur ook een stratigrafische interpretatie opgenomen.

In de doorsnede is de top van de Sokkel (So) enkel aangetroffen in boring BGD35E142 en wel op -257,9. De Sokkel bestaat overwegend uit grijsgroene leistenen van Siluurouderdom. De met grondwater gevulde barsten en spleten in de top van de Sokkel vormen de onderste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag.

Op de Sokkel rust de afzetting van het Krijt (Kr). Deze bestaat grotendeels uit mergel en wit krijt van Turoonouderdom en bevat doorgaans van onderen silex. Het Krijt vormt een slecht doorlatende laag. De top van de Krijtafzetting werd alleen in de boringen BGD35E142 en BL1 bereikt, respectievelijk op -173,5 en -178,3.

Op het Krijt rusten eocene sedimenten, waarvan de top zich bevindt tussen -20,4 en -21,4. Het onderste gedeelte bevat de Groep van Landen en het bovenste de Groep van Ieper. De Groep van Landen omvat twee formaties, de Formatie van Hannut (L1) en de Formatie van Tienen (L2). De onderste afzetting van de Groep van Landen, de Formatie van Hannut (Onder-Landeniaan), is samengesteld uit groengrijs zandhoudend leem tot leemhoudende klei met glauconiet.

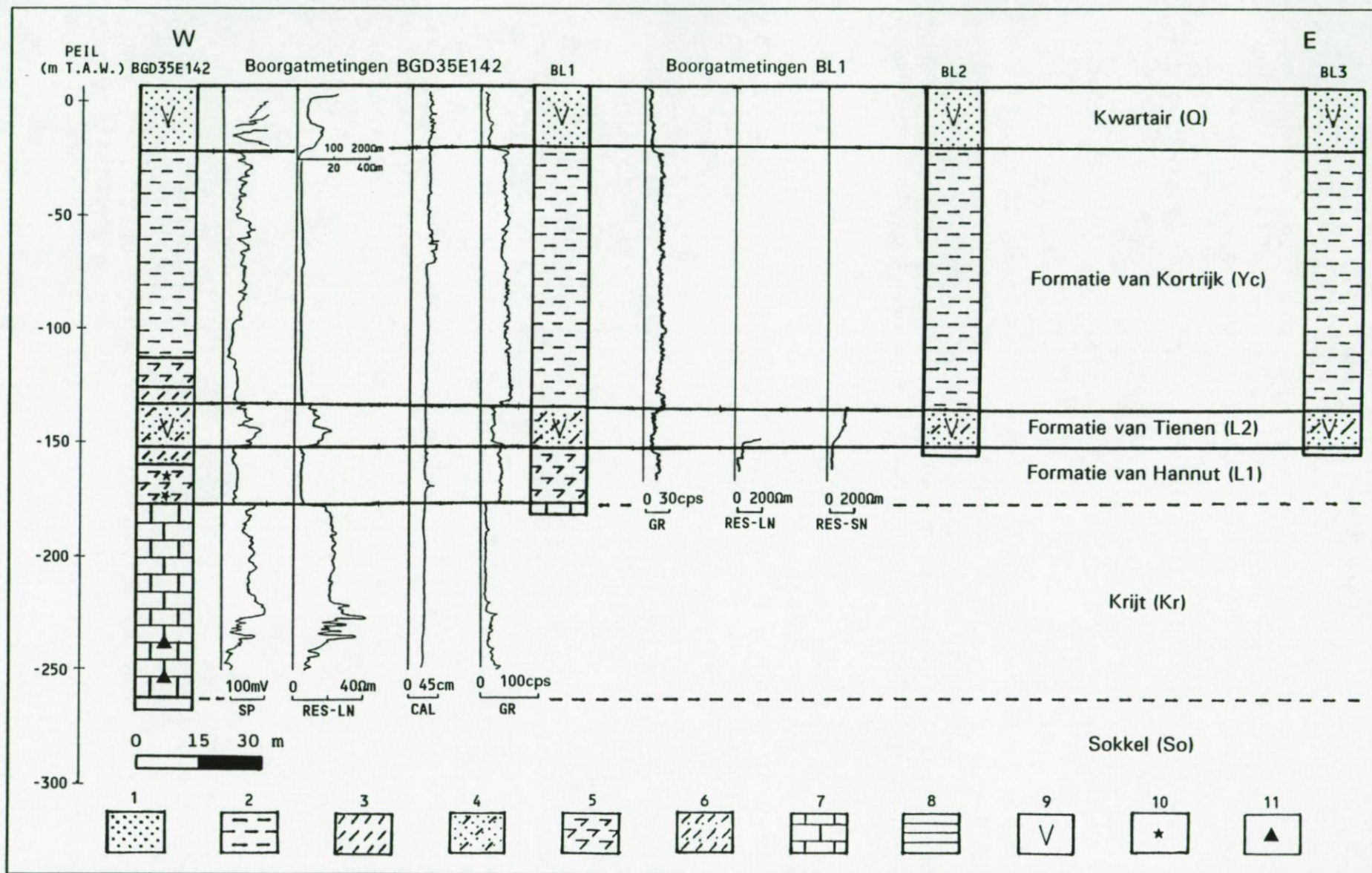


Fig. 2.23. Doorsnede doorheen de boringen van BGD35E142, BL1, BL2 en BL3: 1. zand; 2. klei; 3. leem; 4. leemhoudend fijn zand; 5. leemhoudende klei; 6. zandhoudend leem; 7. mergelig krijt; 8. leistenen; 9. schelpen; 10. glauconiet; 11. silex.

Naar onderen toe komen soms bankjes van silex en zandsteen voor. De dikte in de boorprofielen van BGD35E142 en BL1 bedraagt respectievelijk 25,5 en 27 m. De Formatie van Hannut vormt een slecht doorlatende laag. Ze is tussen -148 en -151,3 bedekt door de Formatie van Tienen (Boven-Landeniaan); de top ligt tussen -132 en -133,6. Deze ca. 17 m dikke schelphoudende afzetting behoort tot het Lid van Knokke en bestaat uit groengrijs leemhoudend fijn zand met soms kleihoudende laagjes. De Formatie van Tienen vormt de bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag.

De Landeniaansedimenten worden bedekt door de Groep van Ieper, die hoofdzakelijk bestaat uit een grijsblauwe stijve klei (Yc). Deze gaat onderaan geleidelijk aan over van leemhoudende klei tot leem. De ca. 113 m dikke Ieperiaanafzetting behoort tot de Formatie van Kortrijk en vormt een zeer slecht doorlatende laag.

Boven de Ieperiaansedimenten bevindt zich een schelphoudende kwartaire afzetting (Q). Deze ca. 27 m dikke afzetting bestaat overwegend uit fijne tot middelmatige zanden en vormt de freatisch watervoerende laag. Over het algemeen is de kwartaire afzetting van onderen naar boven opgebouwd uit Calais-, Duinkerken- en duinzandsedimenten (LEBBE & DE BREUCK, 1980). Het onderste gedeelte van de kwartaire afzetting (de afzetting van Calais), tussen ongeveer -20 en -9, bestaat hoofdzakelijk uit grijs leemhoudend fijn zand dat naar onderen toe fijner en schelprijk wordt. Aan de onderzijde van deze sedimenten wordt een schelplaag van slecht gesorteerd materiaal, een basisgrint, aangetroffen. Het middelste gedeelte (de afzetting van Duinkerken), gelegen tussen ca. -9 en +4,5, bestaat grotendeels uit grijs lemig en/of kleilig zand met daaronder fijne middelmatige zanden die vervolgens overgaan in een schelpbank. Het bovenste gedeelte van de kwartaire afzetting, van +4,5 tot aan het maaiveld, bestaat uit geel schelphoudend duinzand met humeuze horizonten.

2.3.5. POMPPROEF

Een belangrijk onderdeel van een hydrogeologische studie is de bepaling van de hydraulische karakteristieken van de doorlatende, slecht doorlatende en zeer slecht doorlatende lagen. Eén van deze karakteristieken, namelijk de hydraulische doorlatendheid, kan worden afgeleid met de granulometrische methode, maar deze is weinig accuraat daar zij uitgevoerd wordt

op verstoorde en geroerde grondstalen. Hierdoor komen bepaalde eigenschappen van een afzetting zoals structuur, anisotropie en graad van compactie niet tot uiting. Een nauwkeurige bepaling van de hydraulische eigenschappen gebeurt daarom beter in situ via een pompproef. De pompproef uitgevoerd in de verzadigde zone is de meest betrouwbare manier om de hydraulische parameters van de verschillende lagen van het grondwaterreservoir te bepalen. Het voornaamste voordeel ervan is dat er een stroming wordt opgewekt in een groot volume van de te onderzoeken lagen en dat deze ongestoord blijven (TODD, 1980).

Inherent aan de klassieke grafische interpretatiemethoden van pompproeven zijn een aantal foutenbronnen, zoals een gefragmenteerde analyse van de waargenomen verlagingen, vooral voortspruitend uit vereenvoudigingen die worden aangenomen. Daar komt nog bij dat bij pompproeven in veellagige grondwaterreservoirs met deze methoden slechts een gedeelte van de hydraulische parameters kunnen worden bepaald, met name deze van de aangepompte laag. Sommige methoden leveren bovendien meerdere waarden op voor het doorlaatvermogen, de hydraulische weerstand en de elastische bergingscoëfficiënt, al naargelang van de afstand tussen de pompput en de peilbuis. Onnauwkeurigheden te wijten aan deze tekortkomingen treden niet op wanneer het volledig grondwaterreservoir nabij de pompput en de grondwaterstromingen, die daarin heersen, worden nagebootst met een mathematisch model. De in het bestek van deze studie uitgevoerde pompproef werd daarom geïnterpreteerd met het invers model (LEBBE, 1988). Dit model laat toe, om uit de waargenomen evolutie van de verlagingen op verschillende afstanden van de pompput en in verschillende lagen van het grondwaterreservoir, de hydraulische parameters te bepalen samen met hun nauwkeurigheden. Deze parameters zijn de horizontale doorlatendheden en de specifieke elastische bergingen van de verschillende lagen, de hydraulische weerstanden tussen deze lagen en de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel.

2.3.5.1. *TEORETISCHE BESCHOUWING VAN HET INVERS MODEL*

In het invers model bestaat het grondwaterreservoir uit een willekeurige opeenvolging van doorlatende, slecht doorlatende en zeer slecht doorlatende lagen (LEBBE, 1988). De verlagingen en de restverlagingen worden niet alleen gemeten in de aangepompte laag maar ook in de niet-aangepompte lagen. Deze waarnemingen worden nadien ingevoerd in het model om aldus de hydraulische parameters te bepalen. Als resultaat

worden de waarden van de hydraulische parameters van de verschillende lagen verkregen, alsmede gegevens over de nauwkeurigheid waarmee deze waarden uit de geobserveerde verlagingen kunnen worden afgeleid.

Bij de pompproefinterpretatie wordt het invers model bekomen door combinatie van een numeriek programma met een gevoeligheidsanalyse en een niet-lineaire regressie-analyse. Dit programma (programma SIPURE) is een axiaal symmetrisch tweedimensionaal model (AS2D). Het grondwaterreservoir wordt in dit model vertikaal geschematiseerd in een aantal homogene lagen, die worden gekozen op basis van de hydrogeologische bouw van dit reservoir en op basis van de plaats van het filterelement in de pomp- en de peilputten. Deze lagen worden genummerd van onderen naar boven. De bovengrens wordt gevormd door de watertafel; de grens van de onderste laag, laag 1, wordt steeds als ondoorlatend beschouwd. Iedere laag wordt opgedeeld in een reeks ringen die concentrisch rond de pompput worden aangebracht; de stralen van deze ringen laat men logaritmicus toenemen. Aldus wordt een schikking van elementaire cellen bekomen waarvan de plaats kan worden weergegeven door middel van de ring en de laag waartoe de cel behoort. De verste ring wordt op zodanig grote afstand van de pompput gebracht dat de horizontale stroming doorheen de buitenste wand beperkt blijft tot op het einde van de gesimuleerde tijd. Aan iedere laag wordt een waarde voor de dikte (D), de horizontale doorlatendheid (k^h) en de specifieke elastische berging (S_A) toegekend. Hetzelfde gebeurt voor de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S_0) alsook voor de hydraulische weerstanden (c) tussen de verschillende aangrenzende lagen. Voor iedere ring (d.w.z. op logaritmicus toenemende afstanden tot de pompput) berekent het model de evolutie van de verlagingen in de tijd. Deze berekeningen gebeuren door toepassing van een hybride eindig-verschil eindig-element methode volgens de wet van Darcy en de continuïteitswet. Het bekomen stelsel van vergelijkingen wordt opgelost met een iteratief proces. Het programma SIPURE wordt in paragraaf 3.1 verder besproken. In het numeriek model worden de berekende en de waargenomen verlagingen die qua plaats en tijd met elkaar overeenstemmen onderling vergeleken. De ingevoerde geschatte aanvangswaarden voor de hydraulische parameters moeten worden aangepast tot voldoende overeenstemming is bereikt tussen de berekende en de waargenomen waarden. Een belangrijke hulp hierbij is de gevoeligheidsanalyse.

Bij de gevoeligheidsanalyse wordt nagegaan welke wijziging een verlaging ondergaat bij het veranderen van de hydraulische parameters, afzonderlijk of in groepen. De berekening van de gevoeligheden geschiedt in een aantal stappen. In een eerste stap wordt een bepaalde hydraulische parameter of een bepaalde groep van hydraulische parameters gewijzigd, door deze te vermenigvuldigen met een bepaalde faktor. De andere parameters blijven ongewijzigd en behouden aldus de oorspronkelijk ingevoerde waarde. Deze nieuwe reeks van parameters wordt dan gebruikt om voor dezelfde plaatsen en tijden van de waarnemingen opnieuw de verlagingen te berekenen. Deze nieuwe verlagingen worden dan vergeleken met de oorspronkelijk berekende verlagingen, om zo de gevoeligheden van de verlagingen voor de hydraulische parameters na te gaan. De gevoeligheid van de verlaging voor een hydraulische parameter of voor een groep van hydraulische parameters wordt bepaald door de logaritme van de nieuwe verlaging, berekend met de gewijzigde parameters, te verminderen met de logaritme van de oorspronkelijke verlaging, berekend met de ongewijzigde parameters, en het bedrag te delen door de logaritme van de faktor waarmee de gewijzigde parameter of groep van parameters vermenigvuldigd was. In een tweede stap wordt een andere parameter of een andere groep van parameters veranderd terwijl voor de overige parameters de oorspronkelijke waarden gebruikt worden. De gevoeligheid van de verlaging voor deze hydraulische parameter of voor deze groep van hydraulische parameters wordt ook deze keer opnieuw berekend voor de bijbehorende plaats en tijd van de waarneming. In de volgende stappen wordt deze berekening herhaald voor iedere hydraulische parameter of voor iedere gegeven groep van hydraulische parameters. Uiteindelijk wordt een matrix van gevoeligheden verkregen: de Jacobiaanse matrix (LEBBE et al., 1993a). Uit de resultaten van de gevoeligheidsanalyse kan worden geconcludeerd welke hydraulische parameters in voldoende mate de waargenomen verlagingen beïnvloeden en derhalve welke hydraulische parameters uit de waargenomen verlagingen kunnen worden afgeleid. Zo kan men dus weten welke hydraulische parameters zullen moeten worden aangepast voor verdere verwerking. Die parameters waarvan de invloed op de verlaging niet sterk genoeg is zullen als een constante worden verondersteld. Om te weten op welke wijze de belangrijkste parameters dienen te worden aangepast, worden naast de gevoeligheden ook de afwijkingen tussen de berekende en de waargenomen verlagingen bepaald. De afwijkingen zijn de verschillen tussen de logaritmische waarden van de waargenomen en de berekende verlagingen voor een bepaalde hydraulische parameter of een bepaalde groep van hydraulische parameters:

$$r = \log_{10}s^* - \log_{10}\hat{s} \quad (2.21)$$

waarin r de vektor van de afwijkingen aanduidt, s^* de vektor van de waargenomen verlagingen en \hat{s} de vektor van de berekende verlagingen. Bij bijzondere afwijkingen kan men met behulp van de gegevens uit de gevoeligheidsanalyse bepalen welke hydraulische parameters vergroot of verkleind moeten worden teneinde de afwijkingen te beperken. Om voor deze parameters de aanpassingsfactoren te kunnen bepalen, dienen de afwijkingen en de gevoeligheden te worden ingevoerd in een niet-lineaire regressie-analyse.

Bij de niet-lineaire regressie-analyse worden door toepassing van de lineariseringsmethode (DRAPER & SMITH, 1981) de aanpassingsfactoren voor de hydraulische parameters berekend, aan de hand van de gevoeligheden en de afwijkingen tussen de berekende en de waargenomen verlagingen. Bij de linearisering wordt alleen rekening gehouden met de eindig-verschilbenadering van de eerste-orde-afgeleide van de verlagingen ten opzichte van de hydraulische parameters. De meerdere-orde-afgeleiden worden hierbij niet in rekening gebracht. Dit heeft tot gevolg dat de afgeleide aanpassingsfactoren, bekomen uit de eerste berekening, slechts een benaderende waarde zullen geven van de hydraulische parameters. De nieuwe benaderende waarden van de parameters worden bekomen door de oude te vermenigvuldigen met hun corresponderende aanpassingsfaktor. Het algoritme wordt herhaald totdat de aanpassingsfactoren zeer klein worden en de som van de kwadraten van de afwijkingen een minimumwaarde bereikt. Als het aantal uitschieters hoog is wordt de gewone kleinste-kwadratenmethode gevolgd door de bigewichts kleinste-kwadratenmethode (LEBBE et al., 1993a).

Bij het begin van het minimalisatieproces moeten slechts die hydraulische parameters die een voldoende invloed op de verlaging hebben betrokken worden. Pas wanneer de som der kwadraten van de afwijkingen voldoende klein is geworden kunnen geleidelijk aan meer hydraulische parameters in de verdere berekeningen worden betrokken. De bewerkingen uitgevoerd door het invers model kunnen als voltooid worden beschouwd wanneer de berekende verlagingen zeer goed overeenkomen met de waargenomen verlagingen. Op dat moment is de som van de kwadraten van de afwijkingen geminimaliseerd en worden de hydraulische parameters samen met hun nauwkeurigheden afgeleid.

Met behulp van de afgeleide standaardafwijkingen (de voorwaardelijke en de marginale standaardafwijking) kunnen van

de hydraulische parameters de betrouwbaarheidsintervallen worden berekend. Het N%-betrouwbaarheidsinterval van een bepaalde parameter is dat interval waarin het N % waarschijnlijk is dat de werkelijke waarde van die parameter binnen de aangegeven grenzen gelegen is. Het betrouwbaarheidsinterval van een hydraulische parameter wordt bepaald door de afgeleide waarde van deze parameter te relateren aan de overeenstemmende betrouwbaarheidsfaktor. In de meeste gevallen waar de niet-diagonale termen van de korrelatiematrix voldoende klein zijn, kan de nauwkeurigheidsfaktor van het N%-betrouwbaarheidsinterval worden geschat met behulp van (LEBBE, 1988):

$$CfNC = 10 \frac{t_1 \cdot Sc}{\sqrt{p \cdot F_\alpha(p, n-p)}} \quad (2.22)$$

waarbij $t_1 = \sqrt{[p \cdot F_\alpha(p, n-p)]}$

met CfNC = de voorwaardelijke nauwkeurigheidsfaktor van het N%-betrouwbaarheidsinterval, met N een getal tussen 1 en 100,
 Sc = de voorwaardelijke standaardafwijking,
 p = het aantal parameters,
 n = het aantal waarnemingen,
 n-p = het aantal vrijheidsgraden en
 $F_\alpha(p, n-p)$ = de F-distributie overeenkomstig p, n-p en het gekozen significantieniveau α dat gelijk is aan $(1-N/100)/2$.

Indien de niet-diagonale termen van de korrelatiematrix groot zijn is het nuttig om eveneens het N%-betrouwbaarheidsinterval te beschouwen welke is afgeleid uit de marginale nauwkeurigheidsfaktor (CfNM). Deze wordt, met behulp van de marginale standaardafwijking (S_m) en de overeenstemmende t_1 -waarde, op gelijkaardige wijze berekend als in vergelijking (2.22). Een gezamenlijke interpretatie van de marginale standaardafwijking overschat echter de onzekerheid waarmee een parameter bepaald wordt indien de verschillende parameters met elkaar gekorreleerd zijn (DRAPER & SMITH, 1981). De onder- en bovengrenzen van het N%-betrouwbaarheidsinterval kunnen worden bekomen door de afgeleide waarde van de desbetreffende hydraulische parameter respektievelijk te delen of te vermenigvuldigen met de nauwkeurigheidsfaktor van het N%-betrouwbaarheidsinterval.

In de hiernavolgende paragraaf zal stap voor stap de werking van het invers model bij toepassing voor een pomp-proefinterpretatie worden verklaard. Voor een uitgebreide uiteenzetting van dit model wordt verwezen naar LEBBE (1988). In zijn werk wordt onder meer de geldigheid en werking van het model aangetoond met behulp van analytische modellen.

2.3.5.2. STAPSGEWIJZE INTERPRETATIE MET HET INVERS MODEL

Een eerste stap in de toepassing van het invers model bij de interpretatie van een pompproef is de schematisering van het grondwaterreservoir in verschillende lagen (paragraaf 2.3.5.1). Daarna volgt de invoer van de veranderlijken die het eindig-verschilnetwerk definiëren en de invoer van de hydraulische parameters van het grondwaterreservoir. De inschatting van deze parameters is gebaseerd op het litologisch profiel en/of op eventuele ervaring opgedaan bij andere pompproeven of op literatuurwaarden (DE BREUCK, 1972; TODD, 1980; LEBBE, 1988; BEAR & VERRUIJT, 1990). Vervolgens volgt de invoer van alle tijdens de pompproef waargenomen verlagingen. Hierbij moet eerst het aantal peilbuizen waarin de verlagingen werden waargenomen opgegeven worden en daarna voor elke peilbuis de laag, het aantal waarnemingen en de afstand tot de pompput. Tenslotte worden voor iedere peilbuis ook de waargenomen verlagingen en de overeenkomstige tijden opgegeven.

In een tweede stap worden de hydraulische parameters of groepen van hydraulische parameters waarvan men de waarden wil kennen bepaald. Eerst moet er een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd worden. Deze komt op gang na het invoeren van de faktor waarmee de parameters vermenigvuldigd moeten worden, het aantal uit te voeren gevoeligheidsanalysen en de hydraulische parameters die in de verschillende gevoeligheidsanalysen moeten worden gewijzigd. Het maximaal aantal gevoeligheidsanalysen is gelijk aan drie maal het aantal ingevoerde lagen. Hierbij zal dan ook een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd worden voor iedere hydraulische parameter afzonderlijk, zonder dat enkele in een groep worden opgenomen. Om in de gevoeligheidsanalysen de te wijzigen hydraulische parameters van elkaar te kunnen onderscheiden worden ze genummerd. Eerst worden alle horizontale doorlatendheden genummerd in dezelfde volgorde als de lagen. De nummering van de hydraulische weerstanden en de andere hydraulische parameters geschiedt op basis van het aantal lagen. Stel dat er in het behandelde probleem n lagen beschouwd worden, dan is hydraulische parameter nummer $n+1$ de

hydraulische weerstand tussen lagen 1 en 2, hydraulische parameter nummer $n+2$ de hydraulische weerstand tussen lagen 2 en 3, enz. Hierna volgt het nummeren van de specifieke elastische bergingen. De hydraulische parameter nummer $2n$ is de specifieke elastische berging van laag 1, hydraulische parameter nummer $2n+1$ die van laag 2, enz. Tenslotte wordt aan de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel het nummer $3n$ toegekend.

Aan de hand van de gegevens bekomen uit de gevoeligheidsanalyse en de linearisering kan men een rangschikking maken van de hydraulische parameters of van de groepen van hydraulische parameters, naarmate ze de waargenomen verlagingen meer of minder bepalen. Over het algemeen geldt dat hoe groter de gevoeligheid van een hydraulische parameter of van een groep van hydraulische parameters, hoe nauwkeuriger deze bepaald kan worden. Op basis van de gevoeligheden kunnen drie klassen van hydraulische parameters of groepen van hydraulische parameters onderscheiden worden: een klasse van parameters die de waargenomen verlagingen sterk beïnvloeden, een klasse van parameters die de waargenomen verlagingen matig beïnvloeden, alsmede een klasse van parameters die weinig of helemaal geen invloed hebben op de waargenomen verlagingen. De hydraulische parameters of groepen van hydraulische parameters die tot de laatstgenoemde klasse behoren kunnen niet bepaald worden uit de waargenomen verlagingen. Toch moeten voor deze parameters de geschatte waarden ingevoerd worden. Deze waarden zullen echter niet betrokken worden in de berekeningen van de gevoeligheidsanalyse en de regressie-analyse.

Bij de aanvang van het invers model zullen enkel die hydraulische parameters of groepen van hydraulische parameters die de waargenomen verlagingen sterk bepalen meegerekend worden in de gevoeligheidsanalysen. Alleen deze hydraulische parameters zullen in de opeenvolgende iteraties van het model gewijzigd worden. Pas nadat de som van de kwadraten van de afwijkingen klein genoeg geworden is door het herhaaldelijk aanpassen van deze parameters, kunnen dan stapsgewijs de overige hydraulische parameters die een matige invloed op de waargenomen verlaging hebben, bij het verdere minimalisatieproces betrokken worden. Op het moment dat de som van de kwadraten van de afwijkingen minimaal is kan men, uitgaande van deze som en de gevoeligheden van de verschillende hydraulische parameters, de nauwkeurigheid bepalen waarmee deze parameters door het model werden afgeleid.

Tenslotte dient te worden opgemerkt dat bij de opeenvolgende iteraties telkens de korrelatiematrix moet worden gecontroleerd. Benadert één van de niet-diagonale termen van deze matrix de waarde 1 of -1, dan bestaat er een onderling verband tussen de gevoeligheden van de verlagingen en de overeenkomstige hydraulische parameters. Verschillende combinaties van waarden van hydraulische parameters zullen dan resulteren in dezelfde verlagingen op dezelfde tijden en dezelfde afstanden als degene die in het invers model zijn ingevoerd. Zonder bijkomende gegevens over één van deze parameters is de oplossing van het model niet uniek (CARRERA & NEUMAN, 1986a, 1986b). Ook een aanvulling van de ingevoerde verlagingen met verlagingen op andere plaatsen en tijden kan er toe leiden dat de oplossing van het model uniek wordt.

2.3.5.3. UITVOERING EN INTERPRETATIE VAN DE POMPPROEF

In het bestek van onderhavige studie werd in het studiegebied een pompproef uitgevoerd om de hydraulische parameters van de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan te bepalen. Voor deze laag bestonden er tot nog toe geen gegevens. De hydraulische parameters, die met het invers model (LEBBE, 1988) werden bepaald, en de waargenomen evolutie van de verlagingen bij de pompproef kunnen dienen als invoergegevens voor de programma's SIPURE en MULPUM (hoofdstuk 3) en voor het hydrogeologisch optimalisatiemodel HYDALM (hoofdstuk 6).

2.3.5.3.1. Geologische gesteldheid

Voor de litologische, stratigrafische en hydrogeologische karakterisering van het grondwaterreservoir aan de hand van boorprofielen (BGD35E142, BL1, BL2 en BL3) en boorgatmetingen (BGD35E142 en BL1) wordt verwezen naar paragraaf 2.3.4. Van boven naar onderen treft men achtereenvolgens aan: het zandig Kwartair (Q), het kleiig Ieperiaan (Yc), het zandig Boven-Landeniaan (L2), het kleiig Onder-Landeniaan (L1), het Krijt (Kr) en tenslotte de Sokkel (So).

2.3.5.3.2. Voorbereiding en uitvoering van de pompproef

Om de pompproef tot uitvoering te brengen werden drie putten geplaatst, te weten BL1, BL2 en BL3 (Fig. 2.20), die

allen reiken tot aan de top van de slecht doorlatende laag van het Onder-Landeniaan. De pompput BL1 werd voorzien van een filterelement over nagenoeg de volledige dikte van de watervoerende laag van het Boven-Landeniaan. Dit filterelement, gelegen tussen -131,27 en -151,27, heeft een lengte van 20 m. Op respectievelijk 92,2 en 183,5 m van pompput BL1 werden de peilputten BL2 en BL3 op een lijn geplaatst. Beide zijn voorzien van een filterelement van 20 m, over de volledige dikte van het Boven-Landeniaan. Het filterelement van BL2 ligt tussen -131,39 en -151,39 en dat van BL3 tussen -131,35 en 151,35. De putten BL1, BL2 en BL3 zijn voorzien van buizen met dezelfde diameter. Alle filterelementen werden omstort met gekalibreerd zand waarvan de diameter varieert tussen 0,7 tot 1,25 mm. Deze omstorting belet het binnendringen van het materiaal van de afzetting in de put en zorgt er tevens voor dat het water gemakkelijker naar de filter kan toestromen. Alle boorgaten werden ter hoogte van de zeer slecht doorlatende laag van het Ieperiaan afgedicht door het aanbrengen van cement rond de buizen. Het plaatsen van dit cement voorkomt het instromen van water langs de buis en van de zeer slecht doorlatende naar de doorlatende lagen.

Met het oog op het meten van de grondwaterstanden werden, enkele dagen na het plaatsen van de filters, alle putten met behulp van een pomp met schoongepompt. Bij deze handeling is in put BL2 waarschijnlijk een deel van de PVC-buizen dichtgeklapt, aangezien er op een bepaald moment geen water meer kon worden opgepompt. De put BL2 kon hierdoor niet meer als peilput worden aangewend.

Alvorens tot de uitvoering van de pompproef over te gaan werd eerst op put BL1 gedurende 26 uren gepompt, waarbij in de put op regelmatige tijdstippen de stijghoogten werden opgenomen (Fig. 2.24). Het debiet bedroeg bij de start van de proef 6,54 m³/uur en nam op het einde af tot 5,88 m³/uur. Op basis van deze gegevens kon voor de definitieve pompproef het debiet worden vastgesteld op ca. 6,105 m³/uur.

De pumping werd gestart op 11 januari 1993 om 09h00. De pompput BL1 werd uitgerust met een pomp, die op ongeveer 100 m diepte werd opgehangen en een capaciteit had van ca. 7 m³/uur. De put BL3, gelegen op 183,5 m afstand van BL1, diende hierbij als peilput. Op pompput BL1 werd tot 22 januari 1993 om 09h00 onafgebroken gepompt, met uitzondering van twee korte onderbrekingsperiodes op 14 januari 1993 en op 19 januari 1993 toen de pomp gedurende respectievelijk 58 en 66 minuten moest

worden stilgelegd. Gedurende de volledige pompingsduur werd, zowel in pompput BL1 als in peilput BL3, de verlaging op regelmatige tijdstippen gemeten met behulp van een peilmeter. Na het stopzetten van de pomp werd tenslotte nog de restverlaging gemeten tot 1 februari 1993 om 08h15.

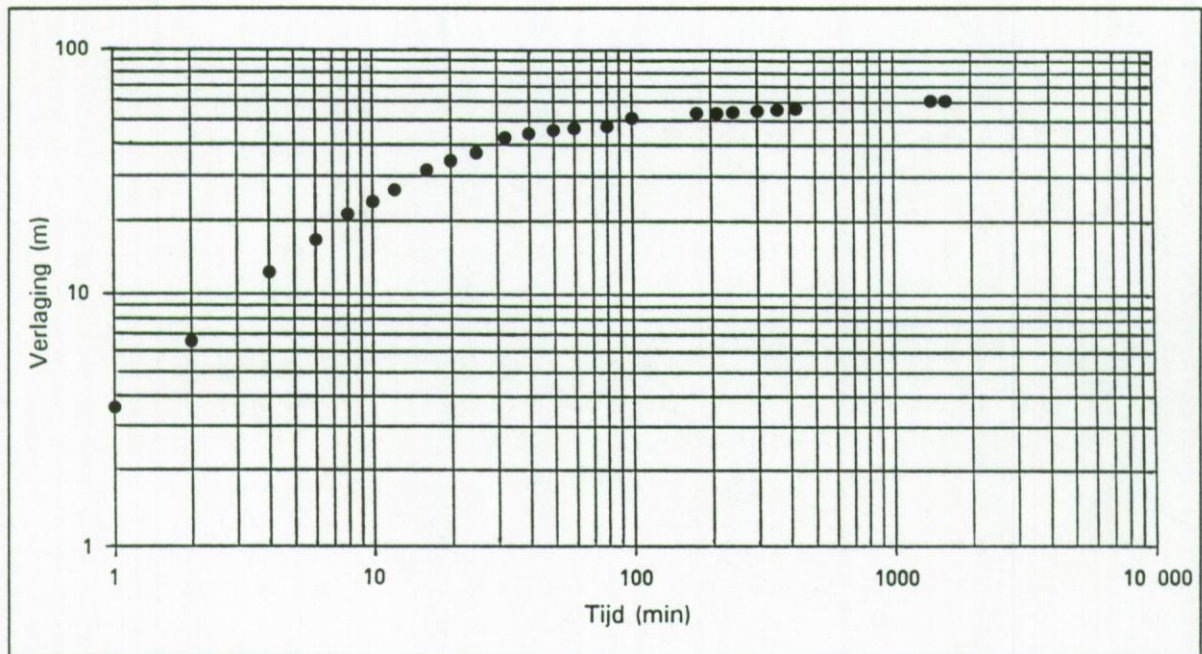


Fig. 2.24. Tijd-verlagingscurve van de voorbereidende pompproef.

2.3.5.3.3. Interpretatie van de pompproef met het invers model

De hydrogeologische doorsnede, de ligging van de filters van pompput BL1 en peilput BL3 en de schematisering van het grondwaterreservoir op de plaats van de pompproef worden in figuur 2.25 weergegeven. Deze figuur is gebaseerd op de boorbeschrijvingen van BGD35E142, BL1, BL2 en BL3 en op de boorgatmetingen in BGD35E142 en BL1. De diepste boring in de omgeving van de pompproefplaats is BGD35E142. Deze boring eindigt in de Sokkel (So) en heeft een aangeboorde diepte van 270,3 m (LAGA & VANDENBERGHE, 1990).

Het grondwaterreservoir wordt in het invers model gediscrèteerd in veertien verschillende lagen (Fig. 2.25). Dit grondwaterreservoir, dat gekenmerkt wordt door zijn gelaagde bouw, wordt bovenaan begrensd door de watertafel en onderaan door het als ondoorlatend beschouwd gedeelte van de Sokkel.

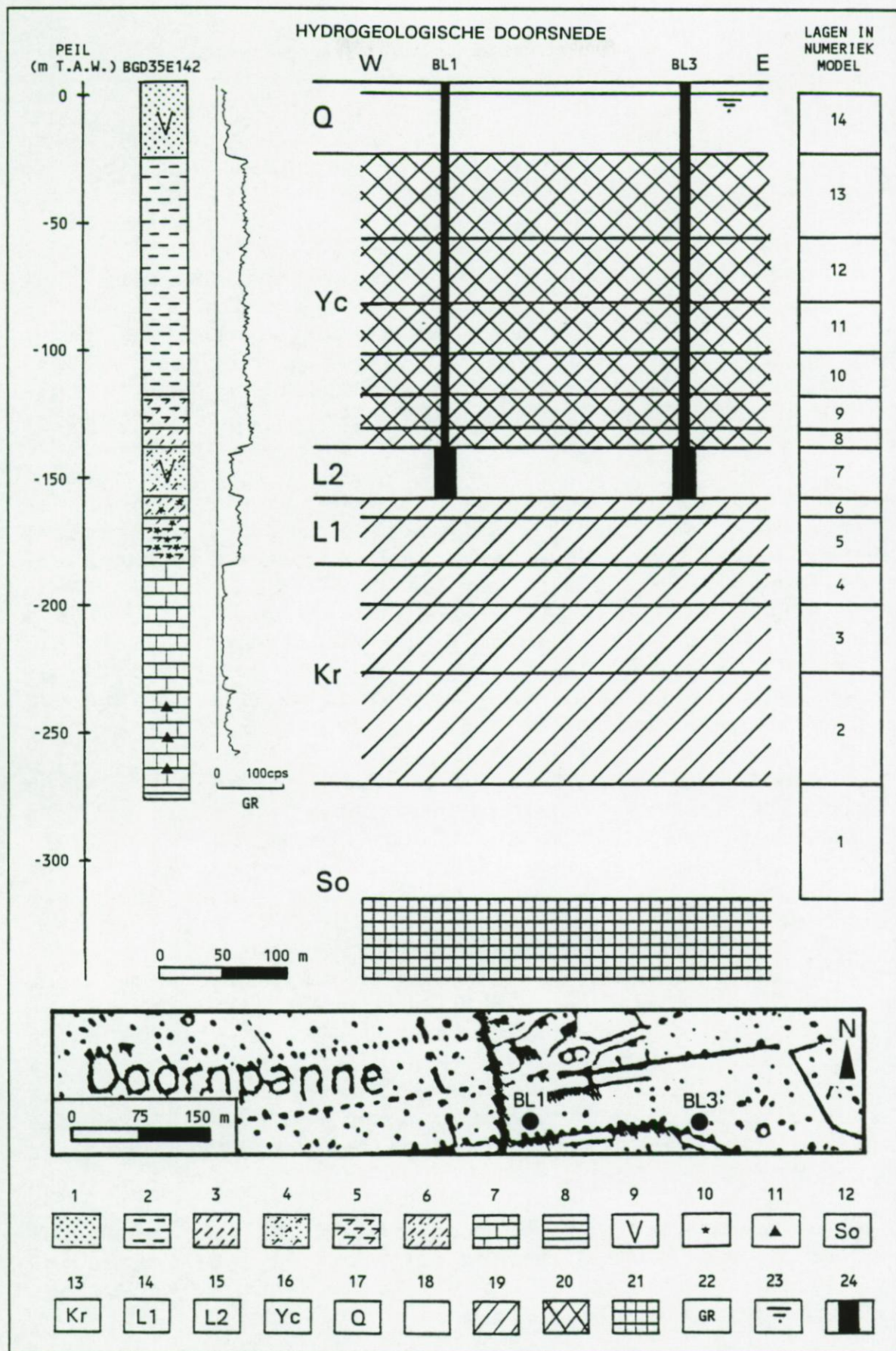


Fig. 2.25. Hydrogeologische doorsnede ter hoogte van de pompproefplaats samen met de lagenindeling in het numeriek invers model en de ligging van pompput BL1 en peilput BL3: 1. zand; 2. klei; 3. leem; 4. leemhoudend fijn zand; 5. leemhoudende klei; 6. zandhoudend leem; 7. mergelig krijt; 8. leistenen; 9. schelpen; 10. glauconiet; 11. silex; 12. Sokkel; 13. Krijt; 14. Onder-Landeniaan; 15. Boven-Landeniaan; 16. leperiaan; 17. Kwartair; 18. doorlatend; 19. slecht doorlatend; 20. zeer slecht doorlatend; 21. ondoorlatend; 22. natuurlijke gammastraling; 23. watertafel; 24. filter.

De onderste laag, laag 1, valt samen met de bovenste 40 m van de Sokkel en wordt verondersteld gebarsten en gespleten te zijn. Deze laag, gelegen tussen -298,45 en -258,45, is doorlatend.

De Sokkel wordt bedekt door de afzetting van het Krijt (Kr). Deze afzetting wordt in het model opgedeeld in drie lagen, namelijk de lagen 2, 3 en 4 die respektievelijk een dikte hebben van 39, 25 en 16 m. Laag 2 bevindt zich tussen -258,45 en -219,45, laag 3 tussen -219,45 en -194,45 en laag 4 tussen -194,45 en -178,45. Deze lagen zijn allen slecht doorlatend.

Boven het Krijt komt een 44,8 m dikke afzetting voor van de Groep van Landen. Het kleiig gedeelte hiervan, de Formatie van Hannut (L1), komt in het model overeen met de slecht doorlatende lagen 5 en 6. Laag 5 ligt tussen -178,45 en -160,45 en is 18 m dik. Laag 6, gelegen tussen -160,45 en -151,45, is 9 m dik. Het zandig gedeelte van de Groep van Landen, de Formatie van Tienen (L2), vormt laag 7 en is in deze pompproef tevens de aangepompte laag. Deze doorlatende laag heeft een dikte van 17,8 m en bevindt zich tussen -151,45 en -133,65.

Op de Formatie van Tienen rust een 113 m dikke kleiige afzetting van de Groep van Ieper (Formatie van Kortrijk). In het model wordt deze zeer slecht doorlatende Ieperiaanafzetting (Yc), gelegen tussen -133,65 en -20,65, opgedeeld in zes lagen: de lagen 8, 9, 10, 11, 12 en 13. Deze lagen nemen van onderen naar boven in dikte toe. Deze geleidelijke toename werd zo gekozen om de geringe waterstroming, die zich in de Ieperiaanklei voordoet, op nauwkeurige wijze te simuleren. Laag 8 heeft een dikte van 8 m en bevindt zich tussen -133,65 en -125,65. Laag 9 is gelegen tussen -125,65 en -113,65 en is 12 m dik. Laag 10 met een dikte van 16 m ligt tussen -113,65 en -97,65, laag 11 die gelegen is tussen -97,65 en -77,65 is dus 20 m dik. Vervolgens laag 12 tussen -77,65 en -52,65 die 25 m dik is en laag 13 die een dikte heeft van 32 m en ligt tussen -52,65 en -20,65.

De bovenste laag van het model, laag 14, valt samen met de verzadigde kwartaire afzetting (Q). Deze 23 m dikke zandige laag, gelegen tussen -20,65 en +2,35, is doorlatend. In het model ligt het maaiveld gemiddeld op +6,64.

Bij de interpretatie van de pompproefgegevens werden de tijdens de pompproef waargenomen verlagingen en de tijdens de

daarop volgende stijgproef waargenomen restverlagingen samen in het invers model ingevoerd. Van de waargenomen metingen werden slechts deze, waarvan werd vermoed dat de relatieve fout ervan beperkt was, gebruikt. De hydraulische parameters werden vervolgens bepaald door het model ten uitvoer te brengen. Bij deze bepaling werd de som van de kwadraten van de afwijkingen tussen de waargenomen en de berekende verlagingen geminimaliseerd.

Op grond van de resultaten van de uitgevoerde gevoeligheidsanalyses en linearisering kan worden geconcludeerd dat enkele hydraulische parameters van lagen ingevoerd in het invers model de waargenomen verlagingen onvoldoende beïnvloeden, waardoor deze parameters niet uit de waargenomen verlagingen kunnen worden afgeleid. Deze parameters zijn de horizontale doorlatendheden van de Sokkel (laag 1) en van de kwartaire afzetting (laag 14). De waarden, die voor deze hydraulische parameters in het model werden ingevoerd, zijn dan ook afgeleid uit andere hydrogeologische studies. Voor de horizontale doorlatendheid van de Sokkel werd een waarde gebruikt van 0,75 m/d en voor de kwartaire afzetting een waarde van 11 m/d. Ook de specifieke elastische bergingen van de aangrenzende lagen van de aangepompte laag (laag 7) kunnen niet rechtstreeks uit de waargenomen verlagingen worden bepaald. Hun verhouding ten opzichte van de specifieke elastische berging van de aangepompte laag werd daarom enkel geschat en aldus ingevoerd in het model. Zo werd aangenomen dat de specifieke elastische berging van het Onder-Landeniaan tweemaal kleiner is dan die van het Boven-Landeniaan. Voor de specifieke elastische berging van de Sokkel werd een waarde van $0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ ingevoerd. De specifieke elastische berging van de basis van het Ieperiaan (laag 8) werd gelijkgesteld aan die van het Boven-Landeniaan en voor de rest van het Ieperiaan werd verder voor de specifieke elastische berging een geleidelijke toename naar boven toe verondersteld. De specifieke elastische berging van de kwartaire afzetting werd tenslotte geschat op $0,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ en de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel op een waarde van 0,165.

Uit de opeenvolgende simulaties is gebleken dat deze ingevoerde of geschatte waarden slechts weinig of niet de waargenomen verlagingen beïnvloeden. Het volstaat dan ook slechts ruwe benaderingen voor deze parameters in te voeren zonder dat deze een invloed zullen hebben op de waarden van de afgeleide hydraulische parameters.

2.3.5.3.4. Afgeleide hydraulische parameters

Op het moment dat de berekende verlagingen zeer goed overeenstemmen met de waargenomen verlagingen is de som van de kwadraten van de afwijkingen geminimaliseerd en worden de hydraulische parameters samen met hun nauwkeurigheden afgeleid.

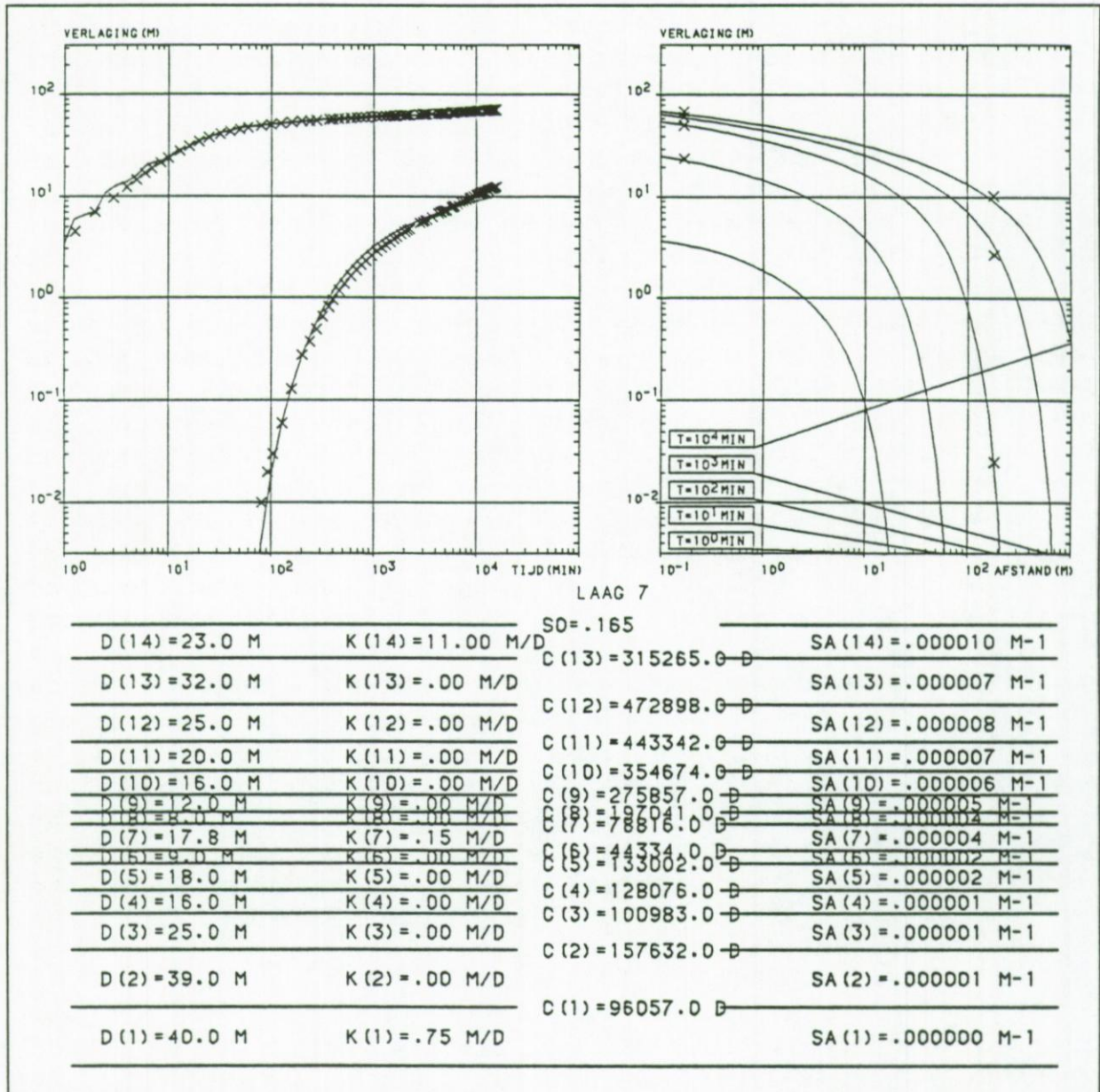


Fig. 2.26. Berekende (volle lijn) en waargenomen (kruisjes) verlagingen samen met de afgeleide waarden van de hydraulische parameters bij de pompproef in het Boven-Landenaan te Koksijde-Oostduinkerke.

De berekende en de waargenomen verlagingen van de aangepompte laag (laag 7) zijn opgenomen in tijd-verlagings- en afstand-verlagingsgrafieken (Fig. 2.26). In deze grafieken zijn de berekende en de waargenomen verlagingen uitgezet in functie van de overeenkomstige tijdstippen na het starten van de pomp of in functie van de afstanden van de peilbuizen tot de pompput. Alle beschouwde assen hebben een logaritmische schaal. De volle lijnen stellen de berekende verlagingen voor en de kruisjes de waargenomen verlagingen. Onder de grafieken zijn de verschillende lagen van het grondwaterreservoir proportioneel met hun dikte weergegeven. Hierbij wordt voor elke laag de waarde van de dikte, de horizontale doorlatendheid en de specifieke elastische berging opgegeven. Op de scheidelijnslijn van twee lagen wordt de hydraulische weerstand tussen die lagen aangeduid. De bergingscoëfficiënt nabij de watertafel wordt aangegeven naast de bovenste grens van de bovenste laag. Deze grens is de watertafel.

In tabel 2.9 zijn de logaritmische waarden van de berekende en de waargenomen verlagingen opgenomen samen met de onderlinge verschillen tussen deze waarden. Ook de waargenomen verlagingen en de afgeleide hydraulische parameters zijn in deze tabel weergegeven. Voor iedere peilbuis is afzonderlijk een tabel opgenomen met in de verschillende kolommen achtereenvolgens: het nummer van de waarneming, de logaritme van de tijd van de waarneming, de logaritme van de berekende verlaging, de logaritme van de waargenomen verlaging en de logaritme van de berekende verlaging verminderd met de logaritme van de waargenomen verlaging. Na deze waarden zijn ook de gemiddelde afwijkingen en de standaardafwijkingen van de waarnemingen in de peilbuis aangegeven.

Uit figuur 2.26 en tabel 2.9 kan worden afgeleid dat er tussen de waargenomen en de berekende verlagingen een goede overeenkomst bestaat. Hieruit kan worden opgemaakt dat de gesimuleerde grondwaterstroming naar de pompput toe de werkelijke stroming benadert. De verschillen tussen de waargenomen en de berekende verlagingen zijn het gevolg van meet- en simulatiefouten (LEBBE et al., 1993a).

Uit de waarnemingen van de uitgevoerde pompproef in het Boven-Landenaan kunnen door het invers model drie verschillende hydraulische parameters worden afgeleid. Deze zijn de horizontale doorlatendheid $k^h(7)$ en specifieke elastische berging $S_A(7)$ van de aangepompte laag en de hydraulische weerstanden van de aangrenzende lagen, namelijk $c(1-6)$ en $c(7-13)$.

Tab. 2.9. Waargenomen en berekende verlagingen samen met hun onderlinge verschillen overeenkomstig de afgeleide hydraulische parameters bij de pomproef in het Boven-Landenaan te Koksijde-Oostduinkerke.

RADIUS OF WELLSCREEN, R, IN M, -----	0.080
DISCHARGE OF PUMPED WELL, QD, IN M ³ /DAY, -----	146.541
INITIAL TIME, T ₁ , IN MIN, -----	0.100
LOGARITMIC INCREASE OF TIME AND OF RADIUS OF RINGS:	
LOGA, -----	0.100
LATEST CALCULATED TIME, T ₂ , IN MIN, -----	16010.
NUMBER OF LAYERS, N, -----	14
NUMBER OF RINGS, M, -----	52
THE WELLSCREEN IS SITUATED IN LAYER -----	7
THICKNESS OF THE SUCCESSIVE LAYERS, IN M	
NUMBERED FROM LOWER TO UPPER	
THICKNESS OF LAYER 1, IN M, -----	40.000
THICKNESS OF LAYER 2, IN M, -----	39.000
THICKNESS OF LAYER 3, IN M, -----	25.000
THICKNESS OF LAYER 4, IN M, -----	16.000
THICKNESS OF LAYER 5, IN M, -----	18.000
THICKNESS OF LAYER 6, IN M, -----	9.000
THICKNESS OF LAYER 7, IN M, -----	17.800
THICKNESS OF LAYER 8, IN M, -----	8.000
THICKNESS OF LAYER 9, IN M, -----	12.000
THICKNESS OF LAYER 10, IN M, -----	16.000
THICKNESS OF LAYER 11, IN M, -----	20.000
THICKNESS OF LAYER 12, IN M, -----	25.000
THICKNESS OF LAYER 13, IN M, -----	32.000
THICKNESS OF LAYER 14, IN M, -----	23.000
----- NUMBER OF HYDRAULIC PARAMETER ---/NR. /-----	
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(1), IN M/DAY, -----/ 1/---	0.7500
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(2), IN M/DAY, -----/ 2/---	0.0004
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(3), IN M/DAY, -----/ 3/---	0.0004
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(4), IN M/DAY, -----/ 4/---	0.0004
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(5), IN M/DAY, -----/ 5/---	0.0002
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(6), IN M/DAY, -----/ 6/---	0.0002
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(7), IN M/DAY, -----/ 7/---	0.1528
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(8), IN M/DAY, -----/ 8/---	0.0001
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(9), IN M/DAY, -----/ 9/---	0.0001
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(10), IN M/DAY, -----/ 10/---	0.0001
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(11), IN M/DAY, -----/ 11/---	0.0001
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(12), IN M/DAY, -----/ 12/---	0.0001
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(13), IN M/DAY, -----/ 13/---	0.0001
HYDRAULIC CONDUCTIVITY, K(14), IN M/DAY, -----/ 14/---	11.0000
HYDRAULIC RESISTANCE, C(1), IN DAY, -----/ 15/---	96057.29
HYDRAULIC RESISTANCE, C(2), IN DAY, -----/ 16/---	157632.48
HYDRAULIC RESISTANCE, C(3), IN DAY, -----/ 17/---	100983.31
HYDRAULIC RESISTANCE, C(4), IN DAY, -----/ 18/---	128076.39
HYDRAULIC RESISTANCE, C(5), IN DAY, -----/ 19/---	133002.40
HYDRAULIC RESISTANCE, C(6), IN DAY, -----/ 20/---	44334.13
HYDRAULIC RESISTANCE, C(7), IN DAY, -----/ 21/---	78816.24
HYDRAULIC RESISTANCE, C(8), IN DAY, -----/ 22/---	197040.60
HYDRAULIC RESISTANCE, C(9), IN DAY, -----/ 23/---	275856.83
HYDRAULIC RESISTANCE, C(10), IN DAY, -----/ 24/---	354673.07
HYDRAULIC RESISTANCE, C(11), IN DAY, -----/ 25/---	443341.34
HYDRAULIC RESISTANCE, C(12), IN DAY, -----/ 26/---	472897.43
HYDRAULIC RESISTANCE, C(13), IN DAY, -----/ 27/---	315264.95
SPECIFIC ELASTIC STORAGE, SA(1), IN M-1, -----/ 28/---	0.500E-06
SPECIFIC ELASTIC STORAGE, SA(2), IN M-1, -----/ 29/---	0.100E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE, SA(3), IN M-1, -----/ 30/---	0.100E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE, SA(4), IN M-1, -----/ 31/---	0.100E-05

Tab. 2.9. (Vervolg 1).

SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(5),IN M-1,-----/ 32/--	0.200E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(6),IN M-1,-----/ 33/--	0.200E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(7),IN M-1,-----/ 34/--	0.411E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(8),IN M-1,-----/ 35/--	0.400E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(9),IN M-1,-----/ 36/--	0.500E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(10),IN M-1,-----/ 37/--	0.600E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(11),IN M-1,-----/ 38/--	0.700E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(12),IN M-1,-----/ 39/--	0.800E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(13),IN M-1,-----/ 40/--	0.700E-05
SPECIFIC ELASTIC STORAGE,SA(14),IN M-1,-----/ 41/--	0.100E-04
STORAGE COEFFICIENT AT THE WATERTABLE,S0,----/ 42/--	0.1650000

OBS.WELL 1 IN LAYER 7 AT 0.2M OF PUMPED WELL HAS 50 OBSERVATIONS										
TIME (MIN)	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	9.	10.	13.
DRAWDOWN(M)	4.45	6.95	9.67	12.40	14.74	17.00	19.04	21.75	24.20	28.30
TIME (MIN)	16.	20.	25.	32.	40.	50.	60.	80.	100.	125.
DRAWDOWN(M)	31.62	35.00	38.20	41.45	44.00	46.16	47.69	49.74	51.13	52.35
TIME (MIN)	160.	200.	240.	280.	373.	400.	460.	520.	600.	680.
DRAWDOWN(M)	53.63	55.01	55.43	56.20	57.25	57.54	58.10	58.50	59.02	59.56
TIME (MIN)	760.	840.	960.	1080.	1200.	1320.	1444.	1575.	1686.	1848.
DRAWDOWN(M)	60.02	60.43	60.96	61.40	61.58	61.74	61.98	62.01	62.26	62.75
TIME (MIN)	2010.	2130.	2250.	2835.	3010.	3150.	3293.	3690.	4267.	4515.
DRAWDOWN(M)	63.00	63.33	63.40	64.12	64.38	64.55	64.74	65.16	65.63	65.64

OBS.WELL 2 IN LAYER 7 AT 0.2M OF PUMPED WELL HAS 31 OBSERVATIONS										
TIME (MIN)	4574.	4798.	4980.	5040.	5100.	5160.	5720.	5890.	6015.	6180.
DRAWDOWN(M)	65.76	66.14	64.86	65.63	65.96	66.23	66.86	66.93	66.92	67.15
TIME (MIN)	6570.	7140.	7560.	8010.	8580.	9000.	9450.	10039.	10480.	10890.
DRAWDOWN(M)	67.62	68.10	68.03	68.37	68.87	68.80	69.28	69.41	69.68	69.97
TIME (MIN)	12090.	12330.	12934.	13112.	13367.	13770.	14347.	14791.	15210.	15796.
DRAWDOWN(M)	69.96	70.30	70.60	70.60	70.75	71.07	71.14	71.36	71.65	71.74
TIME (MIN)	15840.									
DRAWDOWN(M)	71.60									

OBS.WELL 3 IN LAYER 7 AT183.5M OF PUMPED WELL HAS 50 OBSERVATIONS										
TIME (MIN)	71.	82.	94.	105.	130.	160.	202.	240.	280.	320.
DRAWDOWN(M)	0.01	0.01	0.02	0.03	0.06	0.13	0.28	0.38	0.50	0.66
TIME (MIN)	365.	400.	465.	524.	605.	684.	764.	844.	961.	1081.
DRAWDOWN(M)	0.82	0.95	1.16	1.36	1.61	1.84	2.05	2.26	2.53	2.80
TIME (MIN)	1201.	1323.	1451.	1582.	1692.	1854.	2014.	2134.	2254.	2844.
DRAWDOWN(M)	3.02	3.25	3.48	3.70	3.88	4.13	4.36	4.52	4.68	5.37
TIME (MIN)	3017.	3156.	3298.	3696.	4272.	4520.	4597.	4803.	4986.	5046.
DRAWDOWN(M)	5.54	5.67	5.79	6.19	6.74	6.89	7.00	7.18	7.20	7.20
TIME (MIN)	5106.	5166.	5726.	5895.	6021.	6175.	6576.	7146.	7566.	8016.
DRAWDOWN(M)	7.22	7.26	7.73	7.86	7.95	8.06	8.35	8.74	8.99	9.24

OBS.WELL 4 IN LAYER 7 AT183.5M OF PUMPED WELL HAS 24 OBSERVATIONS										
TIME (MIN)	8586.	9006.	9456.	10045.	10486.	10896.	11488.	11516.	11556.	11616.
DRAWDOWN(M)	9.55	9.79	10.04	10.34	10.54	10.73	10.97	10.96	10.93	10.85
TIME (MIN)	11691.	11784.	11938.	12096.	12336.	12938.	13115.	13372.	13776.	14353.
DRAWDOWN(M)	10.80	10.82	10.92	11.02	11.16	11.47	11.55	11.66	11.84	12.09
TIME (MIN)	14797.	15216.	15805.	15840.						
DRAWDOWN(M)	12.24	12.39	12.61	12.61						

Tab. 2.9. (Vervolg 2).

OBSERVATION WELL 1 IN LAYER 7 AT 0.2M OF PUMPED WELL				
OBSERVATION NUMBER	TIME(MIN) OBSERVATION	LOG. CALCUL. DRAWDOWN(M)	LOG. OBSERVED DRAWDOWN(M)	LOG. DIF. DRAWDOWN
1	1.30	0.7831	0.6484	0.1347
2	2.00	0.8351	0.8420	-0.0069
3	3.00	1.0506	0.9854	0.0651
4	4.00	1.1369	1.0934	0.0435
5	5.00	1.2033	1.1685	0.0348
6	6.00	1.2189	1.2304	-0.0115
7	7.00	1.3228	1.2797	0.0432
8	8.50	1.3449	1.3375	0.0074
9	10.00	1.3578	1.3838	-0.0261
10	13.00	1.4624	1.4518	0.0106
11	16.00	1.4758	1.5000	-0.0242
12	20.00	1.5510	1.5441	0.0070
13	25.00	1.5675	1.5821	-0.0146
14	32.00	1.6235	1.6175	0.0059
15	40.00	1.6359	1.6435	-0.0075
16	50.00	1.6722	1.6643	0.0080
17	60.00	1.6824	1.6784	0.0039
18	80.00	1.6957	1.6967	-0.0010
19	100.00	1.7038	1.7087	-0.0049
20	125.00	1.7142	1.7189	-0.0047
21	160.00	1.7220	1.7294	-0.0074
22	200.00	1.7315	1.7404	-0.0090
23	240.00	1.7366	1.7437	-0.0071
24	280.00	1.7415	1.7497	-0.0083
25	373.00	1.7508	1.7578	-0.0070
26	400.00	1.7523	1.7600	-0.0077
27	460.00	1.7573	1.7642	-0.0069
28	520.00	1.7617	1.7672	-0.0055
29	600.00	1.7646	1.7710	-0.0064
30	680.00	1.7680	1.7750	-0.0069
31	760.00	1.7719	1.7783	-0.0064
32	840.00	1.7747	1.7813	-0.0065
33	960.00	1.7773	1.7850	-0.0077
34	1080.00	1.7805	1.7882	-0.0077
35	1200.00	1.7838	1.7894	-0.0057
36	1320.00	1.7863	1.7906	-0.0043
37	1444.00	1.7880	1.7923	-0.0043
38	1575.00	1.7851	1.7925	-0.0074
39	1686.00	1.7867	1.7942	-0.0075
40	1848.00	1.7892	1.7976	-0.0084
41	2010.00	1.7915	1.7993	-0.0078
42	2130.00	1.7926	1.8016	-0.0091
43	2250.00	1.7935	1.8021	-0.0086
44	2835.00	1.7986	1.8070	-0.0084
45	3010.00	1.8002	1.8088	-0.0085
46	3150.00	1.8014	1.8099	-0.0085
47	3293.00	1.8022	1.8112	-0.0089
48	3690.00	1.8042	1.8140	-0.0098
49	4267.00	1.8072	1.8171	-0.0099
50	4515.00	1.8086	1.8172	-0.0086
MEAN OF DEVIATIONS TO OBSERVATIONS IN WELL 1 OF				
13 OBSERVATIONS BEFORE 31.6 MIN. AFTER START OF PUMPAGE				0.0202
STANDARD DEVIATION -----				0.0446
MEAN OF DEVIATIONS TO OBSERVATIONS IN WELL 1 OF				
37 OBSERVATIONS AFTER 31.6 MIN. AFTER START OF PUMPAGE				-0.0061
STANDARD DEVIATION -----				0.0041
MEAN OF DEVIATIONS TO ALL OBSERVATIONS OF WELL 1 -----				0.0007

Tab. 2.9. (Vervolg 3).

STANDARD DEVIATION -----					0.0252
OBSERVATION WELL 2 IN LAYER 7 AT 0.2M OF PUMPED WELL					
OBSERVATION NUMBER	TIME(MIN) OBSERVATION	LOG. CALCUL. DRAWDOWN(M)	LOG. OBSERVED DRAWDOWN(M)	LOG. DIF. DRAWDOWN	
1	4574.00	1.8089	1.8180	-0.0090	
2	4798.00	1.8101	1.8205	-0.0104	
3	4980.00	1.7991	1.8120	-0.0129	
4	5040.00	1.8018	1.8171	-0.0153	
5	5100.00	1.8030	1.8193	-0.0163	
6	5160.00	1.8050	1.8211	-0.0161	
7	5720.00	1.8098	1.8252	-0.0154	
8	5890.00	1.8099	1.8256	-0.0157	
9	6015.00	1.8103	1.8256	-0.0152	
10	6180.00	1.8114	1.8270	-0.0157	
11	6570.00	1.8125	1.8301	-0.0176	
12	7140.00	1.8147	1.8331	-0.0184	
13	7560.00	1.8159	1.8327	-0.0168	
14	8010.00	1.8173	1.8349	-0.0175	
15	8580.00	1.8185	1.8380	-0.0195	
16	9000.00	1.8192	1.8376	-0.0184	
17	9450.00	1.8123	1.8406	-0.0283	
18	10039.00	1.8130	1.8414	-0.0284	
19	10480.00	1.8138	1.8431	-0.0293	
20	10890.00	1.8145	1.8449	-0.0304	
21	12090.00	1.8165	1.8448	-0.0284	
22	12330.00	1.8169	1.8470	-0.0301	
23	12934.00	1.8177	1.8488	-0.0311	
24	13112.00	1.8179	1.8488	-0.0309	
25	13367.00	1.8182	1.8497	-0.0315	
26	13770.00	1.8186	1.8517	-0.0330	
27	14347.00	1.8192	1.8521	-0.0329	
28	14791.00	1.8197	1.8535	-0.0338	
29	15210.00	1.8201	1.8552	-0.0351	
30	15796.00	1.8206	1.8558	-0.0351	
31	15840.00	1.8207	1.8549	-0.0342	
MEAN OF DEVIATIONS TO OBSERVATIONS IN WELL 2 OF					
31 OBSERVATIONS AFTER 31.6 MIN. AFTER START OF PUMPAGE					-0.0233
STANDARD DEVIATION -----					0.0085
MEAN OF DEVIATIONS TO ALL OBSERVATIONS OF WELL 2 -----					-0.0233
STANDARD DEVIATION -----					0.0085
OBSERVATION WELL 3 IN LAYER 7 AT183.5M OF PUMPED WELL					
OBSERVATION NUMBER	TIME(MIN) OBSERVATION	LOG. CALCUL. DRAWDOWN(M)	LOG. OBSERVED DRAWDOWN(M)	LOG. DIF. DRAWDOWN	
1	71.00	-3.2244	-2.3010	-0.9234	
2	82.00	-2.4082	-2.0000	-0.4082	
3	94.00	-1.9700	-1.6990	-0.2710	
4	105.00	-1.6739	-1.5229	-0.1510	
5	130.00	-1.2271	-1.2218	-0.0053	
6	160.00	-0.8832	-0.8861	0.0029	
7	202.00	-0.5729	-0.5528	-0.0201	
8	240.00	-0.3857	-0.4202	0.0346	
9	280.00	-0.2389	-0.3010	0.0622	
10	320.00	-0.1242	-0.1805	0.0562	
11	365.00	-0.0270	-0.0862	0.0592	

Tab. 2.9. (Vervolg 4).

12	400.00	0.0384	-0.0223	0.0607
13	465.00	0.1314	0.0645	0.0670
14	524.00	0.2008	0.1319	0.0689
15	605.00	0.2745	0.2055	0.0690
16	684.00	0.3323	0.2636	0.0686
17	764.00	0.3806	0.3118	0.0688
18	844.00	0.4211	0.3531	0.0680
19	961.00	0.4700	0.4031	0.0668
20	1081.00	0.5109	0.4472	0.0637
21	1201.00	0.5453	0.4800	0.0653
22	1323.00	0.5752	0.5119	0.0634
23	1451.00	0.6017	0.5416	0.0602
24	1582.00	0.6264	0.5682	0.0582
25	1692.00	0.6433	0.5888	0.0545
26	1854.00	0.6658	0.6160	0.0498
27	2014.00	0.6860	0.6395	0.0466
28	2134.00	0.6988	0.6551	0.0437
29	2254.00	0.7110	0.6702	0.0407
30	2844.00	0.7601	0.7296	0.0306
31	3017.00	0.7721	0.7435	0.0285
32	3156.00	0.7812	0.7532	0.0280
33	3298.00	0.7893	0.7627	0.0267
34	3696.00	0.8103	0.7917	0.0186
35	4272.00	0.8358	0.8283	0.0075
36	4520.00	0.8453	0.8382	0.0071
37	4597.00	0.8481	0.8451	0.0030
38	4803.00	0.8555	0.8561	-0.0006
39	4986.00	0.8540	0.8573	-0.0033
40	5046.00	0.8522	0.8573	-0.0052
41	5106.00	0.8524	0.8585	-0.0061
42	5166.00	0.8540	0.8609	-0.0070
43	5726.00	0.8742	0.8882	-0.0140
44	5895.00	0.8798	0.8951	-0.0154
45	6021.00	0.8833	0.9001	-0.0168
46	6175.00	0.8881	0.9061	-0.0180
47	6576.00	0.8982	0.9217	-0.0235
48	7146.00	0.9108	0.9415	-0.0308
49	7566.00	0.9193	0.9538	-0.0344
50	8016.00	0.9277	0.9657	-0.0379
MEAN OF DEVIATIONS TO OBSERVATIONS IN WELL 3 OF				
50 OBSERVATIONS AFTER 31.6 MIN. AFTER START OF PUMPAGE				-0.0109
STANDARD DEVIATION				0.1563
MEAN OF DEVIATIONS TO ALL OBSERVATIONS OF WELL 3				-0.0109
STANDARD DEVIATION				0.1563

OBSERVATION WELL 4 IN LAYER 7 AT183.5M OF PUMPED WELL				
OBSERVATION NUMBER	TIME(MIN) OBSERVATION	LOG. CALCUL. DRAWDOWN(M)	LOG. OBSERVED DRAWDOWN(M)	LOG. DIF. DRAWDOWN
1	8586.00	0.9369	0.9800	-0.0431
2	9006.00	0.9434	0.9908	-0.0474
3	9456.00	0.9485	1.0017	-0.0533
4	10045.00	0.9548	1.0145	-0.0598
5	10486.00	0.9592	1.0228	-0.0637
6	10896.00	0.9632	1.0306	-0.0674
7	11488.00	0.9691	1.0402	-0.0711
8	11516.00	0.9694	1.0398	-0.0704
9	11556.00	0.9698	1.0386	-0.0688
10	11616.00	0.9704	1.0354	-0.0651

Tab. 2.9. (Vervolg 5, einde).

11	11691.00	0.9711	1.0334	-0.0623
12	11784.00	0.9720	1.0342	-0.0623
13	11938.00	0.9734	1.0382	-0.0648
14	12096.00	0.9749	1.0422	-0.0673
15	12336.00	0.9771	1.0477	-0.0705
16	12938.00	0.9824	1.0596	-0.0772
17	13115.00	0.9838	1.0626	-0.0788
18	13372.00	0.9859	1.0667	-0.0808
19	13776.00	0.9890	1.0734	-0.0843
20	14353.00	0.9934	1.0824	-0.0890
21	14797.00	0.9967	1.0878	-0.0911
22	15216.00	0.9998	1.0931	-0.0933
23	15805.00	1.0039	1.1007	-0.0968
24	15840.00	1.0041	1.1007	-0.0966
MEAN OF DEVIATIONS TO OBSERVATIONS IN WELL 4 OF				
24 OBSERVATIONS BEFORE 31.6 MIN. AFTER START OF PUMPAGE				-0.0719
STANDARD DEVIATION				0.0147
MEAN OF DEVIATIONS TO ALL OBSERVATIONS OF WELL 4				-0.0719
STANDARD DEVIATION				0.0147
MEAN OF DEVIATIONS TO ALL OBSERVATIONS				-0.0191
STANDARD DEVIATION				0.0928
MEAN OF DEVIATIONS OF 155 OBSERVATIONS IN LAYER 7				-0.0191
STANDARD DEVIATION				0.0928

In het model werd voor de weerstanden $c(1-6)$ en $c(7-13)$ een vaste onderlinge verhouding aangenomen. Deze verhouding is gesteund op de litologische samenstelling en op de gekozen dikte van de verschillende lagen. De bij deze interpretatie afgeleide hydraulische parameters zijn, samen met hun marginale nauwkeurigheidsfactor van het 98%-betrouwbaarheidsinterval (Cf_{98M}), opgenomen in tabel 2.10. Deze marginale nauwkeurigheidsfactor wordt bepaald met behulp van de marginale standaardafwijking (S_m). De boven- en ondergrenzen van het 98%-betrouwbaarheidsinterval kunnen worden berekend door de afgeleide waarde van de hydraulische parameter respectievelijk te vermenigvuldigen of te delen met de marginale nauwkeurigheidsfactor van het 98%-betrouwbaarheidsinterval.

Uit de marginale nauwkeurigheidsfactoren van het 98%-betrouwbaarheidsinterval (Tab. 2.10) volgt dat de hydraulische parameters van de aangepompte laag (Boven-Landeniaan), de horizontale doorlatendheid $k^h(7)$ en de specifieke elastische berging $S_A(7)$, zeer nauwkeurig uit de waargenomen verlagingen kunnen worden afgeleid. Van deze twee parameters is de hori-

zontale doorlatendheid het meest nauwkeurig bepaald. De hydraulische weerstanden van de aangrenzende lagen, uitgedrukt in vertikale doorlatendheden k^v , kunnen veel minder nauwkeurig worden afgeleid. De relatief grote Cf98M-waarde voor $k^v(2-4)$, $k^v(5-6)$ en $k^v(8-13)$, respectievelijk van het Krijt, het Onder-Landeniaan en het Ieperiaan, duidt erop dat de afgeleide waarden slechts een schatting weergeven van de grootte-orde van deze parameters. Deze parameters geven dus slechts een aanwijzing van de mate van het lek uit de aangrenzende slecht doorlatende lagen.

Tab. 2.10. Waarden van de hydraulische parameters afgeleid uit de pompproef in het Boven-Landeniaan.

HYDRAULISCHE PARAMETER	EENHEID	AFGELEIDE WAARDE	Cf98m
$k^h(7)$	m/d	0,153	1,0353
$S_A(7)$	m^{-1}	$0,411 \cdot 10^{-5}$	1,0552
$k^v(2-4)$	m/d	$0,290 \cdot 10^{-3}$	1,3339
$k^v(5-6)$	m/d	$0,145 \cdot 10^{-3}$	1,3339
$k^v(8-13)$	m/d	$0,725 \cdot 10^{-4}$	1,3339

Met behulp van de afgeleide hydraulische parameters en hun betrouwbaarheidsintervallen kunnen voor deze parameters de betrouwbaarheidsgebieden worden berekend. De resultaten van deze berekeningen worden in grafieken weergegeven waarin de contourlijnen van de kwadraten van de afwijkingen $S(hp)$ worden getrokken (DRAPER & SMITH, 1981):

$$S(hp) = S(\hat{h}p) \cdot \left\{ 1 + \frac{p}{n-p} F(p, n-p, 1-\alpha) \right\} \quad (2.23)$$

waarin $S(hp)$ = de contourlijnen van de som van de kwadraten van de afwijkingen,
 $1-\alpha$ = het significantieniveau,
 p = het aantal parameters,
 n = het aantal waarnemingen,
 $n-p$ = het aantal vrijheidsgraden,
 $F(p, n-p, 1-\alpha)$ = de F-distributie met p , $n-p$ en $1-\alpha$ en

$S(\hat{h}_p)$ = de kleinste som van de kwadraten van de afwijkingen die correspondeert met de optimale waarden van de hydraulische parameters.

De contourlijnen van de som van de kwadraten van de afwijkingen $S(h_p)$ benaderen de grenzen voor de $100(1-\alpha) \%$ betrouwbaarheidsgebieden. Deze som kan op twee verschillende wijzen worden berekend. Bij een eerste wijze wordt ze berekend uitgaande van de afwijkingen en de gevoeligheden van de hydraulische parameters berekend tijdens de laatste iteratie. Hierbij wordt verondersteld dat er een lineair verband bestaat tussen de logaritme van de hydraulische parameters en de logaritme van de verlagingen binnen de beschouwde parameter-ruimte en het waarnemingsgebied. Bij de tweede wijze wordt de som van de afwijkingen berekend na een volledige simulatie met de overeenkomende parameter-waarden. Hierbij wordt geen lineair verband verondersteld tussen de logaritmen van de verlaging en de beschouwde parameters.

Het gezamenlijk betrouwbaarheidsgebied geeft de nauwkeurigheid aan waarmee de hydraulische parameters uit de waargenomen verlagingen kunnen worden afgeleid. Worden p parameters afgeleid dan is dit gebied gelegen binnen de p -dimensionale parameter-ruimte. De grenzen van dit gebied kunnen voor een gedeelte worden voorgesteld in $(p^2-p)/2$ doorsneden, aan de hand van de contourlijnen van $S(h_p)$. Hierbij worden voor iedere doorsnede, bij de verschillende simulaties voor de berekening van de som van de kwadraten van de afwijkingen, telkens $p-2$ parameters gelijkgesteld aan de optimale waarden terwijl de twee overige parameters variëren. Het zijn deze twee parameters die elk worden uitgezet op de logaritmische assen van de grafieken. De optimale waarden van deze twee parameters worden op de middens van de respektieve assen van de grafieken geplaatst, terwijl de optimale waarden van de overblijvende $p-2$ parameters uitgezet worden in de rechterbovenhoek. In deze grafieken komen de contourlijnen overeen met de waarschijnlijkheden van de 90, 99, 99,9 en 99,99 % betrouwbaarheidsgebieden. Elke combinatie van parameter-waarden die overeenstemmen met punten op de contourlijnen van het gezamenlijk betrouwbaarheidsgebied van 99 %, wordt bewaard voor de berekening van de betrouwbaarheidsintervallen van de berekende verlagingen (paragraaf 6.4.4).

Fig. 2.27b

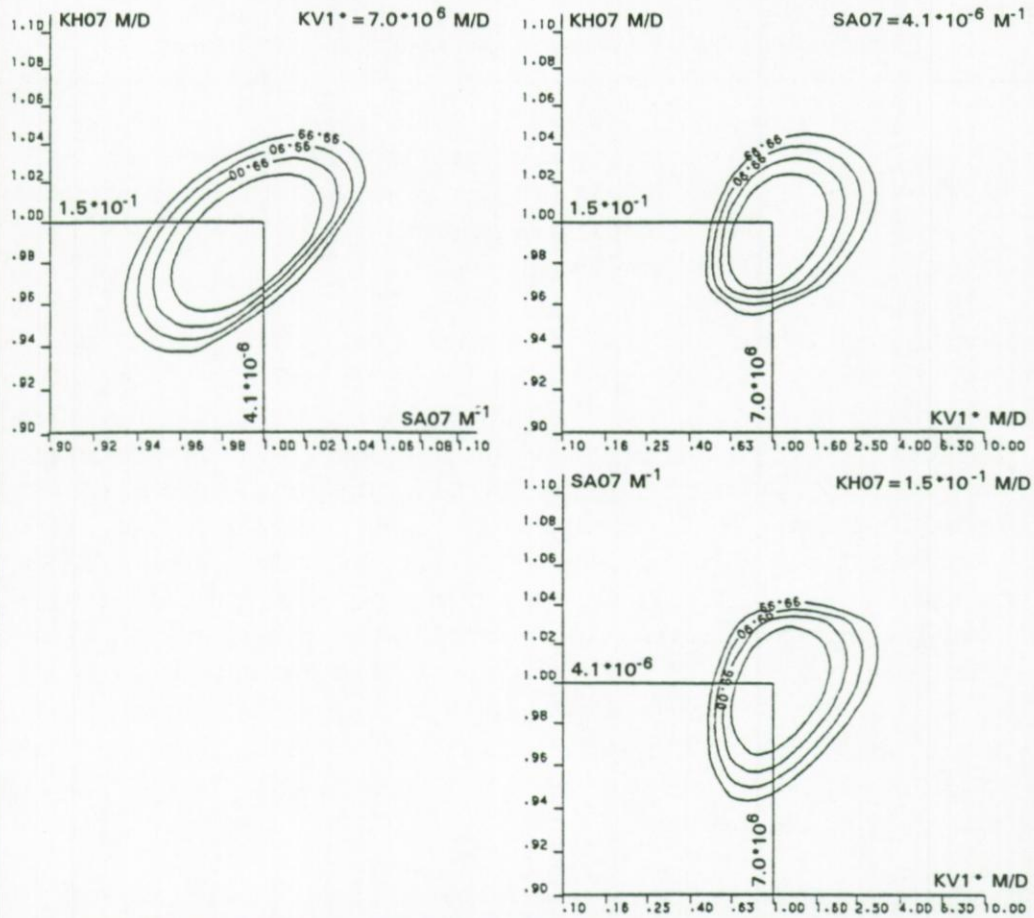


Fig. 2.27a

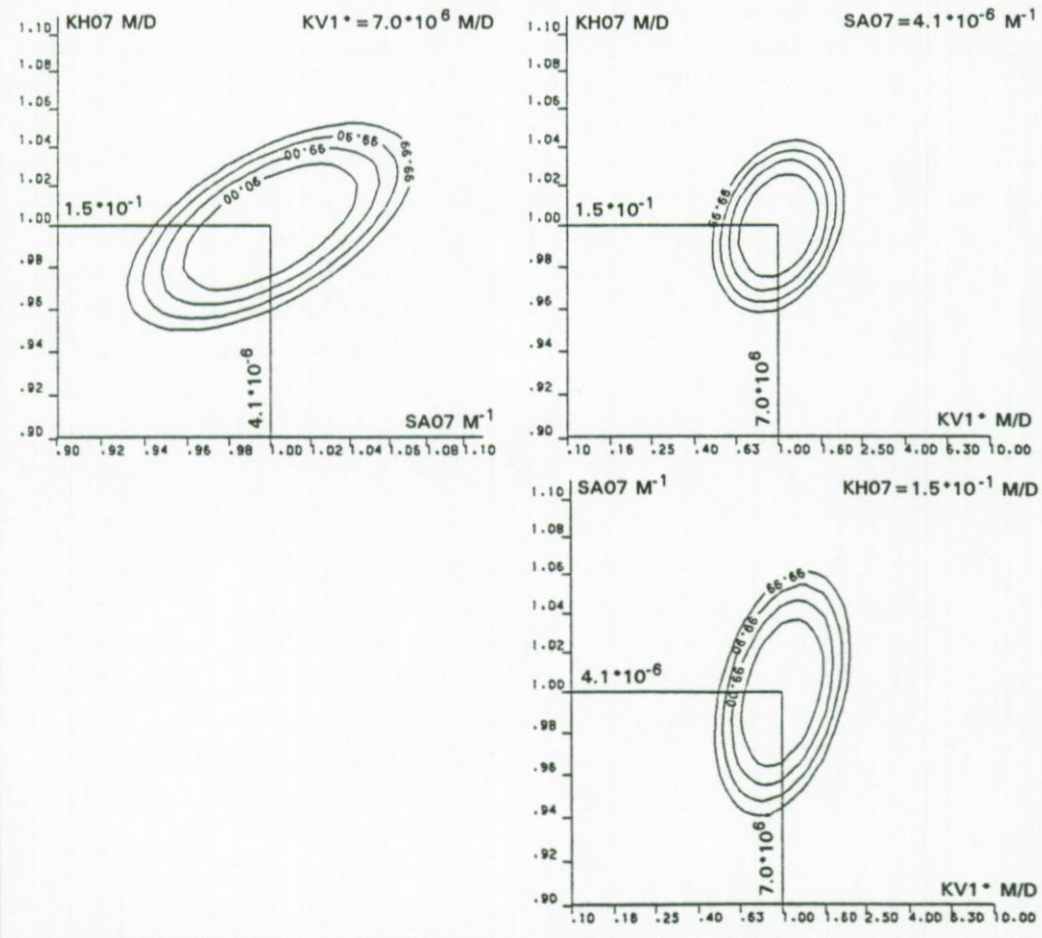


Fig. 2.27. Betrouwbaarheidsgebieden van de afgeleide hydraulische parameters bij de lineaire (Fig. 2.27a) en niet-lineaire (Fig. 2.27b) berekeningswijze.

De drie afgeleide hydraulische parameters van de in deze studie uitgevoerde pompproef hebben een gezamenlijk betrouwbaarheidsgebied in de driedimensionale parameter-ruimte. In figuur 2.27a worden de grenzen van deze ruimte voorgesteld in drie verschillende doorsneden doorheen het gebied. Hierbij wordt een lineair verband verondersteld tussen de logaritme van de verlagingen en de logaritme van de parameters. In figuur 2.27b worden de sommen van de kwadraten van de afwijkingen berekend na een simulatie voor iedere parameter-kombinatie. In beide figuren worden de grenzen aangegeven van de 90, 99, 99,9 en 99,99 % betrouwbaarheidsgebieden. De grenzen van het betrouwbaarheidsgebied zijn in de beschouwde doorsneden concentrisch en ellipsoïdaal bij de eerste berekeningswijze (Fig. 2.27a), terwijl ze bij de tweede berekeningswijze nogal zijn afgeplat (Fig. 2.27b). Door vergelijking van beide figuren kan worden nagegaan of het veronderstelde lineaire verband goed of slecht bij benadering opgaat. Hoe groter de overeenkomst tussen beide figuren, hoe beter het lineaire verband benaderd wordt en vice versa.

Tab. 2.11. Vergelijking van de hydraulische parameters van het zandig Landeniaan afgeleid met behulp van de in deze studie uitgevoerde pompproef, met die van de pompproef te Langemark (DE CEUKELAIRE et al., 1991) en te Poperinge (LEBBE et al., 1989a).

PARAMETERS	POMPPROEF		
	IN DEZE STUDIE	LANGEMARK	POPERINGE
dikte (m)	17,8	28	20
horizontale doorlatendheid (m/d)	0,153	0,122	0,128
doorlaatvermogen (m ² /d)	2,723	3,416	2,560
specifieke elastische berging (m ⁻¹)	0,411.10 ⁻⁵	0,980.10 ⁻⁵	0,978.10 ⁻⁵
elastische bergingscoëfficiënt	7,316.10 ⁻⁵	27,440.10 ⁻⁵	19,560.10 ⁻⁵

Om een inzicht te verkrijgen in de variatie van de hydraulische parameters van het zandig Landeniaan (Tab. 2.11) worden de resultaten van de pompproef vergeleken met die van de pompproeven in Langemark en in Poperinge (paragraaf 2.2.3). Bij deze drie pompproeven waren de dikten van het Landeniaan alsook de diepte-ligging en de ligging ten opzichte van het referentievlak van de Tweede Algemene Waterpassing verschillend. Aan de hand van de hydraulische gegevens in deze tabel

kan worden geconcludeerd dat de waarden voor de horizontale doorlatendheid en de specifieke elastische berging variëren. De horizontale doorlatendheid vermindert in zuidelijke richting, terwijl de specifieke elastische berging in dezelfde richting toeneemt. Er kan dus worden aangenomen dat in die richting, namelijk in de richting van Langemark en Poperinge, de sedimenten fijner worden. De litologie van het Landeniaan kan totaal verschillend zijn (DE GEYTER, 1981, 1988). In het zuiden van België bijvoorbeeld, met name in het zuidoosten van Brabant en in het zuiden van Limburg, is het Landeniaan zandiger en bestaat het hoofdzakelijk uit poreuze kiezel- en kalkrijke glauconiethoudende sedimenten. De doorlatendheden zullen daar bijgevolg veel groter zijn. Bij een pompproef te Hoegaarden (LEBBE et al., 1990a), gelegen op ca. 5 km ten zuidwesten van de stad Tienen, werd voor het best doorlatend gedeelte van het Landeniaan een k^h -waarde afgeleid van 126,661 m/d. De specifieke elastische berging werd bepaald op $0,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$.

2.3.6. GRONDWATERSTAND VAN HET BOVEN-LANDENIAAN

Om voorafgaand aan de pompproef in de verschillende putten de stijghoogten te kunnen meten werd, zoals eerder vermeld in paragraaf 2.3.5.3.2, in alle putten na plaatsing van de filters langdurig schoongepompt totdat de resistiviteit van het opgepompte water een constante waarde bereikte. De putbuis is dan namelijk volledig gevuld met water van een zelfde dichtheid, overeenstemmend met het grondwater in de formatie op de diepte van het filterelement. Slechts in dit geval zijn nauwkeurige stijghoogte- of grondwaterstandsmetingen mogelijk.

Tab. 2.12. Stijghoogten in putten BL1, BL2 en BL3.

DATUM VAN METING	GEMETEN STIJGHOOGTEN (m T.A.W.)		
	BL1	BL2	BL3
08.12.92	+2,78		
11.12.92	+1,42		
14.12.92	+2,30		
15.12.92	+2,18	+2,01	
11.01.93	+3,01		+2,87

In de putten BL1, BL2 en BL3 werden in de maanden december 1992 en januari 1993 de stijghoogten van de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landenaan (L2) gemeten (Tab. 2.12). Hieruit blijkt dat in het beschouwde duingebied de stijghoogten in de watervoerende laag ca. +2 à +3 bedragen. Volgens LEBBE et al. (1987) is de natuurlijke stijghoogte berekend voor dit gebied ongeveer +12,5 (Fig. 2.9c). De verlaging ten opzichte van deze natuurlijke stijghoogte bedraagt dus ongeveer 9,5 à 10,5 m. Met behulp van de gegevens uit de studie van DE CEUKELAIRE et al. (1992) kan worden aangetoond dat deze verlaging aanzienlijk minder is dan in het overgrote gedeelte van de rest van West- en Oost-Vlaanderen. In Roeselare, bijvoorbeeld, evolueerde de stijghoogte in het Landenaan van ca. +15 in 1910 tot ca. -70 in 1986. Te Kortrijk zijn de stijghoogten afgenomen van ongeveer +10 tussen 1910 en 1920 tot ongeveer -60 in 1986.

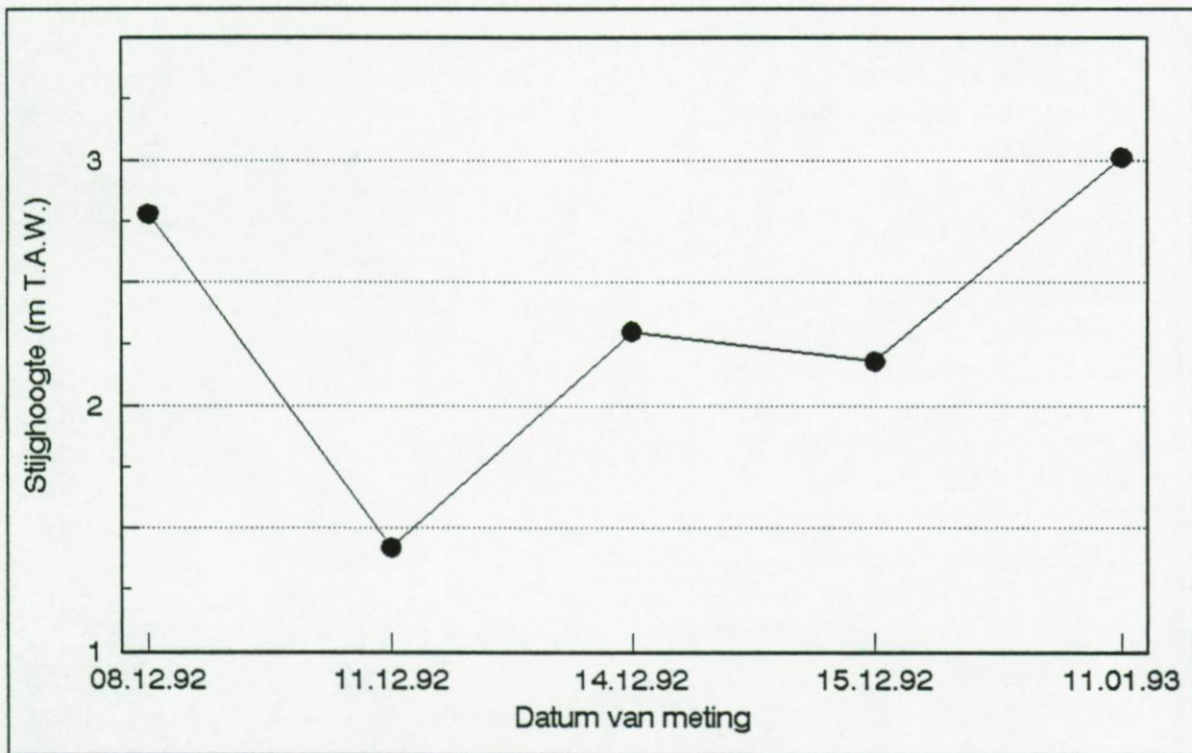


Fig. 2.28. Tijd-stijghoogtediagram van put BL1.

Met de bedoeling de schommelingen van de stijghoogten in de tijd weer te geven werd er van put BL1, voor de korte waarnemingsperiode (Tab. 2.12), een tijd-stijghoogtediagram

opgesteld (Fig. 2.28). Dit diagram geeft een beeld van het onregelmatig verloop van de stijghoogten in het hydrogeologisch systeem van de watervoerende laag.

2.3.7. SAMENSTELLING VAN HET LANDENIAANWATER

In 1989 werd door WALRAEVEN et al. een zoneringskaart opgesteld met de verdeling van de grondwatertypes in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Landeniaan (Fig. 2.16a). Uit deze kaart kan worden afgeleid dat het Landeniaanwater in het studiegebied zeer zacht is met een (Na+K+Mg)-overschot en natrium als dominerend anion. In het zuidwesten van dit gebied (nabij Koksijde) wordt het F_b^* - $NaHCO_3^+$ watertype aangetroffen, terwijl in het noordoosten (nabij Oostduinkerke) het type B^* - $NaMix^+$ gevonden wordt. De grondwaterkwaliteitsgegevens kunnen hiernaast ook begroot worden met behulp van de resultaten van het door hen uitgevoerde hydrochemisch onderzoek: natrium (ca. 600 mg/l), kalium (ca. 20 mg/l), fluoride (ca. 6,5 mg/l), chloride (ca. 425 mg/l), sulfaat (ca. 250 mg/l) en bicarbonaat (ca. 800 mg/l). De geleidbaarheid bedraagt ca. 2500 $\mu S/cm$. Voor de overige kwaliteitsparameters wordt verwezen naar paragraaf 2.2.5.2.1.

Om een beter inzicht te verkrijgen in de chemische en de bacteriologische kwaliteit van het Landeniaanwater werden gedurende de pompproef uit pompput BL1 monsters genomen en geanalyseerd. Op één ervan werd door het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie (L.T.G.H.) van de Universiteit Gent een totaal analyse verricht (bijlage B.1.3). Daarbij werden de kleur, de troebelheid, het gehalte aan bezinkbare stoffen en de alkaliteit ($^\circ F$) ten opzichte van fenolftaleïne en methylooranje bepaald. Het gehalte aan opgeloste SiO_2 (mg/l), de geleidbaarheid ($\mu S/cm$), de pH en de totale, tijdelijke en blijvende hardheid ($^\circ F$) werden gemeten. De ionenbalans werd opgesteld door bepaling van het gehalte aan de volgende kationen: Na^+ , K^+ , Ca^{++} , Mg^{++} , Fe^{++} , Fe^{+++} , Mn^{++} , NH_4^+ en H^+ en de volgende anionen: Cl^- , SO_4^{--} , NO_3^- , NO_2^- , HCO_3^- , CO_3^{--} , PO_4^{---} en OH^- . Ook het gehalte aan F^- werd bepaald. De gehalten van de ionen zijn uitgedrukt in milligram per liter (mg/l) en in milli-equivalent per liter (meq/l).

De ionenbalans kan worden toegepast voor de controle op de juistheid en de volledigheid van de analyse. Hiervoor moeten de kationen- (Σkat) en anionensom (Σan) theoretisch aan elkaar gelijk zijn (in meq/l). Het eventuele verschil

tussen beide moet dus voldoende klein zijn wil men over een betrouwbare analyse beschikken. Als betrouwbaarheidsvoorwaarde kan de volgende limiet worden gebruikt (DE MOOR & DE BREUCK, 1969):

$$\frac{\Sigma \text{ kat} - \Sigma \text{ an}}{\Sigma \text{ kat} + \Sigma \text{ an}} \cdot 100 < 5 \% \quad (2.24)$$

In uitzonderlijke gevallen, zoals bij zeer weinig gemineraliseerde waters, kan deze limietwaarde tot 10 % worden opgetrokken. Grotere verschillen wijzen of op een foute analyse of op het feit dat één of meerdere ionen niet zijn meegerekend in de balans maar toch in betekenisvolle hoeveelheden aanwezig zijn. De in deze studie uitgevoerde wateranalyse (bijlage B.1.3) heeft voor het linkerlid van betrekking (2.24) een waarde van 1,7 %. Deze is kleiner dan 5 % en de analyse voldoet dus aan de betrouwbaarheidsvoorwaarde.

De Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht (I.W.V.A.) heeft met behulp van een fotometer bijkomende analyses uitgevoerd. Hierbij werden de volgende parameters bepaald: geleidbaarheid, zuurtegraad (pH), temperatuur, ijzer (Fe^{++} & Fe^{+++}), chloride (Cl^-), sulfaat (SO_4^{--}), fosfaat (PO_4^{--}) en fluoride (F^-). Op 1 februari 1993 werd een grondwatermonster genomen ten behoeve van een bacteriologische analyse. Deze werd uitgevoerd door het laboratorium van de Vlaamse Maatschappij voor Watervoorziening te Kessel-Lo. Volgens deze analyse was het water als drinkwater geschikt voor wat betreft de onderzochte parameters: er waren geen colibacteriën, noch fecale colibacteriën, noch fecale streptokokken in het onderzochte water aanwezig.

De resultaten van de analyse van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie en van de analyses van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht zijn opgenomen in tabel 2.13. Het Landeniaanwater is volgens de klassifikatie van STUYFZAND (1986) van het type B*-NaMix+: een brak, zeer zacht water met natrium als dominerend anion en een (Na+K+Mg)-overschot. Dit water bevat hoge gehalten aan natrium (755 mg/l), kalium (14 mg/l), fluoride (3,5 mg/l), chloride (450 mg/l), sulfaat (175 mg/l) en bicarbonaat (890 mg/l). De geleidbaarheid bedraagt 2540 $\mu\text{S}/\text{cm}$. Het water wordt gekenmerkt door een geringe hardheid (4 °F) en lage gehalten aan ijzer, mangaan, stikstof- en fosforverbindingen.

Tab. 2.13. Analysen van Landeniaanwater afkomstig uit put BL1.

[illegible]

Het (Na+K+Mg)-overschot duidt op een verdringing van zouter door zoeter water, waarbij de (Na+K+Mg)-verzadigde klei Ca uit het water opneemt in ruil voor (Na+K+Mg). De analyseresultaten (Tab. 2.13) stemmen vrij goed overeen met de geschatte grondwaterkwaliteitsgegevens (WALRAEVENS et al., 1989).

In tabel 2.13 worden verder de analyseresultaten vergeleken met de gestelde normen volgens de lijst van het Besluit van de Vlaamse Executieve houdende vaststelling van een technische reglementering inzake drinkwater van 15 maart 1989. De onderliggende waarden geven de overschrijdingen van deze normen aan. De parameters van het Landeniaanwater die de normen overschrijden zijn het natrium-, kalium-, chloride- en fluoridegehalte en de geleidbaarheid. Uit de tabel blijkt tevens de goede overeenkomst tussen de resultaten van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht en die van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie.

2.4. FORMULERING VAN EEN HYDROGEOLOGISCH OPTIMALISATIEPROBLEEM

Optimalisatie is het proces waarbij voor een welbepaald probleem een optimale oplossing bekomen wordt. Een optimalisatieprobleem wordt meestal gekarakteriseerd door een doelfunctie met een aantal systeemvoorwaarden. De doelfunctie is afhankelijk van één of meerdere variabelen en duidt de hoeveelheid aan welke gemaximaliseerd of geminimaliseerd dient te worden. De systeemvoorwaarden leggen voor de variabelen beperkingen op onder dewelke het optimum moet worden gevonden.

Bij het oplossen van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem worden de gegevens van paragrafen 2.2 en 2.3 betrokken. Alvorens tot de toelichting van dit probleem over te gaan zullen eerst in de hiernavolgende paragraaf de beweegredenen worden aangegeven die tot het opstellen van het optimalisatieprobleem hebben geleid. De gevolgde oplossingsprocedure wordt dan, na formulering van het probleem in paragraaf 2.4.2, verder omschreven in paragraaf 2.4.3.

2.4.1. MOTIVERING VAN HET OPGESTELD PROBLEEM

De Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht staat in voor de drinkwatervoorziening van het westelijk deel van het Vlaamse kustgebied. Daartoe wint zij water uit de zoetwaterlens van het freatisch grondwaterreservoir in

de duinen:

- de Jonge Duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke (St-André),
- de Jonge Duinen van De Panne (Westhoek) en
- de Oude Duinen van Adinkerke (Cabour).

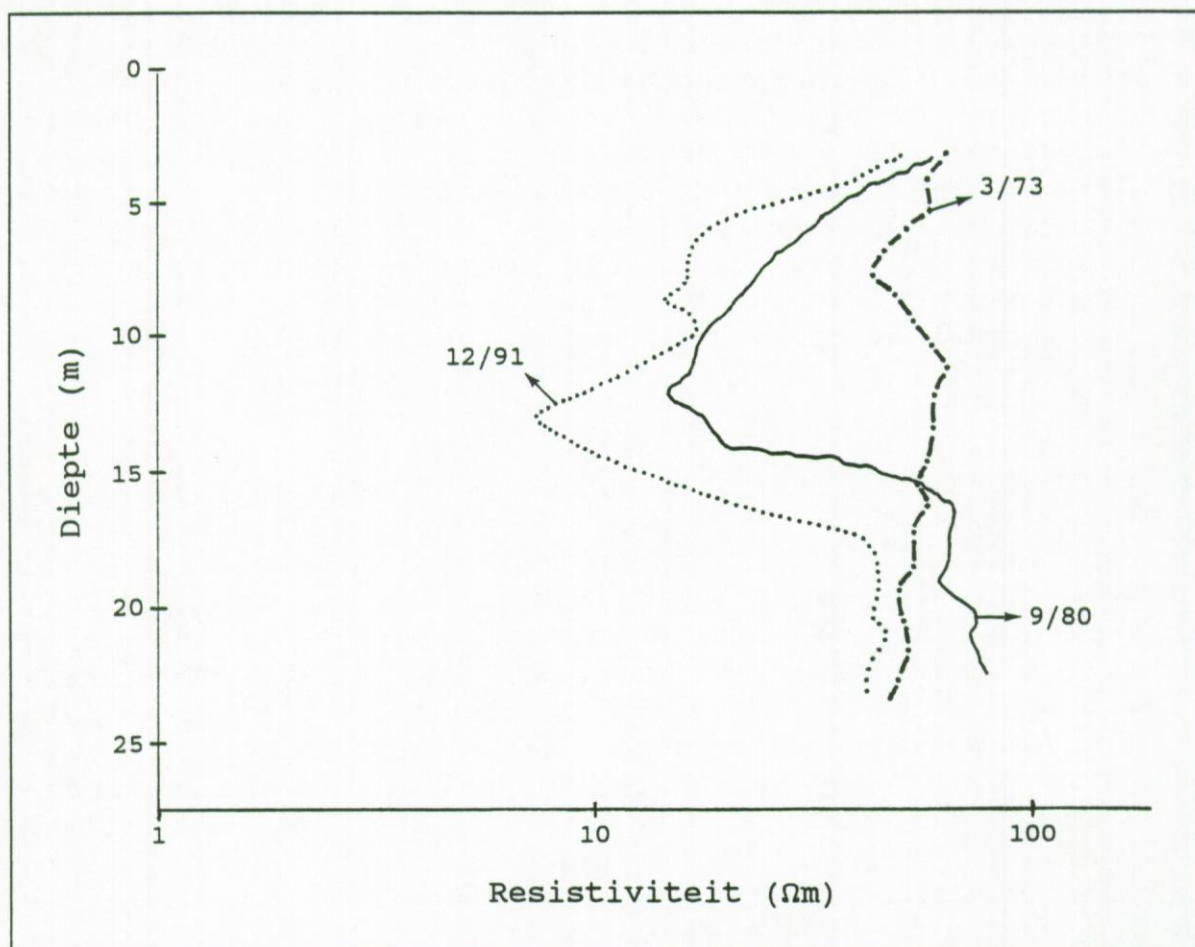


Fig. 2.29. Resistiviteitsmetingen in put DB4.

Door overdadige winning in de zoetwaterlens van de duinen wordt deze steeds kleiner. Hierdoor wordt er zowel vanuit de polders als van onder het strand zout water aangevoerd. Onder de polders bevindt het zout water zich in het onderste gedeelte van de freatisch watervoerende laag. Onder het strand ligt een zoutwaterlens boven het naar de zee toe afvloeiend zoete duinwater (LEBBE, 1983). De verziltingsverschijnselen in het studiegebied werden vroeger onderzocht. In put DB4 (Fig. 2.4), met een filter over de volledige dikte van de kwartaire watervoerende laag, werd in maart 1973 (LEBBE, 1973), september

1980 (LEBBE & DE BREUCK, 1980) en december 1991 op verschillende diepten de resistiviteit van het omgevende gesteente gemeten. Put DB4 werd voor de waterwinning geplaatst op een honderdtal meters van de hoogwaterlijn. In figuur 2.29 wordt de verandering van de resistiviteit van de omringende sedimenten semilogaritmisch voorgesteld in functie van de diepte. Bij vergelijking van deze drie resistiviteitsmetingen kan het volgende worden vastgesteld (waterkwaliteitsbeoordeling volgens de resistiviteitsklassen van tabel 2.5):

- In maart 1973 is het poriënwater over de ganse dikte van de kwartaire watervoerende laag matig zoet. Het water in de bovenste schelpbank is iets zouter.
- In september 1980 is het poriënwater van de onderste zone nog matig zoet, maar erboven tussen ongeveer 14 en 9 m diepte bevindt zich een zone met matig brak water. Langzamerhand wordt naar boven toe het water terug zoeter.
- In december 1991 is het poriënwater van de onderste zone van de watervoerende laag zwak tot matig zoet. Hierboven, tussen ca. 16 en 6 m diepte, komt matig brak tot brak water voor. Naar boven toe wordt het grondwater zoeter.

Deze geleidelijke ontwikkeling van de grondwaterkwaliteit is blijkbaar het gevolg van de waterwinning in de duinen en bevestigt eerder gedane voorspellingen met verschillende mathematische modellen die voor het kustgebied zijn opgesteld (LEBBE, 1978, 1979, 1981, 1983, 1984). De waterwinning geschiedt over een te beperkte lengte van het duingebied. Hierdoor wordt het freatisch grondwaterpeil plaatselijk sterk verlaagd. Het gevolg is dat zoet, brak en zout water vanuit de omliggende gebieden in de richting van de waterwinning stroomt. Dat vormt een bedreiging voor de kwaliteit van het duinwater.

De opgepompte hoeveelheden duinwater en de waterbedeling door de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht voor de periode 1984 tot en met 1991 (VANLERBERGHE, 1992) zijn weergegeven in figuur 2.30a, terwijl de evolutie van het aantal abonnees voor dezelfde periode is afgebeeld in figuur 2.30b. Uit figuur 2.30a blijkt dat het waterverbruik reeds in hogergenoemde periode ver boven het aanbod, geleverd door winning van duinwater, gestegen is. Bovendien kan uit figuur 2.30b een steeds stijgende vraag naar drinkwater worden afgeleid. Hier stelt zich dus de vraag hoe de aanvoer van drinkwater blijvend te verzekeren met een beperking van de winning in de zoetwaterlens.

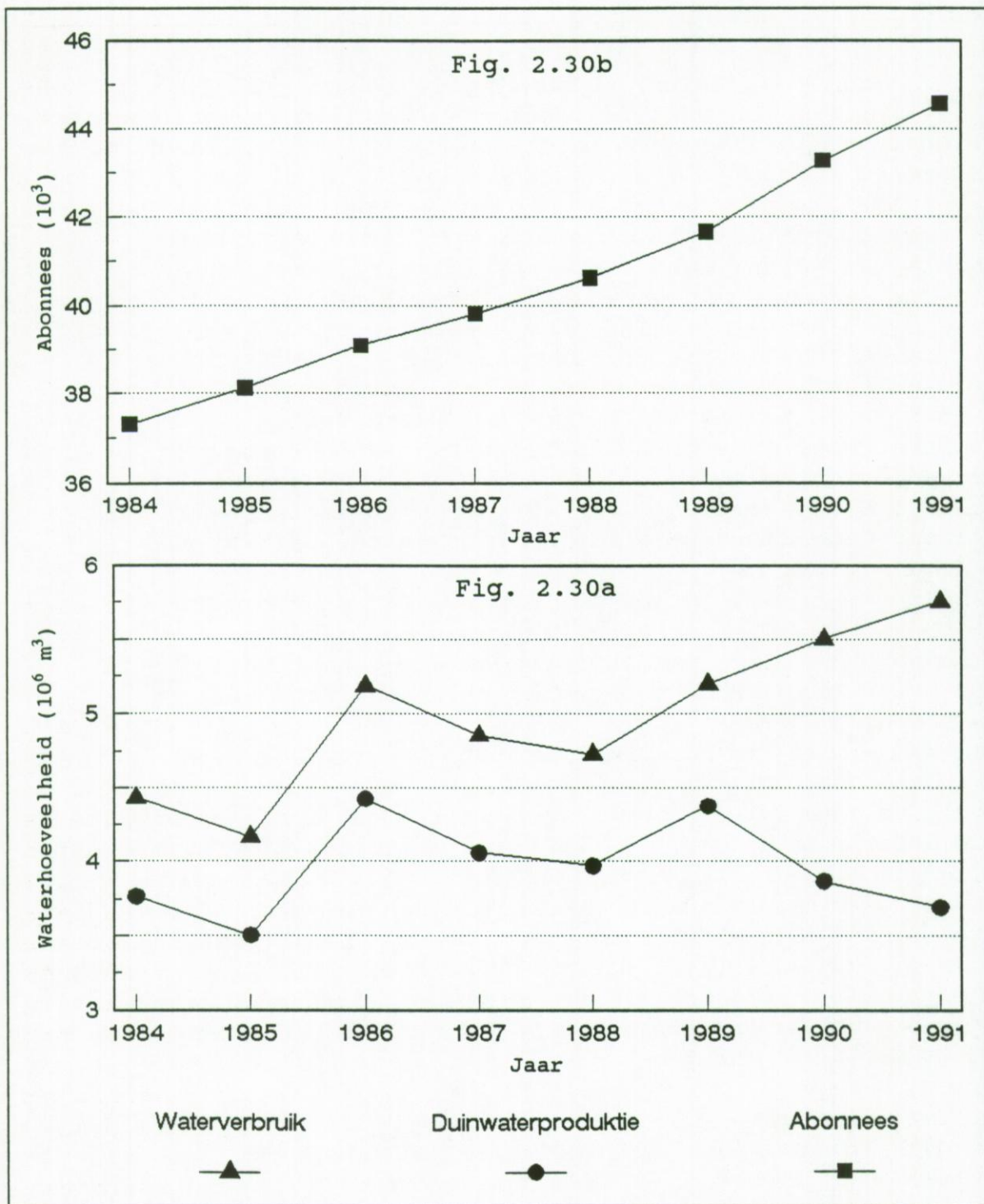


Fig. 2.30. Evolutie van de hoeveelheid gewonnen duinwater en de waterbedeling (Fig. 2.30a) en het aantal abonnees (Fig. 2.30b) van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht.

Teneinde in de Vlaamse Westkust aan de stijgende behoefte van drinkwater te kunnen blijven voorzien en om de bestaande winningsplaatsen niet verder te verzilten, is een studie van de alternatieve waterwinningsmogelijkheden in het verzorgings-

gebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht dringende noodzaak geworden. Tot de mogelijkheden, die kunnen leiden tot vermindering van de duinwaterwinning, behoren onder andere:

- winning door heraanvulling van het duinwaterreservoir door middel van kunstmatige oppervlakkige of diepe infiltratie (LEBBE et al., 1991b; VAN HOUTTE et al., 1992; LEBBE et al., 1993b): St-André is geschikt voor oppervlakkige infiltratie, de Westhoek en Cabour voor diepinfiltratie (het infiltratiewater kan geproduceerd worden in de Koksijde- en de Avekapelle-kreekkrug);
- winning van een aanvullend hoeveelheid grondwater in een diepere laag: in dit geval kan men water winnen uit de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan (L2) onder de Jonge Duinen.

In voorliggende studie zal van al deze mogelijkheden slechts de waterwinning uit het Boven-Landeniaan in het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke verder worden onderzocht.

2.4.2. HET HYDROGEOLOGISCH OPTIMALISATIEPROBLEEM

Bij elke grondwaterwinning moeten in het waterwinningsgebied pompputten worden geïnstalleerd. Deze pompputten worden doorgaans zover mogelijk van elkaar geplaatst, om op deze manier de onderlinge beïnvloeding van de verlagingen te minimaliseren. Aan de andere kant zullen ook economische aspecten, zoals grootte van het waterwinningsgebied, put- en afvoerkosten, de spreiding van deze plaatsing beperken. Er wordt dus over het algemeen naar een puttenconfiguratie met minimale kosten gestreefd. De bedoeling is nu, om middels het opstellen van een hydrogeologisch optimalisatieprobleem hiervoor een passende oplossing te vinden.

Het hydrogeologisch optimalisatieprobleem bestaat uit een doelfunctie met systeemvoorwaarden. Deze worden opgedeeld in gelijkheids-, ongelijkheids- en randvoorwaarden. Met behulp van dit optimalisatieprobleem kan de grondwaterwinning in het Boven-Landeniaan met een mathematisch model worden gesimuleerd (hoofdstuk 6). De hydrogeologische gegevens die in paragrafen 2.2 en 2.3 zijn verzameld vormen de bouwstenen van dit model. Het onderzochte grondwaterreservoir ter hoogte van de uitgevoerde pompproef (Fig. 2.23) wordt in het model als representatief beschouwd voor de werkelijke hydrogeologische opbouw

van een groot gedeelte van het studiegebied. Met het model zal voor het tijdsverloop van ca. 19 jaar continu pompen de invloed van de waterwinning op de verlaging worden berekend. Tevens zal, rekening houdend met de berekende verlagingen, het aantal putten nodig voor de winning en de putplaatsing in het waterwinningsgebied worden voorspeld. Tenslotte zal ook voor de gehele grondwaterwinning een kostenraming worden gegeven.

2.4.2.1. DOELFUNCTIE

De doelfunctie behelst de economische aspecten van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem en moet uiteindelijk een schatting geven van de kosten die bij de geplande grondwaterwinning zullen moeten worden gemaakt. In de praktijk is het zeer moeilijk om een doelfunctie kwantitatief te bepalen, daar de activiteiten die verricht worden als onderdeel van een bepaald project te complex zijn om als één geheel te kunnen worden beschouwd. Vandaar dat in deze modelstudie wordt gewerkt met een vereenvoudigde kostenfunctie van de volgende vorm:

$$\text{minimaliseer } f(x) = 500\,000x_1 + 1500x_2 \quad (2.25)$$

De doelfunctie $f(x)$ is de technische relatie die voor elke combinatie van de veranderlijken x_1 en x_2 de minimaal te bereiken kosten aangeeft. Voor een gegeven combinatie van veranderlijken is dus slechts één kostenhoeveelheid van $f(x)$ mogelijk. Deze hoeveelheid wordt opgesplitst in enerzijds de putkosten en anderzijds de afvoerleidingskosten. x_1 , een discontinue-natuurlijke veranderlijke, staat voor het aantal putten. De continue-reële veranderlijke x_2 stelt de minimale lengte van afvoerleidingen (m) van een puttenconfiguratie voor, die alle pompputten met elkaar zouden kunnen verbinden.

Aan de veranderlijken x_1 en x_2 zijn kosten verbonden. De kostprijzen die met het op te stellen model zullen worden berekend worden uitgedrukt in monetaire eenheden, in dit geval in Belgische Franken (BEF). De gemiddelde eenheidsprijzen van x_1 en x_2 zijn respectievelijk 500.000 BEF per put en 1500 BEF per meter afvoerleiding (VANLERBERGHE, 1992). De putkosten omvatten de kosten voor het boren, het installeren van de pompen, enz. De afvoerleidingskosten zijn inclusief graafwerken en voerbuisen.

2.4.2.2. SYSTEEMVOORWAARDEN

2.4.2.2.1. Gelijkheidsvoorwaarde

De gelijkheidsvoorwaarde omschrijft in het hydrogeologisch optimalisatieprobleem de hoeveelheid te winnen Landeniaanwater. Dit water wordt gekenmerkt door hoge gehalten aan natrium, kalium, chloride en fluoride, die de normen overschrijden (paragraaf 2.3.7). Deze normen stemmen overeen met de kwaliteit van drinkwater volgens de richtlijnen van het Besluit van de Vlaamse Executieve van 15 maart 1989. Het ontzilt van het Landeniaanwater met behulp van omgekeerde osmose is vanwege het hoge fluoridegehalte moeilijk te verwezenlijken, wegens een mogelijke vorming van CaF_2 -kristallen die de membranen kunnen beschadigen. In het modelonderzoek wordt daarom gekozen voor menging van duinwater met Landeniaanwater. Door deze menging kan men de concentratie aan opgeloste zouten in het Landeniaanwater verdunnen, zodat het mengwater kan voldoen aan de gestelde normen. De maximale hoeveelheid Landeniaanwater die kan worden toegevoegd aan een hoeveelheid gewonnen duinwater wordt afgeleid uit de volgende vergelijking:

$$N_{\text{conc}} = \frac{(D_{\text{conc}} \cdot D_{\text{vol}}) + (L_{\text{conc}} \cdot L_{\text{vol}})}{(D_{\text{vol}} + L_{\text{vol}})} \quad (2.26)$$

met D_{conc} = de concentratie van het element in duinwater,
 L_{conc} = de concentratie van het element in Landeniaanwater,
 D_{vol} = de hoeveelheid gewonnen duinwater (m^3),
 L_{vol} = de hoeveelheid te winnen Landeniaanwater (m^3) en
 N_{conc} = de maximaal toegestane concentratie van het element volgens de normen van drinkwater.

Uit vergelijking (2.26) volgt dat L_{vol} gelijk is aan:

$$L_{\text{vol}} = \frac{D_{\text{vol}} \cdot (D_{\text{conc}} - N_{\text{conc}})}{N_{\text{conc}} - L_{\text{conc}}} \quad (2.27)$$

De maximale hoeveelheid gewonnen duinwater (D_{vol}) kan worden afgeleid uit de debietgegevens van LEBBE et al. (1993c). Deze gegevens zijn opgenomen in tabel 2.14 en geven de minimale, de gemiddelde en de maximaal maandelijkse hoeveelheden opgepompt duinwater van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van

Veurne-Ambacht voor de laatste vijf jaren weer. Volgens deze tabel bedraagt het maximaal maandelijks debiet 246.696 m^3 . Deze waarde wordt bereikt in de maand juli en D_{vol} bedraagt dus $\text{ca. } 3 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$.

Tab. 2.14. Maandelijks hoeveelheden opgepompt duinwater (LEBBE et al., 1993c).

MAAND	HOEEVEELHEID DUINWATER (m^3)		
	MINIMAAL	GEMIDDELD	MAXIMAAL
januari	100 460	114 068	138 201
februari	95 441	115 278	131 165
maart	118 098	132 511	150 668
april	144 974	159 434	185 481
mei	155 085	175 053	194 592
juni	135 427	155 660	176 323
juli	172 236	208 614	246 696
augustus	180 936	201 900	229 542
september	119 954	146 525	194 693
oktober	106 180	123 176	140 323
november	98 970	121 057	146 486
december	107 447	124 054	146 364

De maximale hoeveelheid Landeniaanwater (L_{vol}), die men kan toevoegen aan een gegeven hoeveelheid duinwater teneinde voor een bepaalde chemische substantie onder de wettelijke norm te blijven, is in tabel 2.15 aangegeven. Men heeft deze berekend voor twee waarden, namelijk voor een mengwater dat 75 % van de wettelijke norm bereikt en voor een mengwater dat de wettelijke norm bereikt (100 %). Deze tabel is opgesteld aan de hand van de kwaliteitsgegevens van het duin- (Tab. 2.6) en het Landeniaanwater (Tab. 2.13). Voor wat betreft het gehalte aan sulfaat (norm 250 mg/l), ammonium (norm $0,5 \text{ mg/l}$), magnesium (norm 50 mg/l), ijzer (norm $0,2 \text{ mg/l}$), calcium (norm 270 mg/l) en mangaan (norm $0,05 \text{ mg/l}$) stelt zich geen enkel probleem omdat de concentraties in het Landeniaanwater duidelijk onder de normen liggen. Ook de totale hardheid (norm 67 °F) en de zuurtegraad (norm $6,5 \leq \text{pH} \leq 9,2$) spelen hier een minder belangrijke rol. Voor de andere parameters die de hoeveelheid te

winnen Landeniaanwater zouden kunnen beperken worden in tabel 2.15 de maximaal toegestane volumes gegeven.

Tab. 2.15. Hoeveelheid Landeniaanwater te mengen met de hoeveelheid duinwater om aan de toegestane normen te voldoen.

PARAMETERS	AANGENOMEN GEMIDDELDE WAARDE IN		NORM	MAXIMALE TOEVOEGING LANDENIAANWATER (m ³ /j)	
	DUIN- WATER	LANDENI- AANWATER		75 % NORM	100 % NORM
geleid- baarheid ($\mu\text{S}/\text{cm}$)	787	2540	2100 (20 °C)	$2,45 \cdot 10^6$	$8,95 \cdot 10^6$
F ⁻ (mg/l)	0	3,5	1,5	$1,42 \cdot 10^6$	$2,25 \cdot 10^6$
Cl ⁻ (mg/l)	77	447	350	$3,02 \cdot 10^6$	$8,44 \cdot 10^6$
K ⁺ (mg/l)	7	14	12	$1,20 \cdot 10^6$	$7,50 \cdot 10^6$
Na ⁺ (mg/l)	44	755	150	$0,32 \cdot 10^6$	$0,53 \cdot 10^6$

Uit tabel 2.15 blijkt dat de hoeveelheid Landeniaanwater, die men met het duinwater kan vermengen, beperkt is door het natriumgehalte. Dit betekent dat wanneer tot 75 % van de norm (112,5 mg Na⁺/l) wordt gemengd maximaal 320.000 m³/j Landeniaanwater mag worden toegevoegd. Mengt men tot de maximaal toegestane norm (150 mg Na⁺/l) dan kan er tot 530.000 m³/j Landeniaanwater worden toegevoegd. De concentraties van de parameters van tabel 2.15 bij menging van respectievelijk $0,32 \cdot 10^6$ en $0,53 \cdot 10^6$ m³/j, afgeleid met behulp van het rechterlid van vergelijking (2.26), zijn in tabel 2.16 aangegeven.

Tab. 2.16. Concentraties bij menging van Landeniaanwater met $3 \cdot 10^6$ m³ duinwater.

HOEVEELHEID LANDENIAANWATER (m ³)	GELEID- BAARHEID ($\mu\text{S}/\text{cm}$)	F ⁻ (mg/l)	Cl ⁻ (mg/l)	K ⁺ (mg/l)	Na ⁺ (mg/l)
$0,32 \cdot 10^6$	956	0,3	113	7,7	113
$0,53 \cdot 10^6$	1050	0,5	133	8,1	150

De maximale hoeveelheid te winnen Landeniaanwater is bij het hydrogeologisch probleem de gelijkheidsvoorwaarde $p(x)$:

$$p(x) = 530\ 000 \quad (2.28)$$

In deze modelstudie wordt er dus van uitgegaan dat $0,53 \cdot 10^6$ m³/j Landeniaanwater moet worden gemengd met $3 \cdot 10^6$ m³/j duinwater. Vergelijking (2.28) is een impliciete debietsfunctie. De hoeveelheid opgepompt Landeniaanwater zal in het model over alle putten gelijkmatig worden verdeeld.

2.4.2.2.2. Ongelijkheidsvoorwaarde

Grondwaterwinning in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan verlaagt het piëzometrisch oppervlak. Dit mag niet onder de top van de aangepompte laag dalen, want op plaatsen waar dit gebeurt kunnen oxydatie verschijnselen optreden die de kwaliteit van het grondwater beïnvloeden. Ook de hydraulische eigenschappen van de aangepompte watervoerende laag kunnen worden beïnvloed, met als gevolg een vermindering van de winningsdebieten. Dit in aanmerking nemend wordt bij de grondwaterwinning eerst de maximale verlaging bepaald. Voor de modelstudie geschiedt de bepaling van de maximale verlaging in het Boven-Landeniaan als volgt:

$$(-133,5) - (+2,5) = |-136| \text{ m} \quad (2.29)$$

waarin $-133,5$ = het gemiddelde peil van het dak van het Boven-Landeniaan (paragraaf 2.3.4),
 $+2,5$ = het gemiddelde rustpeil van de stijghoogte in het Boven Landeniaan (paragraaf 2.3.6) en
 $|-136|$ = de maximale verlaging (m) van elke pompput.

In het hier behandeld onderzoek zal een veiligheidsmarge van 1 m worden aangenomen. Deze marge is een veilige stijghoogtezone die overeenkomt met de afstand tussen de top van de aangepompte laag en het berekende verlagingsoppervlak. De maximaal toegestane verlaging tengevolge van een grondwaterwinning in het Boven-Landeniaan bedraagt aldus 135 m. Deze waarde vormt de ongelijkheidsvoorwaarde $q(x)$ van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem:

$$q(x) \leq 135 \quad (2.30)$$

Betrekking (2.30) is een impliciete verlagingfunctie die

vereist dat bij het optimum de berekende verlagingen niet boven de maximaal toegestane waarde van 135 m mogen stijgen.

2.4.2.2.3. Randvoorwaarden

De randvoorwaarden leggen beperkingen op voor de veranderlijken x_1 en x_2 .

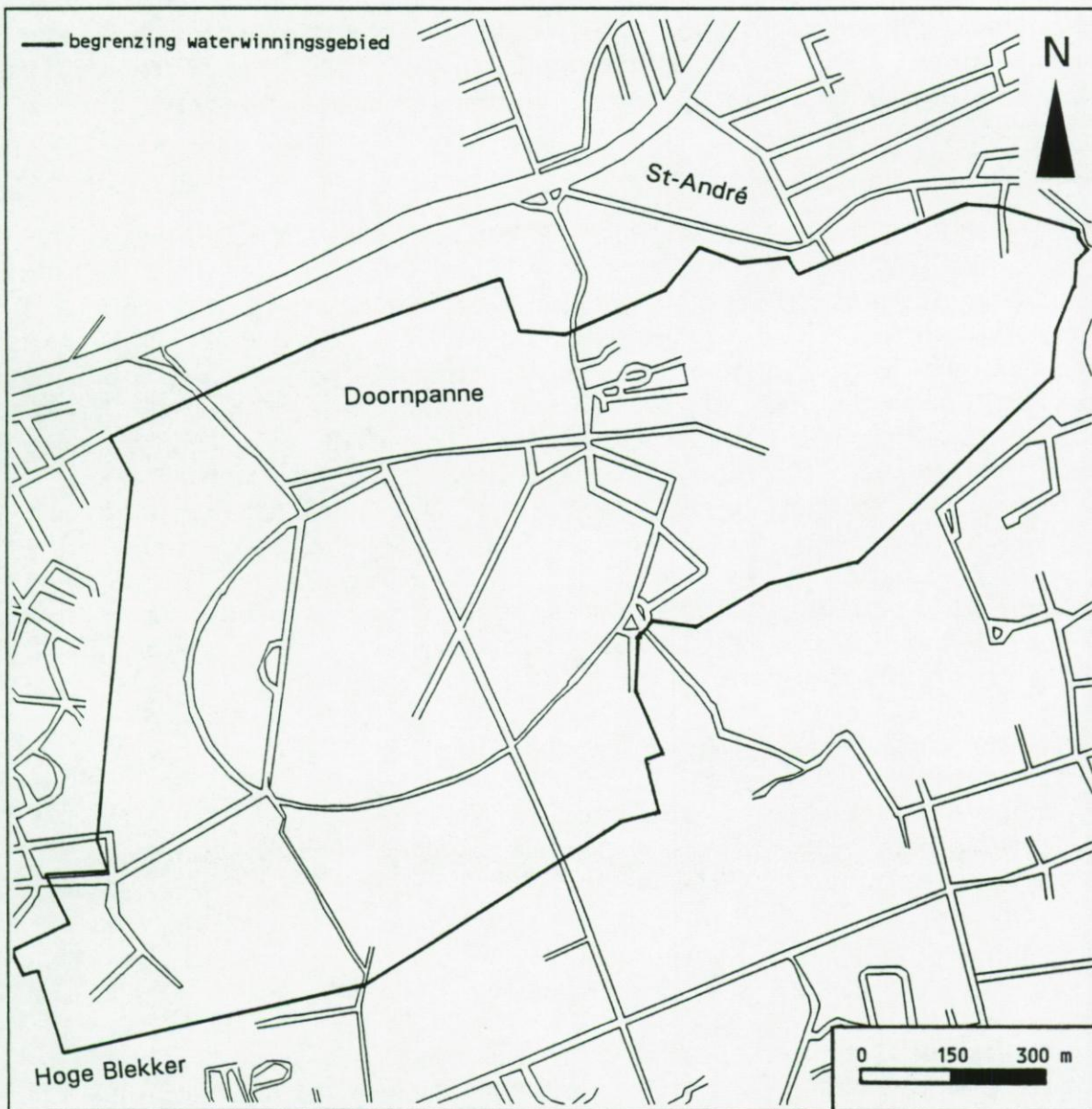


Fig. 2.31. Ligging van het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht.

x_1 is zoals eerder vermeld een discontinue-natuurlijke veranderlijke, terwijl x_2 een continue-reële veranderlijke is. De veranderlijke x_1 stelt het aantal pompputten voor en mag dus nooit minder worden dan één. De veranderlijke x_2 omvat de minimale lengte van afvoerleidingen (m) en is altijd positief. De randvoorwaarden van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem die voor de veranderlijken positieve waarden garanderen zijn:

$$x_1 \geq 1 \quad \wedge \quad x_2 \geq 0 \quad (2.31)$$

Bij voorwaarde (2.31) moet men in rekening houden dat de pompputten steeds binnen de beschikbare inplantingsplaats ofwel binnen het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht moeten worden geplaatst (Fig. 2.31).

2.4.3. OPLOSSINGSPROCEDURE VAN HET OPTIMALISATIEPROBLEEM

De hydrogeologische gegevens van paragrafen 2.2 en 2.3 worden verwerkt in een mathematisch model. Het doel van dit model zal zijn om bij minimale kosten een aantal putten te plaatsen, zodanig dat er kan worden voldaan aan het gestelde debiet, de maximaal toegestane verlaging en de grenzen van het waterwinningsgebied. Deze grenzen bakenen het gebied af waarin de pompputten moeten worden geplaatst. Voor het modelonderzoek wordt een hydrogeologisch optimalisatieprobleem geformuleerd dat als hulpmiddel kan dienen bij het plannen van de waterwinning in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landenaan (L2). Dit probleem kan mathematisch als volgt worden omschreven:

- zoek een punt $x=(x_1; x_2)$ om de doelfunctie $f(x)$ te minimaliseren:

$$\text{minimaliseer } f(x) = 500\,000x_1 + 1500x_2 \quad (2.32)$$

- onderwerp dit punt aan de volgende systeemvoorwaarden:

$$p(x) = 530\,000 \quad (2.33)$$

$$q(x) \leq 135 \quad (2.34)$$

en

$$x_1 \geq 1 \quad \wedge \quad x_2 \geq 0 \quad (2.35)$$

Het onderzoek dat moet leiden tot het oplossen van dit optimalisatieprobleem zal over vier hoofdstukken worden verspreid. De functionele relaties tussen deze hoofdstukken worden voorgesteld in figuur 2.32.

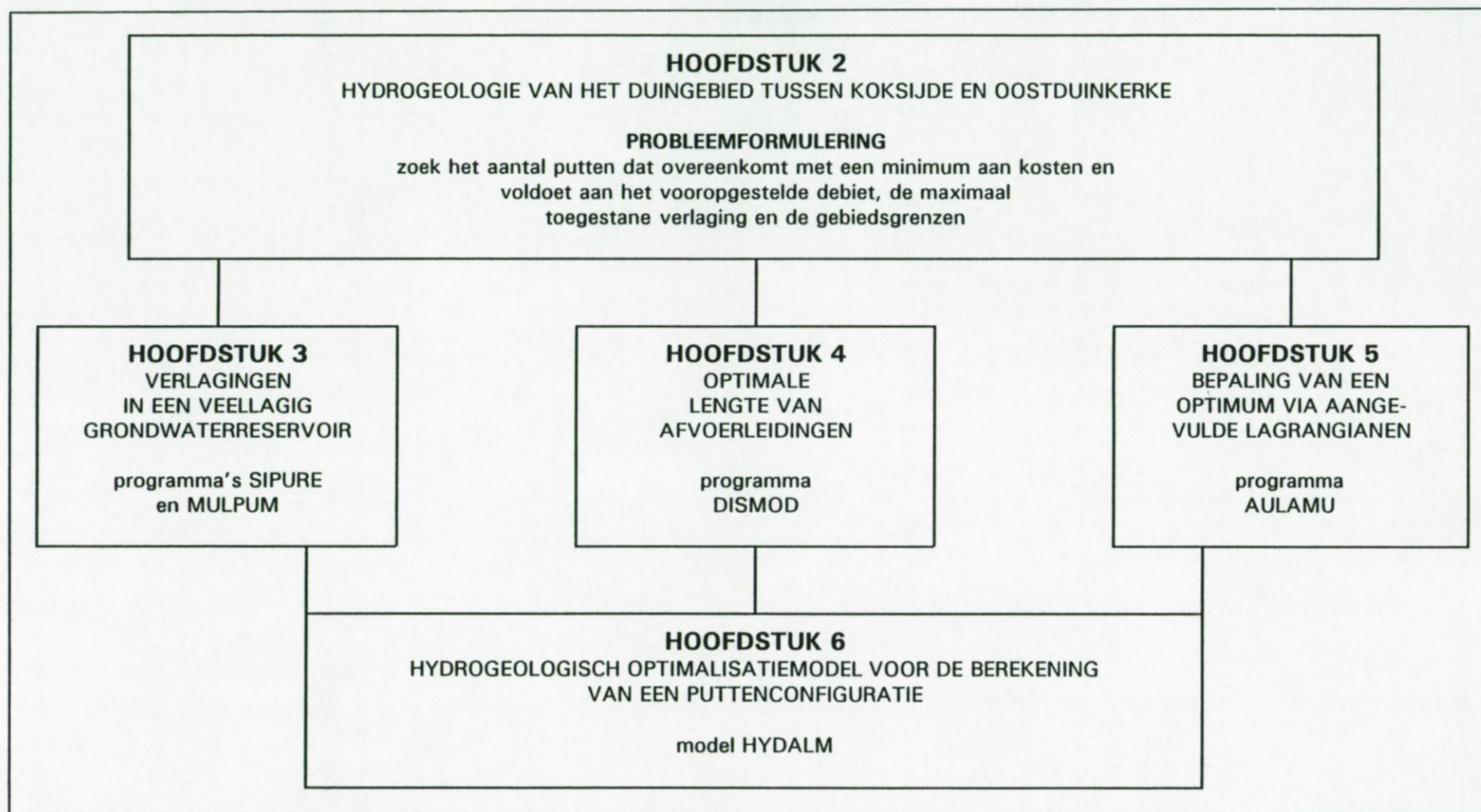


Fig. 2.32. Schematische weergave van het modelonderzoek.

Het impliciet verband tussen enerzijds de veranderlijken (x) en anderzijds het pompingsdebiet ($p(x)$) en de verlagingen ($q(x)$) wordt weergegeven in de programma's SIPURE en Mulpum (hoofdstuk 3). Deze zijn in staat om verlagingen die voldoen aan relaties (2.33) en (2.34) in een veellagig grondwaterreservoir te berekenen. Het programma SIPURE (LEBBE, 1988) wordt hier boven het quasi-driedimensionale stromingsmodel RMOQ3D (LEBBE et al., 1985) verkozen, omdat de mogelijke invloed van het regionaal grondwaterstromingspatroon (van o.a. waterlopen, infiltratie, enz.) op de verlagingen in de aangepompte laag van het Boven-Landenaan verwaarloosd kan worden, daar er boven deze laag een dik kleipakket van het Ieperiaan met een grote hydraulische weerstand voorkomt. Bovendien kan met het programma SIPURE ook de verlaging van een pompput met relatief kleine diameter worden berekend.

Om vervolgens het probleem van de bepaling van een minimale lengte van afvoerleidingen van een puttenconfiguratie, vervat in veranderlijke x_2 , op te lossen wordt een driestaps-algoritme voorgesteld (hoofdstuk 4). De uitvoering van dit algoritme geschiedt door middel van het programma DISMOD. Dit programma wordt met behulp van enkele testproblemen getoetst op zijn werking.

De aangevulde Lagrange-multiplicatormethode is in staat een numeriek optimum x^* te bepalen voor een stelsel van expliciet geformuleerde wiskundige betrekkingen (hoofdstuk 5). Een dergelijk stelsel wordt bijvoorbeeld gevormd door vergelijkingen (2.32), (2.33), (2.34) en (2.35), indien men aanneemt dat deze expliciet geformuleerd zouden kunnen worden. Een algemeen overzicht van de theorieën achter deze methode wordt gegeven, waarbij de nadruk vooral wordt gelegd op de praktische toepassing van de methode en minder op het theoretisch bewijs ervan. Vanuit deze theoretische achtergrond wordt er dan gezocht naar een vereenvoudigde toepassing om het hydrogeologisch optimalisatieprobleem op te lossen. Hiervoor wordt het computerprogramma AULAMU opgesteld. De werking van dit programma zal worden aangetoond aan de hand van enkele uit de literatuur gehaalde testproblemen.

Tot slot wordt het hydrogeologisch optimalisatiemodel HYDALM samengesteld, door samenvoeging van de programma's SIPURE, Mulpum, DISMOD en AULAMU (hoofdstuk 6). Door middel van een kunstmatig optimalisatieprobleem wordt de werking van dit model gevalideerd. Met behulp van het model HYDALM wordt vervolgens, rekening houdend met de op het terrein verzamelde

gegevens, het hydrogeologisch optimalisatieprobleem opgelost: een optimale puttenconfiguratie wordt berekend, een simulatie van de grondwaterverlagingen wordt gegeven, de uitbatingskosten in termen van het aantal pompputten en meters afvoeringen worden geschat.

HOOFDSTUK 3

VERLAGINGEN IN EEN VEELLAGIG GRONDWATERRESERVOIR

Om in het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke (Fig. 2.1) de verlagingen tengevolge van een grondwaterwinning in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan (L2) te kunnen berekenen, wordt er gebruik gemaakt van twee programmapakketten: SIPURE (LEBBE, 1988) en MULPUM (LEBBE, niet gepubliceerd). Deze programma's zijn in staat in een veellagig grondwaterreservoir verlagingen, die kunnen worden uitgedrukt als vergelijking (2.30) van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4), te berekenen. De bedoeling is uiteindelijk in hoofdstuk 6 beide programma's te koppelen aan het hydrogeologisch optimalisatie-model HYDALM (Fig. 2.32), zodat bij het zoeken naar de optimale condities voor een eventuele waterwinning automatisch de mogelijke verlagingen in het oog worden gehouden.

In dit hoofdstuk wordt achtereenvolgens van de programma's SIPURE en MULPUM, naast een theoretische achtergrond ook de samenstelling van het programmapakket gegeven. Vervolgens wordt, tot slot van het hoofdstuk, een kunstmatig optimalisatieprobleem opgesteld dat in een later stadium zal dienen om het model HYDALM op zijn werking te toetsen.

3.1. PROGRAMMA SIPURE

Het numeriek programma SIPURE simuleert in een gelaagd grondwaterreservoir de pumping van één put en berekent daarbij de theoretische verlaging op verschillende afstanden tot deze put, in de verschillende lagen en op verschillende tijdstippen. Bij deze pumping is de berekening van de evolutie van de grondwaterverlagingsconfiguratie gesteund op een axiaal symmetrisch tweedimensionaal (AS2D) netwerk van het studiegebied.

3.1.1. THEORETISCHE BESCHOUWING VAN HET PROGRAMMA SIPURE

Het programma SIPURE is in staat om, met behulp van de schematisering van het grondwaterreservoir, de hydraulische parameters en de parameters die het eindig-verschilnetwerk definiëren, de grondwaterstromingen rondom een pompput na te bootsen. Dit programma wordt gebruikt bij de interpretatie van pompproeven door middel van een invers model (paragraaf

2.3.5.1). De schematisering van het grondwaterreservoir in het programma wordt als representatief beschouwd voor de werkelijke hydrogeologische opbouw van een groot gedeelte van het studiegebied. Bij de verticale schematisering worden de verschillende litologische lagen opgedeeld in doorlatende, slecht doorlatende en zeer slecht doorlatende lagen. Naargelang van de plaats van de filterelementen in de putten en het verwachte stromingspatroon, worden deze lagen verder vertikaal opgedeeld. De nummering van de lagen geschiedt van onderen naar boven. De indeling van het grondwaterreservoir in een willekeurig aantal horizontale lagen is vooral gesteund op de litostratigrafische en de hydrogeologische gegevens van het gebied. Er moet wel rekening mee worden gehouden dat de som van de dikten van alle lagen gelijk moet zijn aan de totale dikte van het grondwaterreservoir. In de schematische indeling wordt de bovengrens steeds gevormd door de watertafel en wordt de grens van de onderste laag, laag 1, altijd als ondoorlatend verondersteld. In de aangepompte laag(en) wordt steeds water onttrokken uit de binnenste ring. Hierbij wordt aangenomen dat het onttrokken debiet uit iedere laag evenredig is met zijn doorlaatvermogen. De som van de onttrokken debieten uit iedere laag is gelijk aan het opgepompte debiet. In het programma wordt van alle lagen verondersteld dat ze homogeen en van een zelfde dikte zijn. Bovendien wordt elke laag er gekenmerkt door een horizontale doorlatendheid (k^h) en een specifieke elastische berging (S_A). De hydraulische weerstand (c) wordt tussen de middens van iedere laag beschouwd. De hoeveelheid water die afgegeven wordt bij een daling van de watertafel met een eenheid wordt voorgesteld als de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S_0).

Naast een verticale discretisatie, vindt er ook een concentrische indeling plaats van het grondwaterreservoir in een aantal coaxiale ringen rond de pompput. De hoogten van deze ringen zijn gelijk aan de dikten van de lagen en de stralen van de ringen nemen logaritmisch toe. Zo wordt een schikking van elementaire cellen bekomen waarvan de plaats kan worden aangegeven door middel van de ring en de laag waartoe de cel behoort. De buitenste ring wordt op een zodanig grote afstand van de pompput gebracht dat de horizontale stroming doorheen de buitenste grens beperkt blijft tot enkele percenten van het opgepompte debiet op het einde van de gewenste simulatieperiode. Vanwege de axiale symmetrie van dit stelsel van ringen kan van het driedimensionaal netwerk een vertikaal tweedimensionale voorstelling worden gemaakt, hetgeen wordt weergegeven in figuur 3.1. Hierin stelt I het nummer van de

ring en J het nummer van de laag voor. In de figuur is van de I-de ring de binnen- en de buitenstraal aangegeven. R1 staat hier voor de aanvangsstraal en A is een constante faktor die groter is dan 1. De dikte van de laag wordt aangeduid met D.

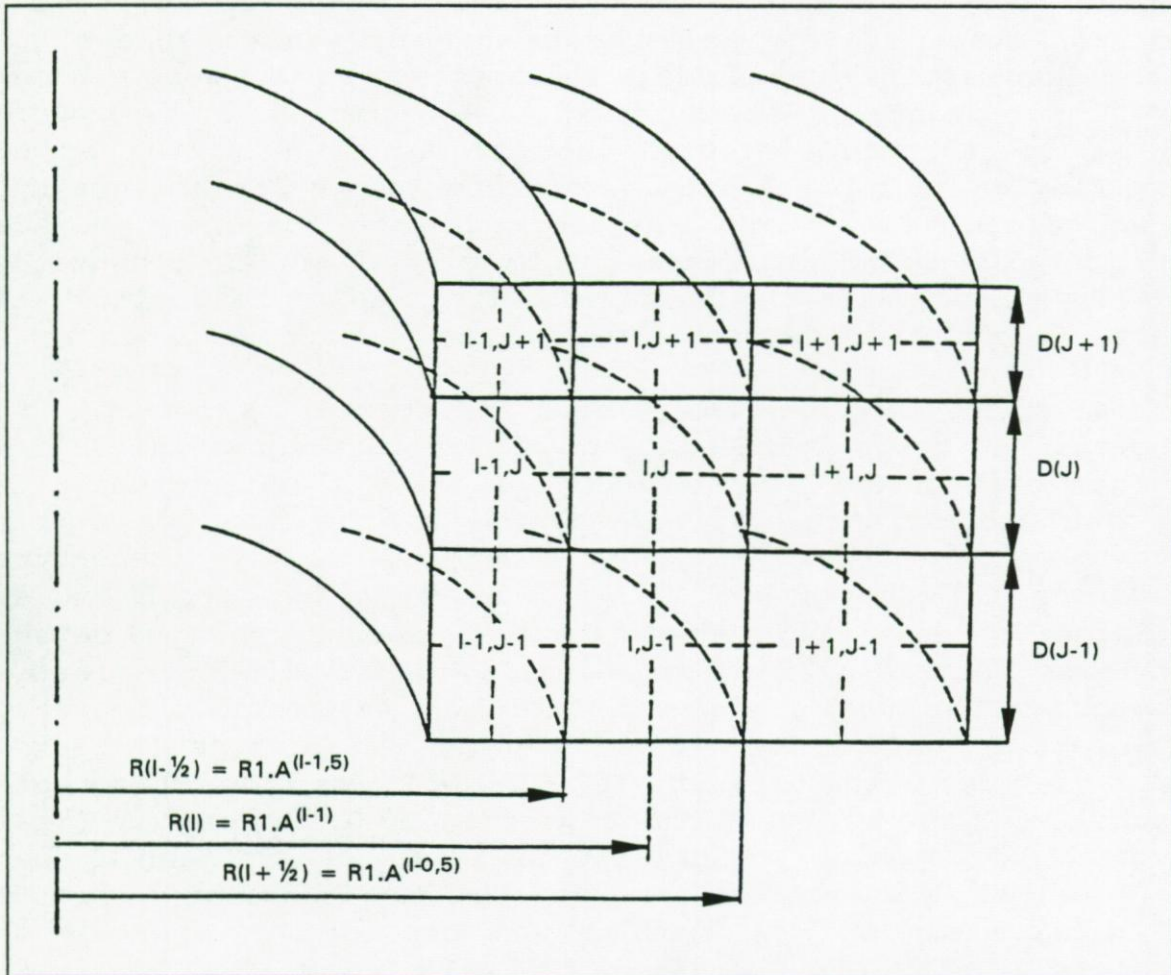


Fig. 3.1. De (I,J)-ring van het vertikaal axiaal symmetrisch netwerk met zijn aangrenzende ringen in het programma SIPURE: R1 is de aanvangsstraal; D is de dikte van een laag; A is een constante faktor groter dan 1, meestal $A = 10^{0.1}$ (LEBBE, 1988).

Voor iedere ring kan aan de nodale cirkel, die gelegen is op halve hoogte en in het geometrisch gemiddelde van de binnen- en buitenstraal, een waarde voor de verlaging $s(I,J)$ worden toegekend. De verlagingen in de verschillende lagen worden berekend op welbepaalde afstanden van de pompput en op welbepaalde tijdstippen na het starten van de pomp. Deze tijdstippen worden bepaald uitgaande van de aanvangstijd T_1 , met

behulp van de faktor A. De berekende verlaging in de nodale cirkel van de (I,J)-ring na tijdstip T wordt aangeduid als $s(I,J)^T$ en is de verlaging na $T1A^T$ minuten pompen. De verlaging tussen de nodale cirkels wordt verondersteld een lineair verloop te vertonen tegenover de logaritme van de afstand tot de pompput. Het verloop van de verlaging tussen de boven elkaar gelegen nodale cirkels gebeurt overeenkomstig het contrast tussen de hydraulische parameters van de lagen. Bij grote contrasten tussen deze parameters wordt een eindig-verschil benadering verondersteld. De verlaging in de nodale cirkel is dan representatief voor de volledige dikte van de laag. Indien de hydraulische parameters tussen de aangrenzende lagen gelijk zijn, wordt een zeker gewicht toegekend aan de verlaging in de aangrenzende nodale cirkel van de behandelde cel. Tussen de verlaging en de logaritme van de tijd sinds het starten van de pomp is een lineair verband verondersteld.

Alvorens met de berekeningen te starten worden in het programma de hydraulische parameters, de waargenomen verlagingen (en eventuele restverlagingen) en de via de discretisatie van het grondwaterreservoir afgeleide waarden voor de dikten ingevoerd. Voor iedere ring, d.w.z. op logaritmisch toenemende afstanden tot de pompput ($R1A^{(l-1)}$), berekent het programma de evolutie van de verlagingen in de tijd. De berekeningen gebeuren door toepassing van een hybride eindig-verschil eindig-element methode op de wet van Darcy en de continuïteitswet. Deze methode wordt toegepast om de numerieke basisvergelijkingen, die de grondwaterstroming in een grondwaterreservoir beschrijven, op te lossen. Het bekomen stelsel van vergelijkingen wordt opgelost volgens de afwisselende richting iteratieve methode. Via deze methode kan, op verschillende tijden na het starten van de pomp, voor iedere ring de verlaging in de nodale cirkel worden berekend. De uitvoering van de afwisselende richting iteratieve methode geschiedt in twee stappen. Het eerste uitgangspunt is dat de verlagingen van dezelfde ringen van de verschillende lagen als onbekenden worden beschouwd. Hierbij wordt aangenomen dat de verlagingen van de aangrenzende ringen gekend zijn. Door de aanpak van het probleem op deze wijze, verkrijgt men een stelsel waarin evenveel onbekenden als vergelijkingen voorkomen. Een dergelijk stelsel kan worden opgelost met behulp van het THOMAS-algoritme (LEBBE, 1988). Door de bewerking te beginnen met de kleinste ringen en daarna te vervolgen met de grotere, wordt een eerste benadering verkregen van alle te berekenen verlagingen.

Vervolgens wordt ervan uitgegaan dat de verlagingen van de verschillende ringen in een zelfde laag de onbekenden zijn, terwijl die van de aangrenzende lagen verondersteld worden gekend te zijn. Beginnend vanuit de bovenste laag, worden telkens voor de opeenvolgende onderliggende lagen de verlagingen van de verschillende ringen in die laag berekend. Bij deze berekeningen worden voor de verlagingen in de bovenliggende lagen telkens de waarden bekomen door de lopende iteratie gebruikt, terwijl voor de onderliggende lagen steeds de uitkomsten van de vorige iteratie worden gebruikt. Men verkrijgt dan weer een stelsel met even zoveel vergelijkingen als er onbekenden zijn. Dit nieuw stelsel wordt dan ook weer opgelost met het THOMAS-algoritme.

De berekeningen staan onder controle van de grondwaterbalans: deze wordt bij het convergeren van het iteratieproces geleidelijk aan kleiner. Om tussen de simulaties door een overzicht te verkrijgen van de tijdens het iteratieproces uitgevoerde bewerkingen, kan een tabel worden opgesteld voor de logaritmen van zowel de berekende als de waargenomen verlagingen samen met de overeenkomstige logaritmische tijdstippen. Hieruit kan dan worden bepaald hoe groot de afwijkingen tussen de waargenomen en de berekende verlagingen zijn. Eventueel kunnen ook bilogaritmische curven worden opgesteld voor deze verlagingen in functie van de tijd of in functie van de afstand. Ook deze laten toe de waargenomen en de berekende waarden met elkaar te vergelijken.

De geldigheid en de werking van het programma SIPURE werden reeds aangetoond in het werk van LEBBE (1988). Voor een gedetailleerde theoretische uiteenzetting van het programma wordt naar dit werk verwezen.

3.1.2. PROGRAMMAPAKKET VAN SIPURE

Het programmapakket van SIPURE, geschreven in FORTRAN-computercode, is samengesteld uit:

- het invoerprogramma voor de aanmaak van de PAPU- en DAPU-invoerbestanden en
- het eigenlijk rekenprogramma SIPURE.

In deze paragraaf zal alleen het eigenlijk rekenprogramma worden besproken. Voor een meer gedetailleerde toelichting ervan en voor de omschrijving van het invoerprogramma wordt verwezen naar LEBBE (1988).

3.1.2.1. EIGENLIJK REKENPROGRAMMA SIPURE

Het eigenlijk rekenprogramma SIPURE berekent de verlagingen die optreden in de verschillende lagen, op verschillende afstanden van de pompput en op verschillende tijden na het starten van de pomp. De berekeningen worden verricht om nadien de berekende met de waargenomen verlagingen te vergelijken bij de overeenkomstige tijden en plaatsen. Een pompput mag in één laag of in meerdere lagen worden geplaatst en er mag ook met een wisselend debiet worden gepompt.

De computercode van het eigenlijk rekenprogramma bestaat uit twee subroutines die in figuur 3.2 binnen de stippellijnen zijn aangegeven. De subroutines werken in combinatie met een hoofdprogramma, welke ze oproept, en twee invoerbestanden. Deze, het PAPU- en DAPU-invoerbestand, moeten voor elk hydrogeologisch probleem apart worden aangepast, daar zij zorgen voor de specifieke voorstelling van het probleem. De hiërarchie in de subroutines is als volgt: het hoofdprogramma SIPURE roept subroutine ADIDRA en vervolgens subroutine DIFDRA.

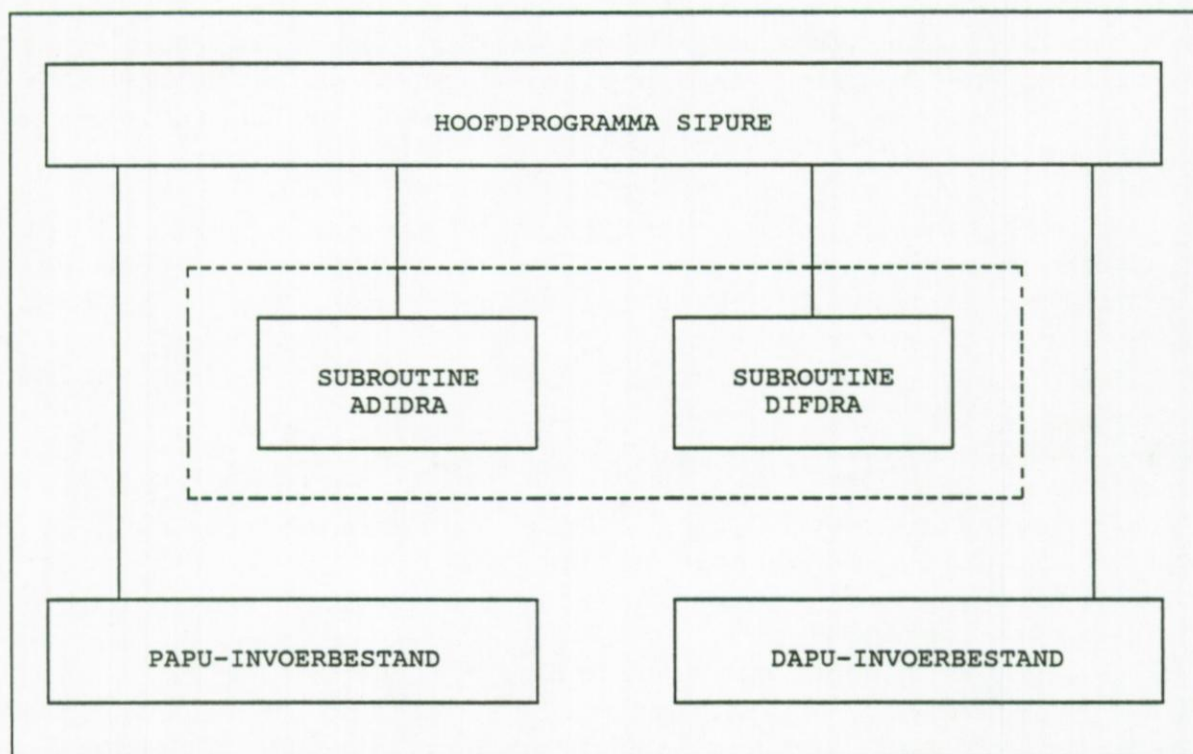


Fig. 3.2. Subroutines van het programma SIPURE.

3.1.2.1.1. Oproep van het eigenlijk rekenprogramma SIPURE

Om een programma te kunnen oproepen moet de computer zijn uitgerust met een besturingsbestand. Aangezien dit bestand echter de neiging vertoont afhankelijk te zijn van de soort computer die gebruikt wordt, zullen in deze paragraaf voorbeelden worden gegeven van de type computersystemen waarop het programma SIPURE werd toegepast.

SIEMENS. Het eigenlijk rekenprogramma SIPURE kon vroeger worden opgeroepen op de SIEMENS 7570-CX van het Academisch Rekencentrum van de Universiteit Gent. Het besturingsbestand, geschreven in BS2000 V9.5, bestond uit de volgende lijnen:

```
/PROC C, (&N)
/FILE PAPU.&N, LINK=DSET26, OPEN=INPUT
/FILE DAPU.&N, LINK=DSET28, OPEN=INPUT
/FILE OUPU.&N, LINK=DSET27, OPEN=OUTPUT
/SF SYSLST=LST.SIPURE.&N
/EXEC X.SIPURE
/SF SYSLST=()
/ENDP
```

Deze besturingslijnen, gegroepeerd onder de procedurenaam P.SIPURE, konden worden gebruikt om het eigenlijk rekenprogramma op te roepen door de volgende lijn door te sturen:

```
/DO P.SIPURE, (BESTANDSNAAM)
```

UNIX. Het besturingsbestand van het eigenlijk rekenprogramma SIPURE voor de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent, geschreven in UNIX-V3.0, is op de volgende wijze samengesteld:

```
x.sipure $1.papu $1.dapu $1.oupu $1.lst
fgrep "BALANCE" $1.lst >$1.bal
```

Deze besturingslijnen werden samengebracht onder de procedurenaam p.sipure. Het rekenprogramma wordt door middel van deze procedure opgeroepen door de volgende lijn in te geven:

```
p.sipure (bestandsnaam)
```

In het verder verloop van de tekst zullen voor alle programma-toepassingen alleen de UNIX-besturingsbestanden worden behandeld.

3.1.2.1.2. Het hoofdprogramma SIPURE

Het hoofdprogramma SIPURE en de PAPU- en DAPU-invoerbestanden zorgen voor de voorstelling van het hydrogeologisch probleem. Het hoofdprogramma bakent de matrices af en verzorgt de initialisatie van de berekeningen via het lezen van parameters in achtereenvolgens de bestanden PAPU en DAPU. De ingelezen gegevens worden daarna als echo neergeschreven in het LST-uitvoerbestand. Om verlagingen te kunnen berekenen wordt eerst subroutine ADIDRA opgeroepen en vervolgens subroutine DIFDRA. Hierna worden de resultaten van de berekende verlagingen geschreven in het OUPU-uitvoerbestand, waarna het berekeningsproces tenslotte wordt stopgezet. Hieronder volgt een korte toelichting van de gegevens in het PAPU- en het DAPU-bestand.

PAPU-INVOERBESTAND. Het PAPU-bestand, dat verbonden is met het nummer 26, bevat informatie over de veranderlijken die het eindig-verschilnetwerk definiëren en over de hydraulische parameters van het grondwaterreservoir. De volgorde en de indeling van deze gegevens worden aangegeven in tabel 3.1. Het PAPU-bestand kan worden gebruikt voor het programma MULPUM (paragraaf 3.2) en voor het model HYDALM (hoofdstuk 6).

DAPU-INVOERBESTAND. De gegevens van alle tijdens de pompproef waargenomen verlagingen worden opgeslagen in het DAPU-bestand welke met het nummer 28 verbonden is. In dit bestand wordt het aantal peilbuizen opgegeven waarin verlagingen waargenomen werden en vervolgens voor iedere peilbuis de laag, het aantal waarnemingen en de afstand tot de pompput. Tenslotte wordt voor iedere peilbuis de waargenomen verlagingen met de overeenkomstige tijden gegeven. De volgorde en de indeling van deze gegevens kunnen in tabel 3.2 worden teruggevonden.

3.1.2.1.3. De subroutine ADIDRA

Subroutine ADIDRA, die door het hoofdprogramma wordt ingeroepen, heeft tot taak het berekenen van verlagingen in de nodale cirkels van de verschillende lagen op welbepaalde tijdstippen en afstanden van de pompput sinds het starten van de pomp. De berekening van de verlagingen geschiedt volgens de afwisselende richting iteratieve methode welke gesteund is op het THOMAS-algoritme en gecontroleerd wordt door de grondwaterbalans. De bekomen resultaten worden bijgeschreven in het LST-uitvoerbestand.

Tab. 3.1. Volgorde en indeling van de parameters in het PAPU-bestand (LEBBE, 1988).

LIJN	VERANDERLIJKE	OMSCHRIJVING EN OPMERKINGEN	LIMIETEN OF GROOTHEDEN	INDELING
1	N9	aantal lagen	$02 \leq N9 \leq 19$	I2
2	V1	aantal ringen	$05 \leq V1 \leq 60$	I2
3	H1	nummer aangepompte laag: PULAM1 \neq 00 dan H1=00	$01 \leq H1 \leq N9-1$	I2
4	PULAM1	vlag die bepaalt of in één (PULAM1=00) of meerdere (PULAM1=01) lagen wordt gepompt	$00 \leq PULAM1 \leq 99$	I2
5	R1	aanvangsstraal, meestal van boorgat pompput of filterelement	meter	F20.9
6	QD	debiet gepompt op laag H1	m^3/d	F20.9
7	T1	aanvangstijd	minuut	F20.9
8	L9	$\log_{10} A$, faktor A bepaalt samen met R1 de stralen van de nodale cirkels en samen met T1 de tijden waarop de verlagingen worden berekend	dimensieloos	F20.9
9	T2	tijd die het laatst behandelde tijdsinterval bepaalt; opgegeven tijd is gelegen binnen het laatst behandelde tijdsinterval	minuut	F20.9
10	BUOY1	eerste baken	000000.0000000000	F20.9
11	H(J)	J=1	meter	F20.9
12		J=2 H(J) is de dikte van laag J	meter	F20.9
10+N9		J=N9	meter	F20.9
10+N9+1	BUOY2	tweede baken	000000.0000000000	F20.9
10+N9+2	K(J)	J=1 K(J) is de	m/d	F20.9
10+N9+3		J=2 horizontale doorlatendheid	m/d	F20.9
10+2*N9+1		J=N9 van laag J	m/d	F20.9
10+2*N9+2	BUOY3	derde baken	000000.0000000000	F20.9
10+2*N9+3	C(J)	J=1 C(J) is de	dagen	F20.9
10+2*N9+4		J=2 hydraulische weerstand tussen	dagen	F20.9
10+3*N9+1		J=N9-1 lagen J-1 en J	dagen	F20.9
10+3*N9+2	SA(J)	J=1 SA(J) is de	m^{-1}	F20.9
10+3*N9+3		J=2 specifieke elastische berging	m^{-1}	F20.9
10+4*N9+1		J=N9 van laag J	m^{-1}	F20.9
10+4*N9+2	S0	bergingscoëfficiënt nabij de watertafel	m^3/m^3	F20.9
ENKEL ALS PULAM1 = 01 OF 03				
10+4*N9+3	BUOY4	vierde baken	000000.0000000000	F20.9
10+4*N9+4	QLAYER(J)	J=1 QLAYER(J) is het	m^3/d	F20.9
10+4*N9+5		J=2 opgepompte debiet uit	m^3/d	F20.9
10+5*N9+3		J=N9 laag J	m^3/d	F20.9
ENKEL BIJ POMPPROEF MET WISSELEND DEBIET EN ALS PULAM1 = 01 OF 03 PULAM2 is de vlag die bepaalt of het debiet gedurende de pompproef constant (PULAM2=00) of niet constant (PULAM2=01 [§]) is. Als PULAM2=01 wordt PULAM1 vermeerderd met twee en moeten onderstaande gegevens betreffend wisselend debiet ingevoerd worden.				
10+5*N9+4	NTIM	aantal debietswijzigingen, start pomp meegeteld	$02 \leq NTIM \leq 19$	I2
10+5*N9+5	TIMEQ(I), QT(I)	I=1 TIMEQ(1)=0.0 en QT(1)=0.0; TIMEQ(I) [†] is	minuut m^3/d	2F10.4
10+5*N9+6		I=2 tijd van I-de debietswijziging, QT(I) [†] is	minuut m^3/d	2F10.4
10+5*N9+NTIM+5		I=NTIM+1 debiet voor de I-de debietswijziging	minuut m^3/d	2F10.4
[§] . Een pompproef gevolgd door een stijgproef moet worden beschouwd als een pompproef met wisselend debiet. [†] . $0 \leq \text{TIMEQ}(I) \leq T2$ en $QT(I) \leq QD$ of $QT(I)$ is kleiner of gelijk aan het totaal van QLAYER(J). De eerste debietswijziging is de start van de pomp bij een pompproef en/of stijgproef. Bijgevolg is TIMEQ(1) en QT(1) gelijk aan nul. TIMEQ(NTIM+1) is steeds gelijk aan T2 en QT(NTIM+1) is het debiet juist voor en tijdens de laatste waarneming of gedurende het tijdsinterval TIMEQ(NTIM) en T2.				

Tab. 3.2. Volgorde en indeling van de parameters in het DAPU-bestand (LEBBE, 1988).

LIJN	VERANDERLIJKE	OMSCHRIJVING EN OPMERKINGEN	LIMIETEN OF GROOTHEDEN	INDELING
1	IASB	aantal peilbuizen met waarnemingen	01≤IASB≤20	1X,12
VOOR I VARIËREND VAN 1 TOT IASB				
2	LAYO(I),I=1,10	laag waarin peilbuis I gesitueerd is	01≤LAYO(I)≤N9	10I4
3	LAYO(I),I=11,20			10I4
4	IAVW(I),I=1,10	aantal waarnemingen in peilbuis I	01≤IAVW(I)≤50	10I4
5	IAVW(I),I=11,20			10I4
6	DIST(I),I=1,10	afstand tot de pompput van peilbuis I	meter	10F6.1
7	DIST(I),I=11,20		meter	10F6.1
VOOR I VARIËREND VAN 1 TOT IASB EN J VARIËREND VAN 1 TOT IAVW(I)				
VOOR I = 1,20				
8+5*(I-1)	TIME(J,I),J=1,10	tijd van J-de waarneming in peilbuis I	minuut	10F6.1
9+5*(I-1)	TIME(J,I),J=11,20		minuut	10F6.1
10+5*(I-1)	TIME(J,I),J=21,30		minuut	10F6.1
11+5*(I-1)	TIME(J,I),J=31,40		minuut	10F6.1
12+5*(I-1)	TIME(J,I),J=41,50		minuut	10F6.1
VOOR I = 1,20				
108+5*(I-1)	DRAW(J,I),J=1,10	verlaging van J-de waarneming in peilbuis I	meter	10F6.3
109+5*(I-1)	DRAW(J,I),J=11,20		meter	10F6.3
110+5*(I-1)	DRAW(J,I),J=21,30		meter	10F6.3
111+5*(I-1)	DRAW(J,I),J=31,40		meter	10F6.3
112+5*(I-1)	DRAW(J,I),J=41,50		meter	10F6.3

In het BAL-uitvoerbestand worden de balansgegevens neergeschreven die uit het LST-bestand zijn gefiltreerd. Na deze handelingen wordt de programmabesturing terug overgedragen aan het hoofdprogramma.

3.1.2.1.4. De subroutine DIFDRA

Nadat subroutine ADIDRA de besturing terug heeft overgegeven aan het hoofdprogramma, wordt vervolgens subroutine DIFDRA opgeroepen om de berekende verlagingen te vergelijken met de overeenstemmende waargenomen waarden. De resultaten van

deze bewerkingen worden bijgeschreven in het LST-bestand. Daarna wordt de programmabesturing weer teruggegeven aan het hoofdprogramma, welke tenslotte de uitvoering beëindigt.

3.1.2.2. UITVOERBESTANDEN

Bij de uitvoering van het eigenlijk rekenprogramma SIPURE worden gedurende het berekeningsproces gegevens neergeschreven in het OUPU-, LST- en BAL-uitvoerbestand. Het OUPU-bestand, waarin verlagingen van alle lagen, ringen en tijdstappen worden neergeschreven in machine-taal, wordt in het programma verbonden met het nummer 27. Dit bestand wordt gebruikt bij het uitzetten van de resultaten in grafieken. Het OUPU-bestand wordt ook als invoerbestand gebruikt voor het programma MULPUM (paragraaf 3.2) en voor het model HYDALM (hoofdstuk 6).

De uitgedrukte resultaten worden neergeschreven in het LST-bestand welke in het programma verbonden is met het nummer 6. Dit bestand wordt meestal opgeroepen wanneer men de resultaten even op scherm wil zien of indien men die wenst uit te printen. De eerste lijnen van het bestand bevatten een echo van de veranderlijken die gebruikt zijn om het eindig-verschilnetwerk te definiëren en daarnaast ook de waarden van de hydraulische parameters van het veellagig grondwaterreservoir. De gegevens voor het schrijven van deze lijnen worden gehaald uit het PAPU-bestand (Tab. 3.1). Na deze gegevens wordt ook van het DAPU-bestand (Tab. 3.2) een echo weergegeven. Voor ieder behandeld tijdsinterval wordt vervolgens de balans neergeschreven evenals de tijd van de verlagingen op het einde van dat tijdsinterval. Deze balans bevat informatie over het opgepompte debiet, het debiet geleverd door de bergingsvermindering van de lagen en het totaal horizontaal instromend debiet tussen de laatste en de voorlaatste ringen van al de lagen; deze gegevens kunnen ook worden teruggevonden in het BAL-bestand. Voor elke laag wordt steeds het opgepompte debiet opgegeven, samen met het debiet tengevolge van bergingsvermindering en het horizontaal instromend debiet tussen de laatste en de voorlaatste ring van de beschouwde laag. Onder het nummer van de laag en de genoemde debieten worden de voor deze laag berekende verlagingen $s(I,J)$ weergegeven. Hierbij is J het nummer van de laag en I het nummer van de ring dat varieert van 1 tot V1. De verlagingen worden neergeschreven met de indeling 10F12.4: d.w.z. dat de verlagingen van de eerste tien ringen op de eerste lijn worden geschreven, de verlagingen van de elfde tot en met de twintigste ring op de tweede

lijn, enz. Op de allerlaatste lijnen van het bestand worden tenslotte de berekende verlagingen vergeleken met de waarnemingen. De afstanden van de peilbuizen tot de pompput en de tijd na het starten van de pomp waarop de waarnemingen gebeuren, moeten niet strikt samenvallen met respectievelijk de stralen van de nodale cirkels en de tijden waarop de verlagingen worden berekend. De verlagingen op deze welbepaalde afstanden en tijden worden afgeleid uit de berekende verlagingen, door middel van een bilogarithmische interpretatie naar afstand en tijd. Voor iedere peilbuis verkrijgt men een tabel met in de verschillende kolommen achtereenvolgens het nummer van de waarneming, de logaritme op basis 10 van de tijd van de waarneming (minuten), de logaritme van de berekende verlaging (m), de logaritme van de waargenomen verlaging (m) en de logaritme van de berekende verlaging verminderd met de logaritme van de waargenomen verlaging. Hierdoor wordt een overzicht verkregen van de afwijkingen die voorkomen tussen de berekende en de waargenomen verlagingen. Bij iedere peilbuis wordt tenslotte het gemiddelde en de standaardafwijking van de verschillende afwijkingen voor de waarnemingen tussen 1,6 en 31,6 minuten, voor de waarnemingen na 31,6 minuten en voor alle waarnemingen in de peilbuis weergegeven.

3.2. PROGRAMMA MULPUM

Het numeriek programma MULPUM (LEBBE, niet gepubliceerd) werkt in combinatie met het programma SIPURE. Dit laatstgenoemde programma laat toe om in een veellagig grondwaterreservoir de evolutie van de verlagingen te berekenen voor de nodale cirkels van de verschillende ringen, gelegen in het midden van iedere laag, op welbepaalde opeenvolgende tijdsintervallen en afstanden van een put (paragraaf 3.1.1). Met het programma MULPUM kan aan de hand van deze berekende verlagingen, door toepassing van het principe van de superpositie, de verlaging of de subsidentie worden gesimuleerd op iedere plaats, in iedere laag en op elk tijdstip na de start van een waterwinning met meerdere pompputten. Voor de waterwinning wordt aldus een beeld verkregen van de grondwaterverlagings- en subsidentiepatronen in de verschillende lagen. Gelet op de ingewikkelde opbouw van een veellagig grondwaterreservoir kan een exacte simulatie van de werkelijkheid niet worden verwacht. Bij de start van de simulatie geldt dat de globaal berekende verlagingsverdeling rondom een pompput zeer goed overeenstemt met deze waargenomen tijdens een pompproef, zodat kan worden aangenomen dat het model is geijkt aan de werkelijke situatie.

Dit model mag bijgevolg worden aangewend voor de berekening van de invloed van kunstmatige ingrepen op het hydrogeologisch systeem. De berekening van de subsidentie werd echter in het bestek van deze studie buiten beschouwing gelaten.

3.2.1. TEORETISCHE BESCHOUWING VAN HET PROGRAMMA MULPUM

Het programma MULPUM, gekoppeld aan het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk (Fig. 3.1), berekent verlagingen in een gelaagd grondwaterreservoir welke veroorzaakt worden door pompingen in één put of in meerdere putten. De verticale schematisering (Z-richting) van het grondwaterreservoir en de discretisatie in een reeks lagen is identiek aan die bij het programma SIPURE (paragraaf 3.1.1). Zo wordt het grondwaterreservoir ingedeeld in een aantal homogene lagen met constante dikte, die genummerd worden van onderen naar boven. Elke laag wordt weer onderverdeeld in een aantal opeenvolgende concentrische ringen. De onderste laag, laag 1, is van onderen begrensd door een ondoorlatende laag, de bovenste laag is begrensd door de watertafel. De horizontale stroming en de bergingsverandering van iedere laag worden bepaald door respectievelijk de horizontale doorlatendheid (k^h) en de specifieke elastische berging (S_A). De verticale stroming tussen twee aangrenzende lagen wordt aangegeven door een waarde van de hydraulische weerstand (c) tussen die lagen. De hoeveelheid water die geleverd wordt door een daling van de watertafel met een eenheid wordt gekarakteriseerd door de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S_0).

Met het programma MULPUM kan voor een willekeurig gekozen tijdstip de verlaging worden berekend in de roosterpunten van een rooster dat horizontaal in het midden van iedere laag kan worden geplaatst. Dit rooster, dat samenvalt met de oppervlakte van het beschouwde studiegebied, is rechthoekig van vorm en opgebouwd uit een reeks vierkantige cellen. Als voorbeeld wordt in figuur 3.3 een rooster voorgesteld van de laag J. Om de oriëntatie van het rooster ondubbelzinnig vast te leggen wordt een oorsprong (0) gekozen. De roosterpunten worden gerangschikt in rijen en kolommen, respectievelijk in de X- en Y-richting. De plaats van elk roosterpunt kan dan worden vastgelegd door middel van de rij, de kolom en de laag. Het nummeren geschiedt voor de kolommen in de X-richting van links naar rechts en voor de rijen in de Y-richting van voren naar achteren.

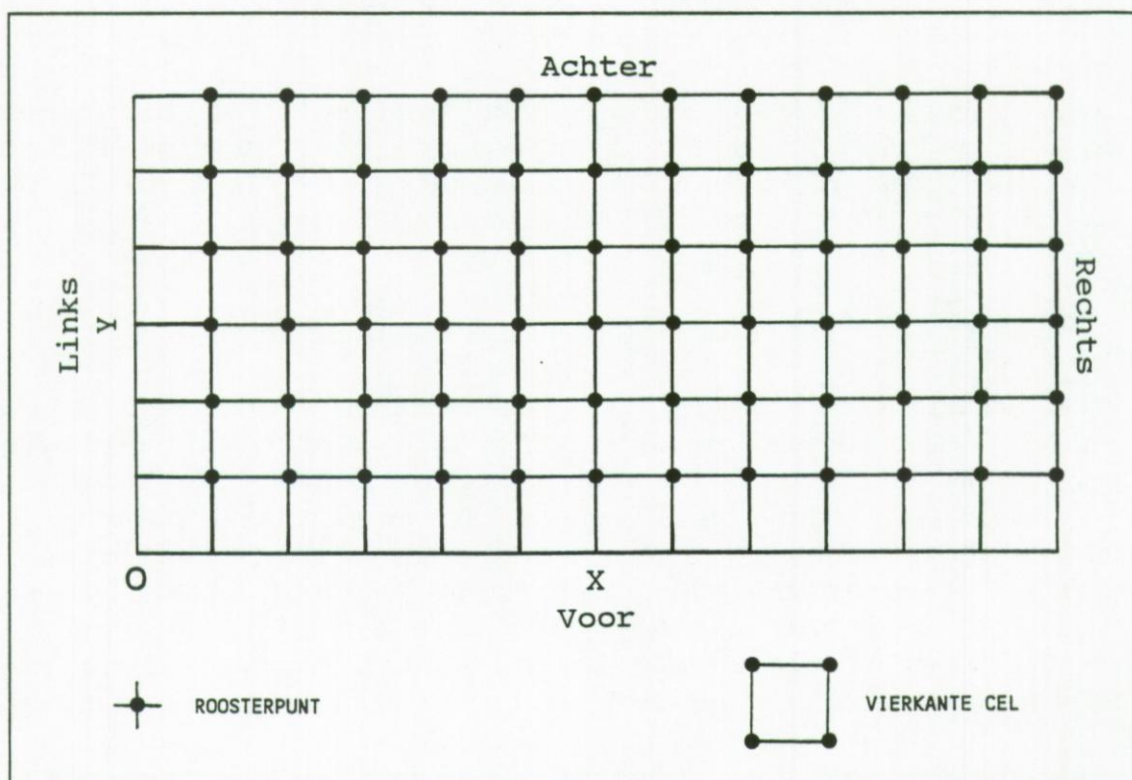


Fig. 3.3. Horizontaal rooster van laag J in het programma MULPUM.

De nummering van de lagen in de Z-richting gebeurt, zoals hierboven aangehaald, van onderen naar boven. Door het plaatsen van roosters in het midden van iedere laag in het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk, kan een quasi-driedimensionale voorstelling van het grondwaterreservoir worden bekomen (Fig. 3.4). Deze voorstelling wordt verondersteld groten-deels representatief te zijn voor de werkelijke hydrogeologi-sche opbouw van het gebied. De ligging van elke put, aangeduid door een knooppunt, kan worden gekarakteriseerd door ten opzichte van de oorsprong van een rooster de X- en Y-coördi-naat te bepalen.

Voordat met de berekeningen een aanvang wordt gemaakt, worden in het programma de schematisering van het grondwater-reservoir, de hydraulische parameters, de berekende verlagin-gen voor één welbepaalde put opgeslagen in het OUPU-bestand, de gekozen laag, de geselecteerde tijdsduur van pompen en het aantal putten met hun coördinaten en debieten ingebracht. In dit programma wordt het filterelement van elke put over de gehele dikte van de aangepompte laag aangebracht.

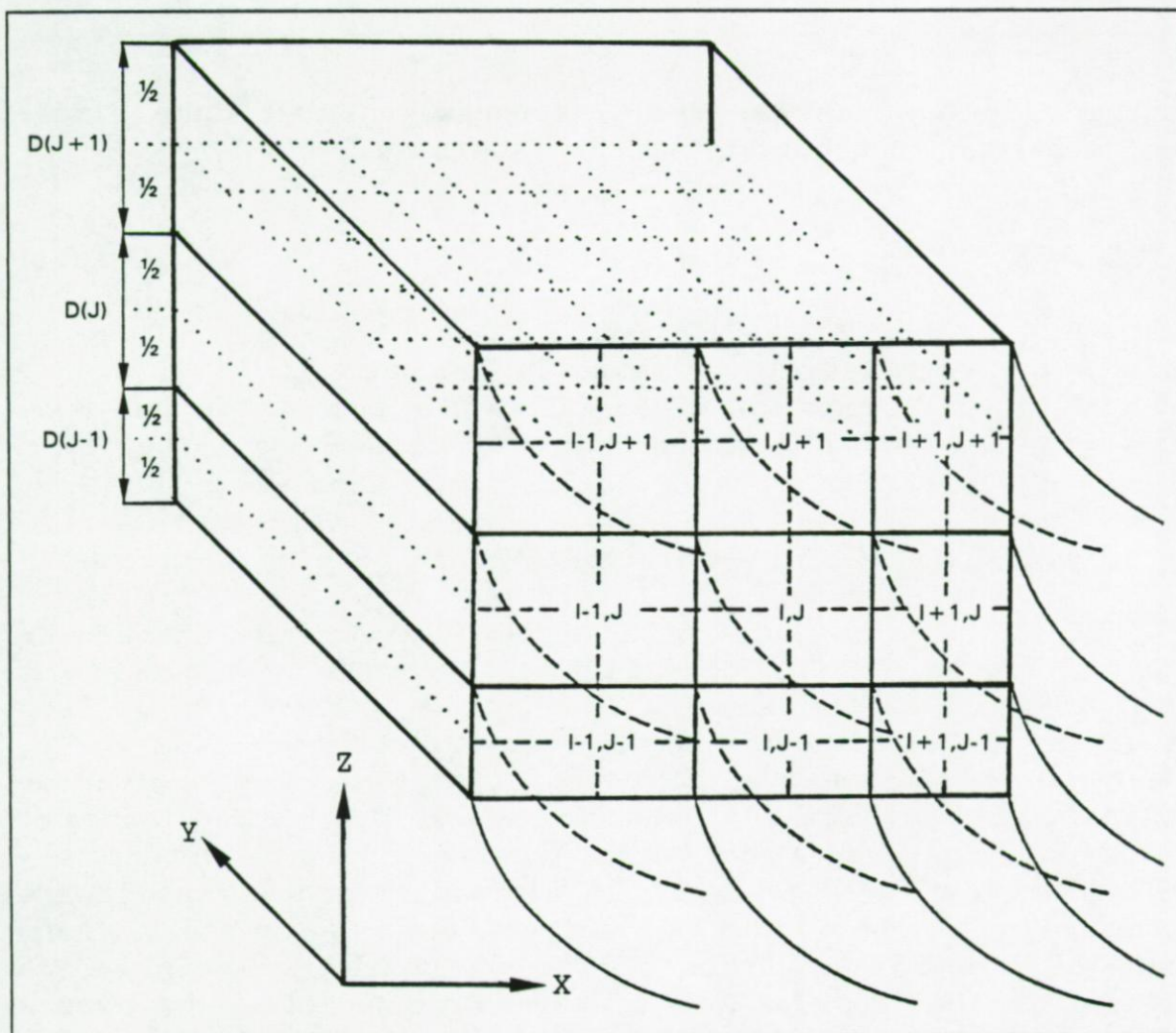


Fig. 3.4. Kombinatie van het vertikaal axiaal symmetrisch netwerk ((I,J)-ring met zijn aangrenzende ringen) en het horizontaal rooster in het programma MULPUM (D is de dikte van een laag).

Aan de hand van de ingevoerde gegevens berekent het programma, voor de gekozen laag en bij het opgegeven tijdstip na het starten van de pomp, de gemiddelde verlagingen in ieder rooster- en knooppunt van het veelmatig grondwaterreservoir. Gelijktijdige pompingen met meerdere putten veroorzaken overlappingen van de depressietrechters met als gevolg een toename van de verlagingen. De berekening van de verlagingen, welke geschiedt per kolom en vervolgens per rij, gebeurt daarom volgens het principe van de superpositie. Deze stelt dat de verlaging in elk roosterpunt gelijk is aan de som van het gezamenlijk effect van de verlagingen van de afzonderlijke pompingen in elke put. De verlaging in een knooppunt komt dus overeen met de verlaging tengevolge van de pomping in de put zelf vermeerderd met de som van de verlagingen veroorzaakt door de andere putten. Er kan bijgevolg worden gesteld dat de

verlaging in een punt A, welke veroorzaakt wordt door simultane pompingen in n putten, gelijk is aan:

$$s_A = s_1 + s_2 + \dots + s_n = \sum_{i=1}^n s_i \quad (3.1)$$

met s_A = de gecumuleerde verlaging in het punt A,

s_1 = de verlaging in A veroorzaakt door pumping in put P_1 ,

s_2 = de verlaging in A veroorzaakt door pumping in put P_2 ,

s_n = de verlaging in A veroorzaakt door pumping in put P_n
en

s_i = de verlaging in A veroorzaakt door pumping in put P_i .

Het principe van superpositie kan worden uitgelegd aan de hand van figuur 3.5. In deze figuur zijn voor twee putten (P_1 en P_2), die in een welbepaalde laag op een welbepaalde afstand van elkaar zijn geplaatst, de depressietrechters van de verlagingen (in m) op een bepaald ogenblik getekend, op voorwaarde dat in iedere put met een constant debiet zou worden gepompt. De verlaginggegevens voor deze trechters kunnen worden betrokken uit het OUPU-bestand. De depressietrechters van beide putten zijn in de figuur in stippellijnen aangegeven. Aan gezien de depressietrechters elkaar overlappen, zal een wederzijdse beïnvloeding niet kunnen worden uitgesloten. De eigenlijke verlaging, in volle lijnen weergegeven, is dus in feite een superpositie van de verlaging veroorzaakt rondom de beschouwde put en die van de andere put in de omgeving. De verlaging na een bepaalde tijdsduur van pompen in bijvoorbeeld het punt A (Fig. 3.5) wordt als volgt berekend. De eerste stap is het bepalen van de afstand tussen punt A en put P_1 . Vervolgens berekent men bij deze afstand met behulp van de gegevens in het OUPU-bestand de verlaging tengevolge van de pumping in P_1 . De waarde ervan is in dit voorbeeld 37,5 m. Deze verlaging wordt afgeleid door interpolatie van de waarden tussen de dichtstbij gelegen nodale cirkels en tijdsintervallen. Hierna wordt op dezelfde wijze de verlaging veroorzaakt door de pumping in put P_2 bepaald; deze bedraagt 32,5 m. In punt A is de verlaging dus gelijk aan de som van de verlagingen veroorzaakt door de pumping in de putten P_1 en P_2 afzonderlijk. Zo wordt voor de verlaging in het beschouwde punt een waarde van 70 m bekomen.

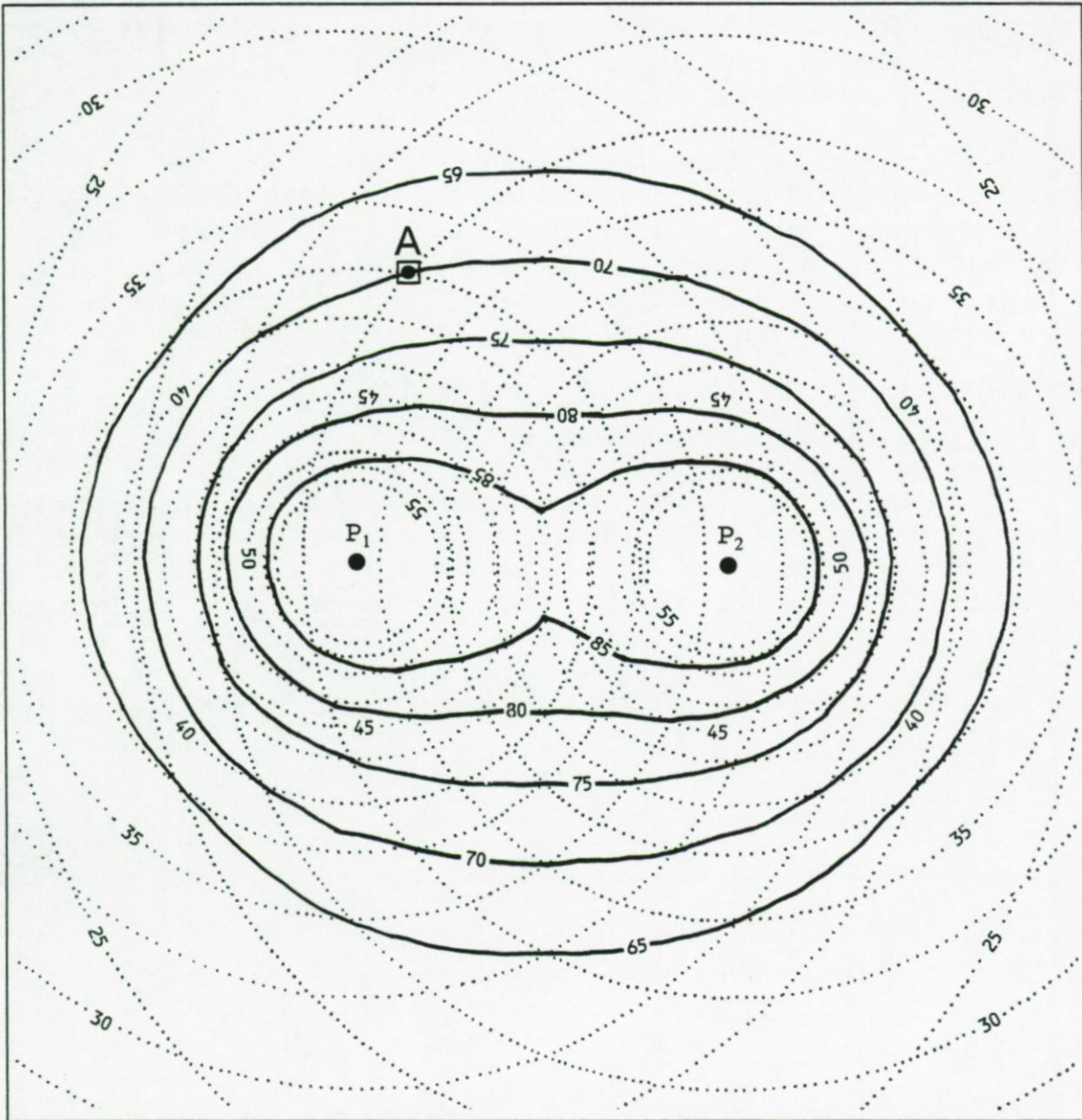


Fig. 3.5. Wederzijdse beïnvloeding van de verlagingen rondom twee pompputten (stippellijnen: toestand van de verlagingdepressie (m) indien op iedere put afzonderlijk zou worden gepompt; volle lijnen: gecumuleerde verlagingdepressie (m) bij gelijktijdig pompen in beide putten).

Om een algeheel overzicht te verkrijgen van alle door het programma MULPUM uitgevoerde berekeningen, worden de verlagingen van elk roosterpunt vastgelegd in een matrix. Met behulp hiervan kunnen lijnen van gelijke verlagingen worden getrokken. De voorstelling van de berekende verlagingverdeling aan de hand van deze lijnen geschiedt door middel van interpolatie tussen de waarden van de vier roosterpunten van iedere vierkante eenheidscel.

3.2.2. PROGRAMMAPAKKET VAN MULPUM

Het programmapakket van MULPUM, geschreven in FORTRAN-computercode, bestaat uit het programma SIPURE en het eigenlijk rekenprogramma MULPUM. Het programma SIPURE, dat in paragraaf 3.1 beschreven is, dient in de eerste plaats voor de aanmaak van het OUPU-bestand, welk in het programma MULPUM terug wordt aangewend doch ditmaal als invoerbestand.

3.2.2.1. EIGENLIJK REKENPROGRAMMA MULPUM

Het eigenlijk rekenprogramma MULPUM is een interactief programma, waarmee wordt bedoeld dat er tijdens de uitvoering ervan aan de gebruiker een reeks vragen worden gesteld die onmiddellijk aan de terminal moeten worden beantwoord. Op deze wijze wordt het programma gevoed met invoergegevens die direct beschikbaar zijn voor de berekening van verlagingen of subsidities. Een andere manier van invoer is via het MLP2-bestand (Fig. 3.6).

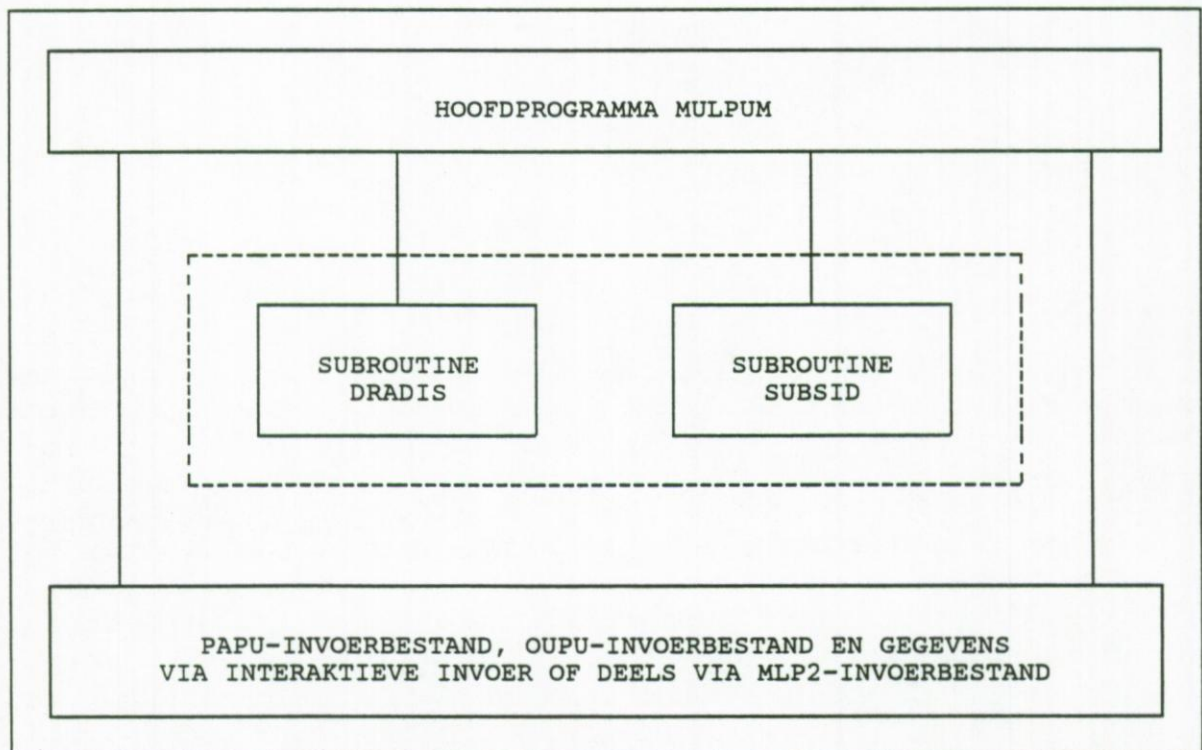


Fig. 3.6. Subroutines van het programma MULPUM.

De computercode van het eigenlijk rekenprogramma bestaat uit twee subroutines die vanuit het hoofdprogramma MULPUM worden opgeroepen. De subroutines, die in figuur 3.6 binnen de stippellijnen zijn aangegeven, werken in combinatie met het hoofdprogramma en de invoergegevens. Deze gegevens moeten voor elk hydrogeologisch probleem opnieuw worden ingebracht, daar zij steeds voor het probleem in kwestie een karakteristieke voorstelling verschaffen. De hiërarchie in de subroutines is als volgt: het hoofdprogramma roept subroutine DRADIS ofwel subroutine SUBSID en daarna subroutine DRADIS.

3.2.2.1.1. Oproep van het eigenlijk rekenprogramma MULPUM

Het besturingsbestand dat geschreven is in UNIX-V3.0 voor de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent, nodig voor het oproepen van het eigenlijk rekenprogramma MULPUM, bestaat uit:

```
x.mulpum $1.mapu $1.papu $1.oupu $1.mlp1 $1.mlp2
```

Deze lijn is bewaard onder de procedurenaam p.mulpum. Het eigenlijk rekenprogramma wordt door middel van deze procedure opgeroepen door de volgende lijn in te voeren:

```
p.mulpum (bestandsnaam)
```

3.2.2.1.2. Het hoofdprogramma MULPUM

Het hoofdprogramma MULPUM maakt samen met de subroutines DRADIS en SUBSID deel uit van het eigenlijk rekenprogramma. Het hoofdprogramma bepaalt eerst voor alle vektoren en matrices de dimensies. Verder zorgt dit programma, via het lezen van de invoergegevens, voor een definiëring van het hydrogeologisch probleem en vervolgens ook voor de initialisatie van de berekeningen. Hierbij worden eerst uit het PAPU-invoerbestand (Tab. 3.1), dat in het programma verbonden is met het nummer 26, de parameters afgelezen. Indien gewenst kunnen deze als uitvoergegevens op het scherm worden nagelezen. Na inlezen van de informatie uit het PAPU-bestand worden van het OUPU-invoerbestand, dat verbonden is met het nummer 27, de berekende verlagingen in de nodale cirkels van het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk gelezen (paragraaf 3.1.2.2). Vervolgens worden de gegevens uit de interactieve invoer afgelezen; een gedeelte hiervan wordt neergeschreven in het MLP1-uitvoer-

bestand, dat verbonden is met het nummer 31. Een gedeelte van de invoergegevens kan ook uit het MLP2-invoerbestand worden ingelezen. Dit bestand is verbonden met het nummer 32. In paragraaf 3.2.2.2 zullen deze invoergegevens nader worden toegelicht.

Met de gelezen invoergegevens worden het aantal kolommen en rijen berekend. Het programma is beperkt tot maximaal 100 kolommen en 100 rijen. Eventueel worden, indien de putten samenvallen met de roosterpunten, de coördinaten van de putten aangepast. De op interactieve wijze ingevoerde gegevens worden vervolgens als een echo op het scherm weergegeven. Hierna worden voor een bepaald tijdstip in alle rooster- en knooppunten van de gekozen laag de verlagingen of de subsidenties berekend. Eerst wordt vanuit het beschouwde punt de afstand tot een put bepaald, daarna wordt subroutine DRADIS ingeroepen. De resultaten verkregen voor elk van de roosterpunten worden vervolgens neergeschreven in het MAPU-uitvoerbestand, dat verbonden is met het nummer 25. Het hoofdprogramma legt tenslotte de uitvoering stil.

Indien voor het behandeld probleem de subsidenties moeten worden berekend, worden in het programma de verlagingen in de nodale cirkels omgezet naar waarden van subsidentie. Om dit te kunnen doen moet na de initialisatie door het hoofdprogramma eerst subroutine SUBSID worden opgeroepen.

3.2.2.1.3. De subroutine DRADIS

Subroutine DRADIS wordt door het hoofdprogramma opgeroepen om de waarde voor de verlaging of de subsidentie op een welbepaalde afstand te bepalen. Deze bepaling geschiedt aan de hand van de waarden van de nodale cirkels van het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk. Na deze bepaling wordt de programmabesturing terug overgedragen aan het hoofdprogramma. Subroutine DRADIS wordt door het hoofdprogramma telkens opnieuw ingeroepen totdat alle rooster- en knooppunten een waarde hebben voor de verlaging of de subsidentie.

3.2.2.1.4. De subroutine SUBSID

Subroutine SUBSID wordt direct door het hoofdprogramma opgeroepen indien er gekozen wordt voor de berekeningswijze van de subsidentie. In deze subroutine vindt in de nodale

cirkels een omzetting plaats van verlagingen naar subsidenties. Na de berekeningen wordt de besturing weer teruggegeven aan het hoofdprogramma.

3.2.2.2. INVOERGEGEVENS

3.2.2.2.1. Via de interactieve invoer

Na het inlezen van het OUPU-bestand worden in het eigenlijk rekenprogramma de gegevens ingelezen die aan het scherm worden ingevoerd. De volgorde en de indeling van deze interactieve gegevens zullen hieronder worden besproken.

DATA 1:

```
READ (*,91) IDRSUB  
91 FORMAT (I2)
```

IDRSUB = 00 zet de berekeningswijze van de verlagingen in werking.
= 01 zet de berekeningswijze van de subsidentie in werking.

Opmerking: Indien IDRSUB=01 dan moeten eerst data 13, 14 en 15 worden ingevoerd. Is IDRSUB=00 dan hoeven deze data niet te worden opgenomen. In deze studie zal de berekeningswijze van de subsidentie niet worden aangewend.

DATA 2:

```
READ (*,91) ICONTR  
91 FORMAT (I2)
```

ICONTR = 00 geeft geen aanleiding tot een uitvoer van de veranderlijken van het axiaal symmetrisch netwerk.
= 01 geeft een uitvoer van de veranderlijken van het axiaal symmetrisch netwerk.

DATA 3:

```
READ (*,91) IFILE  
91 FORMAT (I2)
```

IFILE = 00 veroorzaakt de mogelijkheid tot interactieve invoer van de gegevens van data 4 tot en met 11.
= 01 zorgt ervoor dat de gegevens van data 4 tot en met 11 worden gelezen van het MLP2-bestand.

DATA 4:

```
READ (*,91) LAYO
91 FORMAT (I2)
```

LAYO = de laag waarin de verlagingen of de subsidenties worden berekend.

DATA 5:

```
READ (*,111) TIME
111 FORMAT (F8.0)
```

TIME = de tijd (minuten) na het starten van de pomp waarvoor de verlagingen of de subsidenties worden berekend; de opgegeven tijd moet liggen tussen de aanvangstijd T1 en de tijd T2 (Tab. 3.1) die het laatst behandelde tijdsinterval aangeeft.

DATA 6:

```
READ (*,110) WIDTH
110 FORMAT (3F8.2)
```

WIDTH = de breedte van het rechthoekig rooster.

DATA 7:

```
READ (*,110) LENGTH
110 FORMAT (3F8.2)
```

LENGTH = de lengte van het rooster.

DATA 8:

```
READ (*,110) SISQUC
110 FORMAT (3F8.2)
```

SISQUC = de zijde van de vierkantige eenheidscel; het rooster mag maximaal 100 kolommen en 100 rijen bevatten.

DATA 9:

```
READ (*,110) SCALE
110 FORMAT (3F8.2)
```

SCALE = de schaal ($1/\{\text{SCALE}\}$) van de isolijnenkaart.

DATA 10:

```
READ (*,91) NUMWEL
91 FORMAT (I2)
```

NUMWEL = het aantal pomp- of injectieputten.

DATA 11:

```

DO 130 J=1,NUMWEL,1
  READ (*,110) XWELL(J),YWELL(J),QWELL(J)
110 FORMAT (3F8.2)
130 CONTINUE

```

Deze invoerlijn(en) bevat(ten) de X-coördina(a)t(en), de Y-coördina(a)t(en) en het(de) debiet(en) van de put(ten), respectievelijk XWELL(J), YWELL(J) en QWELL(J) (m³/d). Bij pompingen worden positieve debieten ingevoerd, injecties worden als negatieve waarden opgenomen. De waarden van de coördinaten en de debieten worden geschreven volgens het indelingsveld (F8.2). Per lijn zijn er drie velden die elk door één put worden ingenomen. Men mag zoveel mogelijk lijnen gebruiken om alle waarden van de NUMWEL putten te noteren.

DATA 12:

```

  READ (*,04) MULFAC
04 FORMAT (F8.3)

```

MULFAC = de faktor waarmee de berekende verlagingen of subsidenties vermenigvuldigd worden, voordat ze worden neergeschreven in het MAPU-uitvoerbestand; de faktor 1,000 wordt gewoonlijk ingegeven voor verlagingen, terwijl voor subsidenties een faktor 1000,000 gebruikelijk is.

DATA 13:

```

  READ (*,02) IANSPO
02 FORMAT (I2)

```

IANSPO = 00 duidt aan dat de porositeiten van de lagen allemaal dezelfde zijn; in dit geval wordt data 14 bij het berekeningsproces betrokken terwijl data 15 wordt overgeslagen.

= 01 geeft aan dat de porositeiten van de lagen verschillende waarden hebben, waardoor data 14 kan worden overgeslagen en slechts data 15 worden opgenomen.

DATA 14:

```

  READ (*,04) POROS1
04 FORMAT (F8.6)

```

POROS1 = de constante waarde van de porositeit van alle lagen; dit geldt alleen wanneer IANSPO=00.

DATA 15:

```
DO 122 J=2,N9P1,1
  READ (*,04) POROSI(J)
  04 FORMAT (F8.6)
122 CONTINUE
```

Deze invoerregels voorzien de waarden van de porositeiten van al de lagen van het grondwaterreservoir. De porositeiten kunnen geschat worden aan de hand van de litostratigrafische gegevens en de in de literatuur teruggevonden waarden (DAVIS, 1969; DE BREUCK, 1972; TODD, 1980; BOWEN, 1980). Per regel wordt steeds een waarde voor de porositeit (POROSI(J)) van laag J genoteerd, hierbij gebruikmakend van de indeling (F8.6). Het aantal regels stemt overeen met het aantal lagen.

3.2.2.2.2. Via het MLP2-bestand

De invoergegevens van data 4 tot en met 11 (paragraaf 3.2.2.2.1) kunnen van het MLP2-bestand worden afgelezen en hoeven dus niet meer te worden ingevoerd. De datalijnen in dit bestand hebben dezelfde indelingsdefinities als die van data 4 tot en met 11. Aangezien het aantal lijnen, de volgorde en de indeling van de gegevens identiek zijn kan het MLP1-uitvoerbestand worden gekopieerd naar het MLP2-invoerbestand.

Indien men in het MLP2-bestand enkele parameters wil wijzigen, dan moet dit bestand worden opgeroepen en na aanpassing van de parameters terug worden weggeschreven. Op deze manier kan men, voor hetzelfde hydrogeologisch probleem, het programma zoveel malen laten lopen door telkens een andere laag of een ander tijdstip te kiezen.

3.2.2.3. UITVOERGEGEVENS

Tijdens de uitvoering van het programma MULPUM worden tegelijkertijd uitvoergegevens gecreëerd. Een gedeelte hiervan wordt via het scherm doorspeeld, terwijl een ander gedeelte wordt vastgelegd in bestanden. Vooreerst wordt via de terminal de gebruiker gewaarschuwd indien in het PAPU-invoerbestand verkeerde waarden werden ingevoerd voor wat betreft:

- het aantal lagen en/of
- het aantal ringen en/of
- de aangepompte laag en/of
- het aantal debietswijzigingen.

Vervolgens wordt aan de gebruiker gevraagd welke berekeningswijze hij verkiest. Indien gekozen wordt voor de subsidentie worden de gegevens van data 13 tot en met 15 interaktief ingevoerd.

Naargelang van de keuze, verlagingen of subsidenties, wordt passende informatie verstrekt over het programma. Het programma berekent, steunend op het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk welke wordt bekomen via een pompproefinterpretatie, voor een gekozen laag en tijdstip de verlagingen of subsidenties in de rooster- en knooppunten door toepassing van het principe van superpositie. Hiervoor moeten de breedte en de lengte van het rechthoekig rooster worden ingegeven. Vervolgens de zijde van de vierkantige eenheidscel en het aantal putten met hun coördinaten en debieten. Deze coördinaten mogen niet samenvallen met die van de roosterpunten, daar er steeds een minimale afstand moet blijven bestaan tussen de put en het roosterpunt.

Hierna bestaat er een mogelijkheid om via het scherm een uitvoer te krijgen van de parameters die het axiaal symmetrisch netwerk definiëren (Tab. 3.1). Deze parameters zijn de veranderlijken die het eindig-verschilnetwerk bepalen en de hydraulische parameters van het veelagig grondwaterreservoir. Indien men niet beschikt over een MLP2-invoerbestand volgt er een interactieve invoer van de gegevens van data 4 tot en met 11. Deze gegevens worden met dezelfde indelingsvelden genoteerd in het MLP1-uitvoerbestand. Via de terminal vindt ook een uitvoer plaats van deze gegevens in vier verschillende kolommen, met voor elke put achtereenvolgens het nummer, de X- en Y-coördinaat (m) en het debiet (m^3/d).

Nadat alle gegevens zijn ingebracht en ook de berekeningen hebben plaatsgevonden worden vervolgens de berekende minimale en maximale waarden van de verlagingen of de subsidenties via de terminal medegedeeld. Al de berekende verlagingen of subsidenties van de roosterpunten worden neergeschreven in het MAPU-uitvoerbestand. De eerste lijn van dit bestand bestaat uit de volgende gegevens: de zijde van de eenheidscel (cm), het aantal kolommen en het aantal rijen. De volgende lijnen bevatten de waarden van de roosterpunten. Het neerschrijven van deze waarden in indelingsveld (10F8.3) gebeurt als volgt: de eerste 10 kolommen met al hun rijen, daarna de volgende 10 kolommen. Dit wordt zo vervolgd tot de laatste 10 kolommen of de nog resterende kolommen zijn neergeschreven. Op de allerlaatste lijn wordt tenslotte de vermenigvuldigings-

faktor MULFAC opgegeven. Het MAPU-bestand bevat de invoergegevens voor het tekenen van de lijnen met gelijke verlagingen of subsidenties. Op deze manier kan de berekende verlagingen- of subsidentieverdeling door middel van deze lijnen worden weergegeven.

3.3. KUNSTMATIG OPTIMALISATIEPROBLEEM

De programma's SIPURE en Mulpum zullen worden toegepast om, aan de hand van een kunstmatig optimalisatieprobleem, de invloed van verlagingen in de aangepompte laag bij een waterwinning te simuleren. Om dit te kunnen doen moeten eerst in het modelgebied het beschouwd grondwaterreservoir worden geschematiseerd, het aantal putten nodig voor de winning bepaald en een puttenconfiguratie worden uitgekozen. Voor de formulering van dit probleem is het bovendien noodzakelijk een kostenraming te maken in functie van het aantal putten en meters afvoerleidingen. Het kunstmatig optimalisatieprobleem komt in grote lijnen overeen met het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4.2). In paragraaf 6.3 zal dit kunstmatig probleem wederom worden aangewend, maar dan om de werking van het model HYDALM te toetsen.

3.3.1. MODELGEBIED VAN HET KUNSTMATIG PROBLEEM

De invoergegevens, die voor het kunstmatig probleem aan de programma's SIPURE en Mulpum zullen worden doorgespeeld, zijn volkomen fictief. Het beschouwde modelgebied is in het programma Mulpum vertikaal opgedeeld in een aantal lagen en horizontaal bedekt door een vierkantig rooster van gelijke cellen. Dit rooster, dat in elke laag kan worden geplaatst, heeft een zijde van 2000 m en aldus een oppervlakte van 4 km². Aangezien de zijde van de vierkantige eenheidscel 20 m bedraagt, bestaat het rooster dus uit 100 kolommen en 100 rijen.

Het grondwaterreservoir is in de beide programma's vertikaal gediscrèteiseerd in 14 verschillende lagen. De toekenning van de hydraulische kenmerken voor deze lagen gebeurt op basis van de pompproefgegevens van paragraaf 2.2.3. De algemene hydrogeologische toestand van het verondersteld veelmatig grondwaterreservoir wordt aan de hand van figuur 3.7 verduidelijkt. Uit deze figuur kan worden opgemaakt dat de ondergrond van het modelgebied is opgebouwd uit doorlatende, slecht doorlatende en zeer slecht doorlatende lagen.

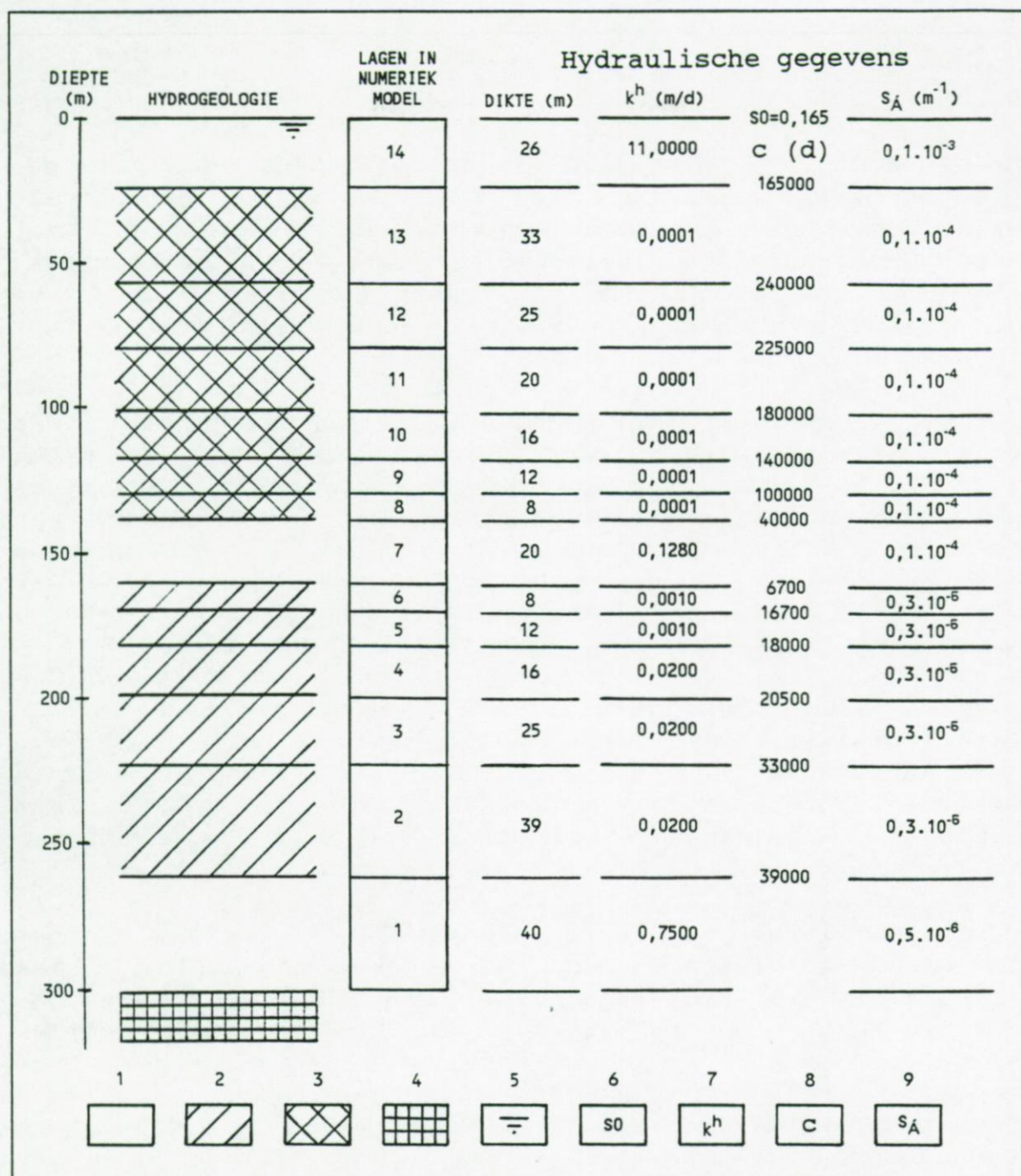


Fig. 3.7. Hydrogeologische toestand van het kunstmatig probleem: 1. doorlatend; 2. slecht doorlatend; 3. zeer slecht doorlatend; 4. ondoorlatend; 5. watertafel; 6. bergingscoëfficiënt nabij de watertafel; 7. horizontale doorlatendheid; 8. hydraulische weerstand; 9. specifieke elastische berging.

Het grondwaterreservoir wordt bovenaan, op een diepte van 1 m, begrensd door de watertafel en onderaan, op 301 m diepte, door het ondoorlatend substraat van de onderste laag (laag 1). Laag 1, die 40 m dik is, vormt de onderste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag. Deze heeft een horizontale doorlatendheid (k^h) van 0,75 m/d en een specifieke elastische berging (S_A) van

$0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$.

De lagen 2, 3 en 4 zijn slecht doorlatend en hebben een dikte van respectievelijk 39, 25 en 16 m. De horizontale doorlatendheid van al deze lagen is gelijk aan 0,02 m/d, terwijl hun specifieke elastische berging $0,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ bedraagt. De hydraulische weerstanden (c) tussen de lagen 1 en 2, de lagen 2 en 3 en de lagen 3 en 4 zijn achtereenvolgens 39.000, 33.000 en 20.500 d.

Laag 4 wordt op een diepte van 181 m bedekt door twee slecht doorlatende lagen, namelijk de lagen 5 en 6. De dikte van laag 5 is 12 m en die van laag 6 bedraagt 8 m. Deze lagen hebben een horizontale doorlatendheid van 0,001 m/d en een specifieke elastische berging van $0,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. De waarde van de specifieke elastische berging is dus gelijkgesteld aan die van de lagen 2, 3 en 4. De hydraulische weerstanden tussen lagen 4 en 5 en lagen 5 en 6 zijn respectievelijk 18.000 en 16.700 d.

Boven laag 6 bevindt zich de 20 m dikke bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag, laag 7. Deze laag, die in het kunstmatig probleem wordt beschouwd als de aangepompte laag, heeft een horizontale doorlatendheid van 0,128 m/d en een specifieke elastische berging van $0,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$. De hydraulische weerstand tussen de lagen 6 en 7 bedraagt 6700 d.

Op laag 7 rust, op een diepte van 141 m, een 114 m dikke zeer slecht doorlatende laag. Deze wordt opgedeeld in zes lagen, de lagen 8, 9, 10, 11, 12 en 13 met dikten van respectievelijk 8, 12, 16, 20, 25 en 33 m. De horizontale doorlatendheid is voor al deze lagen gelijk aan 0,0001 m/d. Voor deze lagen werd bovendien een zelfde specifieke elastische berging aangenomen als laag 7. De waarden van de hydraulische weerstanden tussen lagen 7 en 8, lagen 8 en 9, lagen 9 en 10, lagen 10 en 11, lagen 11 en 12 en lagen 12 en 13 bedragen respectievelijk 40.000, 100.000, 140.000, 180.000, 225.000 en 240.000 d.

De bovenste laag, laag 14, is 26 m dik. Deze laag, met een horizontale doorlatendheid van 11 m/d en een specifieke elastische berging van $0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$, vormt de freatisch watervoerende laag. De hydraulische weerstand tussen de lagen 13 en 14 is gelijk aan 165.000 d. De bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S0) heeft een waarde van 0,165.

Met behulp van de bovenstaande gegevens kunnen de programma's SIPURE en MULPUM ten uitvoer worden gebracht. Eerst zal echter aan de hand van de gegevens van laag 7 het kunstmatig optimalisatieprobleem mathematisch geformuleerd worden.

3.3.2. MATEMATISCHE FORMULERING VAN HET KUNSTMATIG PROBLEEM

Het kunstmatig probleem is, net als bij het hydrogeologisch optimalisatieprobleem, gekenmerkt door een doelfunctie met systeemvoorwaarden. De doelfunctie dient voor de schatting van de kosten en wordt geformuleerd als volgt:

$$\text{minimaliseer } f(x) = 500\,000x_1 + 1500x_2 \quad (3.2)$$

De kostenfunctie $f(x)$ (BEF), waarvan men ernaar streeft deze te minimaliseren, is afhankelijk van de veranderlijken x_1 en x_2 , respectievelijk het aantal pompputten en de minimale lengte van afvoerleidingen (m) die alle putten onderling kan verbinden. De doelfunctie van vergelijking (3.2) drukt hetzelfde uit als die van vergelijking (2.25).

De systeemvoorwaarden, bestaande uit gelijkheids-, ongelijkheids- en randvoorwaarden, leggen de beperkingen op waaraan de veranderlijken onderhevig zijn. De gelijkheidsvoorwaarde omvat de hoeveelheid te winnen grondwater die in laag 7 zal worden gepompt. Deze hoeveelheid bedraagt $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$. De impliciete gelijkheidsvoorwaarde $p(x)$ is dus gelijk aan:

$$p(x) = 350\,000 \quad (3.3)$$

De hoeveelheid grondwater wordt in het programma MULPUM over alle putten gelijk verdeeld. In dit programma wordt het debiet van een put uitgedrukt in m^3/d . Het windebiet per put (QD) wordt vastgesteld door het totaal debiet $p(x)$ te delen door het aantal putten:

$$QD = \{p(x)/365,25\} / x_1 \quad (3.4)$$

De ongelijkheidsvoorwaarde geeft aan hoe groot de grondwaterverlaging van het piëzometrisch oppervlak maximaal mag zijn. Voor het kunstmatig probleem wordt de maximale verlaging als volgt bepaald:

$$141 - 31 = 110 \quad (3.5)$$

- met 141 = de veronderstelde diepte (m) van het dak van de aangepompte laag, laag 7 (Fig. 3.7),
 31 = de veronderstelde diepte (m) van het rustpeil van de hydraulische stijghoogte in laag 7 en
 110 = de maximale verlaging (m) van elke pompput.

De maximaal toegestane verlaging voor een tijdsduur van ongeveer 19 jaar pompen wordt gesteld op 100 m. De marge van de veilige stijghoogtezone bedraagt aldus 10 m. De ongelijkheidsvoorwaarde $q(x)$ (m) welke vereist dat de berekende verlagingen nooit de waarde van 100 m mogen overschrijden, wordt dus weergegeven als:

$$q(x) \leq 100 \quad (3.6)$$

Betrekking (3.6) is zoals vergelijking (2.30) een impliciete verlagingfunctie.

De randvoorwaarden leggen verdere beperkingen op aan de veranderlijken: x_1 mag nooit kleiner worden dan één en x_2 , die altijd positief is, mag niet boven de vastgelegde maximale waarde van 1414 m stijgen. De randvoorwaarden voor deze veranderlijken zijn aldus:

$$x_1 \geq 1 \quad \wedge \quad x_2 \geq 0 \quad \wedge \quad x_2 \leq 1414 \quad (3.7)$$

Met het hierboven geformuleerd kunstmatig probleem zal vervolgens naar het punt $x=(x_1; x_2)$ worden gezocht dat in staat is de doelfunctie $f(x)$ van vergelijking (3.2) te minimaliseren. Dit punt, de optimale oplossing x^* , dient ook te voldoen aan de opgelegde systeemvoorwaarden (betrekkingen (3.3), (3.6) en (3.7)). Alvorens hiertoe over te gaan zullen eerst met de programma's SIPURE en Mulpum de mogelijke verlagingen bij een winning met een welbepaalde puttenconfiguratie worden bepaald.

3.3.3. GEVOLGDE WERKWIJZE MET DE PROGRAMMA'S SIPURE EN Mulpum

Daar de uitvoergegevens van het programma SIPURE als invoergegevens dienen voor het programma Mulpum, moet altijd eerst het programma SIPURE uitgevoerd worden vooraleer het programma Mulpum op gang kan worden gebracht. Met het programma SIPURE worden, met behulp van de ingevoerde gegevens van het PAPU- en DAPU-bestand, de verlagingen berekend in de nodale cirkels van de ringen in de verschillende lagen en na verschillende tijden sinds het starten van de pomp. Deze verla-

gingen, die opgeslagen worden in het OUPU-bestand, worden berekend tot een tijdstip van $12,9 \cdot 10^6$ minuten (ca. 25 jaar). De berekende verlagingen zijn gesteund op de veronderstelde verlagingen die zouden zijn waargenomen in een piëzometer waarvan het filterelement geplaatst is in laag 1. Deze verlagingen worden afgelezen uit het DAPU-bestand. De afstand van de piëzometer tot de pompput bedraagt 43,0 m. De piëzometer heeft 5 waarnemingen, namelijk op 24,0, 28,0, 30,0, 32,0 en 36,0 minuten. De verlagingen die met deze tijden overeenstemmen zijn respectievelijk 0,056, 0,106, 0,125, 0,141 en 0,175 m.

Het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk, gedefinieerd in het PAPU-bestand, is opgebouwd uit 14 lagen en 58 ringen. De hydrogeologische opbouw, de dikten van de lagen en de hydraulische parameters zijn in figuur 3.7 weergegeven. Voor de aanvangsstraal wordt een waarde gekozen van 0,1 m, voor de aanvangstijd 0,78 minuut en voor $\log_{10} A$ een waarde van 0,1. De uit laag 7 opgepompte debieten QD (m^3/d), berekend met vergelijking (3.4), zijn in bijlage B.2.1 opgenomen; het totaal opgepompte debiet bedraagt $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$.

Vooraleer het programma MULPUM zijn berekeningen kan uitvoeren moeten eerst de invoergegevens van het PAPU- en OUPU-bestand en ook de invoergegevens van paragraaf 3.2.2.2 worden ingebracht. Het programma berekent vervolgens, aan de hand van de berekende verlagingen in het axiaal symmetrisch netwerk, de verlagingen in ieder rooster- en knooppunt voor de gekozen laag en het gekozen tijdstip na starten van de waterwinning met verschillende pompputten. De gekozen laag is de aangepompte laag, laag 7. Het tijdstip waarvoor de verlagingen worden berekend wordt vastgesteld op 9.999.999 minuten (ca. 19 jaar) en het totaal opgepompte debiet bedraagt zoals eerder vermeld $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$. Het programma definieert alvorens met de berekeningen te starten het rooster van tienduizend roosterpunten gelegen op de hoekpunten van vierkantige eenheidscellen met een zijde van 20 m.

Om de simulaties met het programma MULPUM te kunnen uitvoeren moeten op voorhand enkele puttenconfiguraties worden uitgewerkt. In het kunstmatig probleem wordt gekozen voor een configuratie bestaande uit een batterij van pompputten, waarvan elke pompput gelegen is op één lijn en op gelijke afstand van elkaar. De Y-coördinaat (m) van alle putten kan aldus worden vastgelegd op één waarde:

$$Y_a = 1000, \quad a = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.8)$$

In deze vergelijking is a het put- of het knooppuntnummer.

De lijn, volgens welke alle putten met elkaar verbonden zijn, wordt gelokaliseerd in het midden van het modelgebied, zodanig dat bij een even aantal putten de middelste put zich juist in centrum bevindt, namelijk op de coördinaten (1000; 1000). Bedoelde lijn komt bovendien overeen met de minimale lengte van afvoerleidingen. Volgens de randvoorwaarden van vergelijking (3.7) mag de minimale lengte maximaal 1414 m bedragen. De X-coördinaten (m) van de putten moeten dus liggen tussen de waarden 293 en 1707:

$$293 \leq X_a \leq 1707, \quad a = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.9)$$

De plaatsing van de pompputten in het modelgebied is willekeurig gekozen. De berekeningen van de verlagingen worden gestart met een configuratie van 6 pompputten. Na iedere berekening wordt de minimale afstand tussen de pompputten geleidelijk aan vergroot met het gevolg dat de berekende waarden voor de kostenfunctie (vergelijking (3.2)) en de minimale lengte van afvoerleidingen ook steeds zal toenemen. De afstandsvergrotingen tussen de pompputten gebeuren totdat de randvoorwaarde van de minimale lengte wordt overschreden of totdat de maximaal toegestane verlaging wordt bereikt. De berekende maximale verlaging is bij een oneven aantal putten steeds te vinden in de centraal gelegen put, terwijl bij een even aantal een zelfde maximale verlaging gevonden wordt in de twee middelste putten.

Overeenkomstige berekeningswijze als hierboven wordt vervolgens uitgevoerd voor configuraties van 7, 8, 9 en 10 pompputten. Deze berekeningswijze, die in hoofdstuk 6 zal worden geautomatiseerd, is uiteindelijk zeer tijdrovend gebleken.

3.3.4. RESULTATEN AAN DE HAND VAN PROGRAMMA'S SIPURE EN MULPUM

Het kunstmatig optimalisatieprobleem werd opgelost met behulp van de programma's SIPURE en MULPUM, op de SIEMENS 7570-CX van het Academisch Rekencentrum van de Universiteit Gent. Er werd hiervoor gebruikt gemaakt van een procedure geschreven in BS2000 V9.5.

In bijlage B.2.1 kunnen voor alle uitgevoerde berekeningen de resultaten worden teruggevonden. Voor elke berekening werden de volgende gegevens genoteerd:

- het aantal pompputten x_1 ,
- het totaal opgepompte debiet $p(x)$ (m^3/j),
- het debiet per put QD (m^3/d),
- de minimale afstand tussen de pompputten (m),
- de minimale lengte van afvoerleidingen x_2 (m),
- de geraamde kosten $f(x)$ (BEF) en
- de berekende maximale verlaging $q(x)$ (m).

Met de gegevens uit bijlage B.2.1 kan voor het kunstmatig probleem een optimale oplossing worden bepaald. Deze oplossing moet voldoen aan de doelfunctie en de systeemvoorwaarden van paragraaf 3.3.1. Voor de configuraties van 6 en 7 pompputten konden geen optimale oplossingen gevonden worden daar de randvoorwaarde van veranderlijke x_2 (betrekking (3.7)) reeds wordt overschreden voordat de ongelijkheidsvoorwaarde $q(x)$ (vergelijking 3.6) wordt bereikt. Optimale oplossingen konden wel worden afgeleid voor de configuraties van 8, 9 en 10 putten.

In tabel 3.3, opgesteld met behulp van de gegevens in bijlage B.2.1, worden de putcoördinaten opgenomen van de configuraties die nog net voldoen aan de maximale waarde van de minimale lengte van afvoerleidingen (6 en 7 pompputten) en/of aan de maximaal toegestane verlaging (8, 9 en 10 pompputten). Uit de tabel kan worden afgeleid dat alleen de configuratie van 8 putten voldoet aan de minimale kostenvoorwaarde van de doelfunctie en aan de systeemvoorwaarden. Deze configuratie is voor het kunstmatig probleem, dat weergegeven wordt door vergelijkingen (3.2), (3.3), (3.6) en (3.7), een optimaal punt dat gevonden wordt bij $x^*=(8; 1308,65)$. Dit punt heeft voor de doelfunctie $f(x^*)$ een waarde van ca. $5,96 \cdot 10^6$ BEF. De waarden voor de gelijkheids- $p(x^*)$ en de ongelijkheidsvoorwaarde $q(x^*)$ bedragen respectievelijk $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$ en 100 m.

In figuur 3.8 is de isolijnenkaart afgebeeld van de optimale configuratie met 8 pompputten (Tab. 3.3). Deze figuur is voor het modelgebied een weergave van de gesimuleerde verlagingen in laag 7 na een periode van ca. 19 jaar continu pompen met een totaal debiet van $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$. Uit de figuur kan men opmaken dat de lijnen van gelijke verlagingen, op een afstand van ongeveer 1000 m van het centrum van de waterwinning, over het algemeen elliptisch zijn van vorm. De berekende maximale verlaging bedraagt 100 m en treedt op in de twee middelste putten. Deze verlaging neemt echter, weg van de puttenbatterij, snel af en bedraagt op respectievelijk ca. 1 km ongeveer 10 m.

Tab. 3.3. Resultaten bekomen met behulp van de programma's SIPURE en Mulpum voor het kunstmatig probleem.

Aantal Pomp- put- ten x_1	Totaal opgepompt debiet (m^3/j) $p(x)$	Debiet per put (m^3/d) q_0	Mini- male afstand (m) p_{dm}	Minimale lengte (m) $x_2 =$ $(x_1 - 1) \cdot p_{dm}$	Kosten- functie (BEF) $f(x) =$ $500\,000x_1 + 1500x_2$	Berekende maximale verlaging (m) $q(x)$	Coördinaten van de putten $p_a(x_a; y_a)$ (m) met $a = 1, 2, \dots, 10$ (y_a -coördinaat is voor alle putten gelijk aan 1000 m)									
							x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
6	350 000	159,71	282,80	1414,00	5 121 000	114,790	293,00	575,80	858,60	1141,40	1424,20	1707,00				
7	350 000	136,89	235,67	1414,02	5 621 000	103,413	293,00	528,67	764,34	1000,01	1235,68	1471,35	1707,02			
8	350 000	119,78	186,95	1308,65	5 962 975	100,000	345,68	532,63	719,58	906,53	1093,48	1280,43	1467,38	1654,33		
9	350 000	106,47	146,05	1168,40	6 252 600	100,004	415,80	561,85	707,90	853,95	1000,00	1146,05	1292,10	1438,15	1584,20	
10	350 000	95,82	118,80	1069,20	6 603 800	100,012	465,40	584,20	703,00	821,80	940,60	1059,40	1178,20	1297,00	1415,80	1534,60

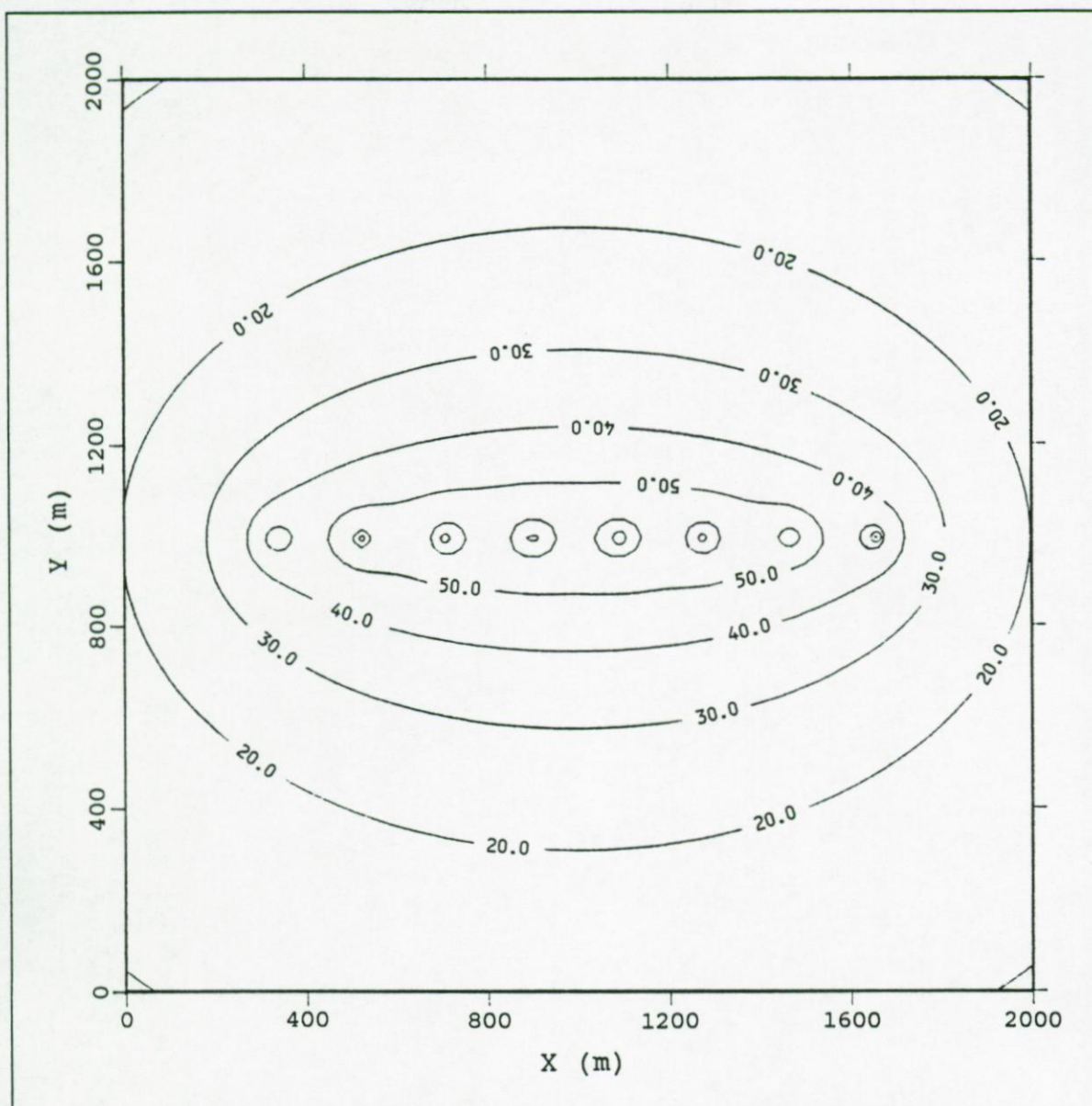


Fig. 3.8. Berekende verlagingen (m) in laag 7 na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 2 bij 2 km van het kunstmatig probleem (8 pompputten van $119,78 \text{ m}^3/\text{d}$ die op één lijn en op gelijke afstanden van elkaar geplaatst worden).

Ook de invloed van de verlagingen op de omgeving van het modelgebied wordt nagegaan. Om deze invloed te kunnen bepalen worden de zijden van dit gebied verruimd tot 10 km. In figuur 3.9 worden voor het verruimd gebied, waarin het waterwinningsgebied centraal is gelegen, de verlagingen aangegeven die zouden kunnen optreden in laag 7 na ca. 19 jaar pompen. Uit deze figuur blijkt dat op relatief grote afstanden van het gebied van de waterwinning, de lijnen van gelijke verlagingen concentrische cirkels vormen.

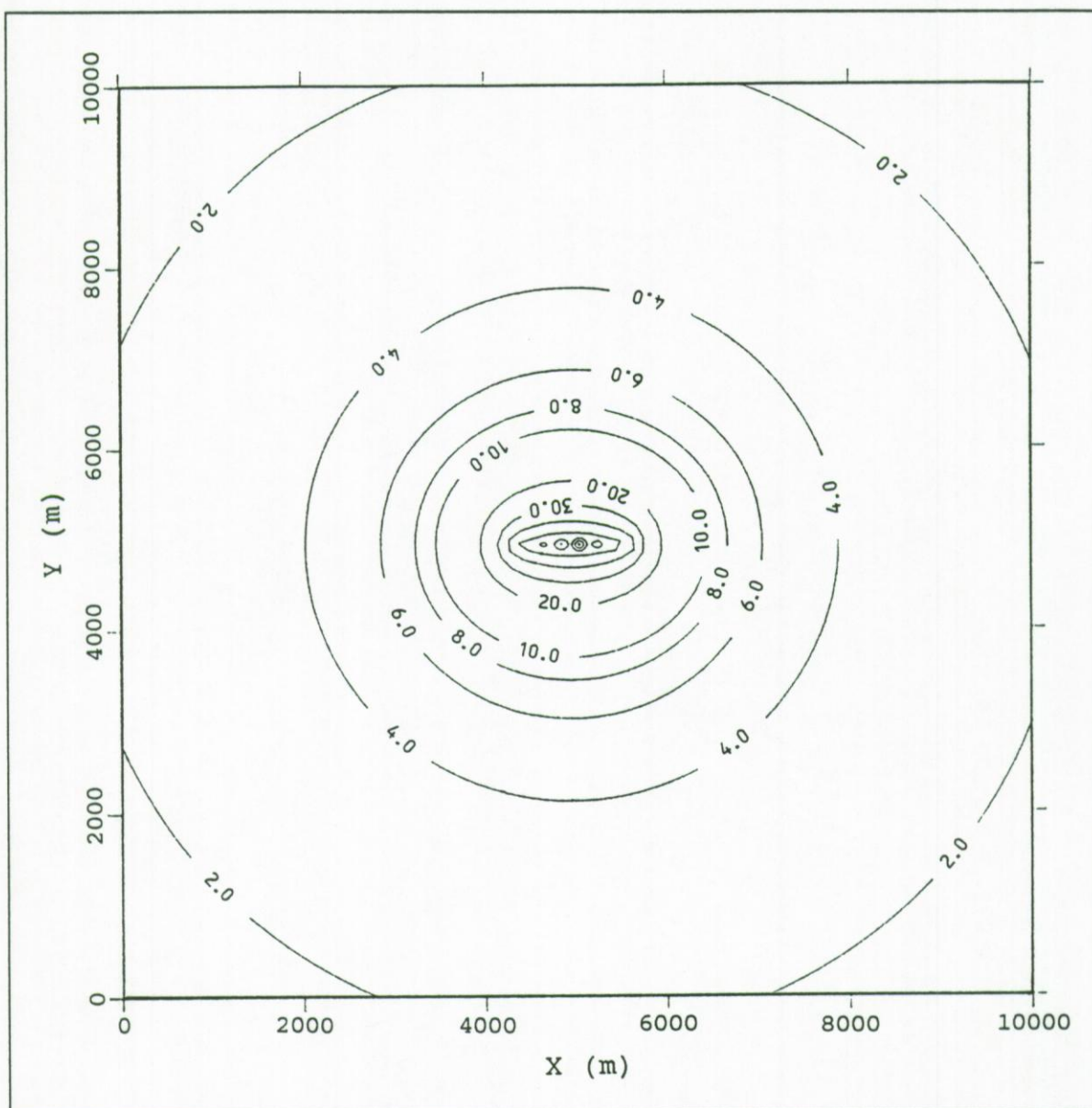


Fig. 3.9. Berekende verlagingen (m) in laag 7 na ongeveer 19 jaar pompen voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km van het kunstmatig probleem (8 pompputten van $119,78 \text{ m}^3/\text{d}$ die op één lijn en op gelijke afstanden van elkaar geplaatst worden).

De verlagingen nemen van ca. 1 km afstand van de waterwinning tot aan de grenzen van het verruimd gebied geleidelijk aan af. Op een afstand van 5 km ten opzichte van het zwaartepunt van de waterwinning is na ongeveer 19 jaar pompen een verlaging berekend van ca. 2 m.

Figuur 3.10 geeft een grafische voorstelling van de veranderlijken x_1 (het aantal pompputten) en x_2 (de minimale lengte van afvoerleidingen). In deze figuur zijn de uitgezette veranderlijken afkomstig van bijlage B.2.1.

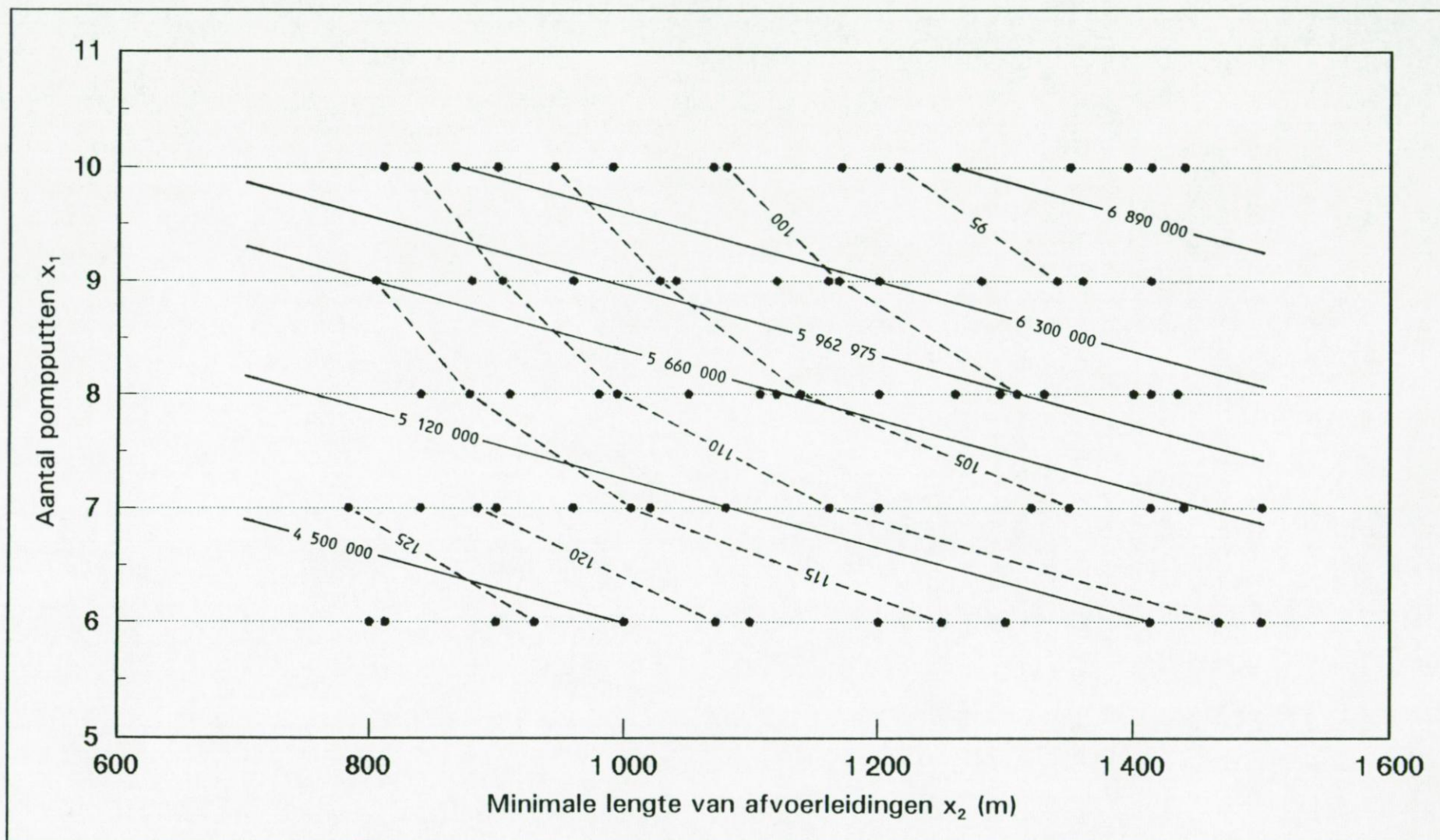


Fig. 3.10. Grafische weergave van de lijnen met gelijke kosten (BEF) (volle lijnen) en gelijke verlagingen (m) (stippellijnen).

Met behulp van deze uiteenzettingen kunnen door middel van de interpolatietechniek curven van gelijke kosten en gelijke verlagingen worden getrokken. Elke curve in de figuur geeft aldus een combinatie weer van veranderlijken met een zelfde kost of een zelfde verlaging. De lijnen van gelijke verlagingen zijn in de figuur de gebogen curven (stippellijnen) en bezitten duidelijk een niet-lineair karakter. De lijnen van gelijke kosten (volle lijnen), gedefinieerd door vergelijking (3.2), zijn de rechte lijnen. Deze zijn lineair en verlopen parallel aan elkaar. Uit de figuur kan het volgende worden afgeleid. Hoe verder de lijnen van gelijke kosten van de oorsprong zijn verwijderd, hoe groter de kosten die ze vertegenwoordigen; voor de verlagingen geldt juist het omgekeerde. Indien echter het aantal putten vermindert nemen de totale kosten af, maar nemen de debieten per put en de verlagingen toe. Neemt het aantal putten toe dan nemen ook de totale kosten toe, maar nemen zowel de debieten per put als de verlagingen af.

HOOFDSTUK 4

OPTIMALE LENGTE VAN AFVOERLEIDINGEN

De studie met betrekking tot de problematiek van de bepaling van een optimale lengte van afvoerleidingen van een welbepaalde puttenconfiguratie, de parameter die in kostenfunctie (2.25) wordt weergegeven als veranderlijke x_2 van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4), zal in dit hoofdstuk eens nader worden belicht. Allereerst wordt in paragraaf 4.1 een driestaps-algoritme voorgesteld. Dit algoritme berekent voor elke puttenconfiguratie, hier voorgesteld als een netwerk, een optimale lengte. In het netwerk worden de putten, afgebeeld als knooppunten, verbonden met lijnstukken die de aan te leggen afvoerleidingen symboliseren. Met het algoritme kan voor elk netwerkprobleem zowel een minimale als een maximale lengte worden bepaald. Voor dit doel wordt het algoritme uitgerust met twee berekeningsmethoden waarvan de eigenschappen worden behandeld in paragraaf 4.1.1. Voor de uitvoering van het algoritme, toegelicht in paragraaf 4.1.2, wordt gebruik gemaakt van het programma DISMOD.

Paragraaf 4.2 zal vervolgens worden gewijd aan de uiteenzetting van het programmapakket van DISMOD, welke is samengesteld uit een invoerprogramma en een eigenlijk rekenprogramma. Het invoerprogramma zorgt ervoor dat er een interactieve invoer kan plaatsvinden van de parameters die het driestaps-algoritme definiëren en creëert op deze wijze een invoerbestand. Het is met behulp van de gegevens uit dit bestand dat het rekenprogramma de minimale of maximale lengte van het netwerkprobleem bepaalt. Het rekenprogramma bouwt tijdens zijn uitvoering een uitvoerbestand op, welke alle resultaten van het uitgevoerde berekeningsproces bevat.

Aan het eind van dit hoofdstuk, in paragraaf 4.3, wordt het programma DISMOD aan de hand van verschillende testproblemen getoetst op zijn werking. Dit programma zal in hoofdstuk 6 aan het hydrogeologisch optimalisatiemodel HYDALM worden toegevoegd (Fig. 2.32).

4.1. ALGORITME VOOR EEN OPTIMALE LENGTE

De bepaling van een optimale lengte kan zowel een minimalisatie- als een maximalisatieprobleem uitdrukken. Beschikt men namelijk over een algoritme voor de bepaling van een mini-

male lengte, dan kan dit ook worden toegepast voor de bepaling van een maximale lengte door telkens elke handeling op de tegenovergestelde wijze uit te voeren. Een algoritme voor de bepaling van een minimale (maximale) lengte van afvoerleidingen van een welbepaalde puttenconfiguratie is het driestaps-algoritme dat gebaseerd is op de theorie van DIJKSTRA (1959).

De bepaling van een optimale lengte kan worden voorgesteld als een netwerkprobleem. De ligging van een put in het netwerk kan ondubbelzinnig worden vastgelegd door een willekeurig referentiepunt te kiezen en dat te beschouwen als de oorsprong van een Cartesisch coördinatenstelsel. In dit stelsel wordt elke put voorgesteld als een knooppunt P , met een X - en een Y -coördinaat:

$$P_a(X_a; Y_a), \quad a = 1, 2, 3, \dots \quad (4.1)$$

Hierbij is a het knooppunt- of putnummer. De minimale afstand $P_{i,j}$ tussen twee knooppunten, $P_i(X_i; Y_i)$ en $P_j(X_j; Y_j)$, wordt gevonden door:

$$P_{i,j} = \sqrt{\{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2\}} \quad (4.2)$$

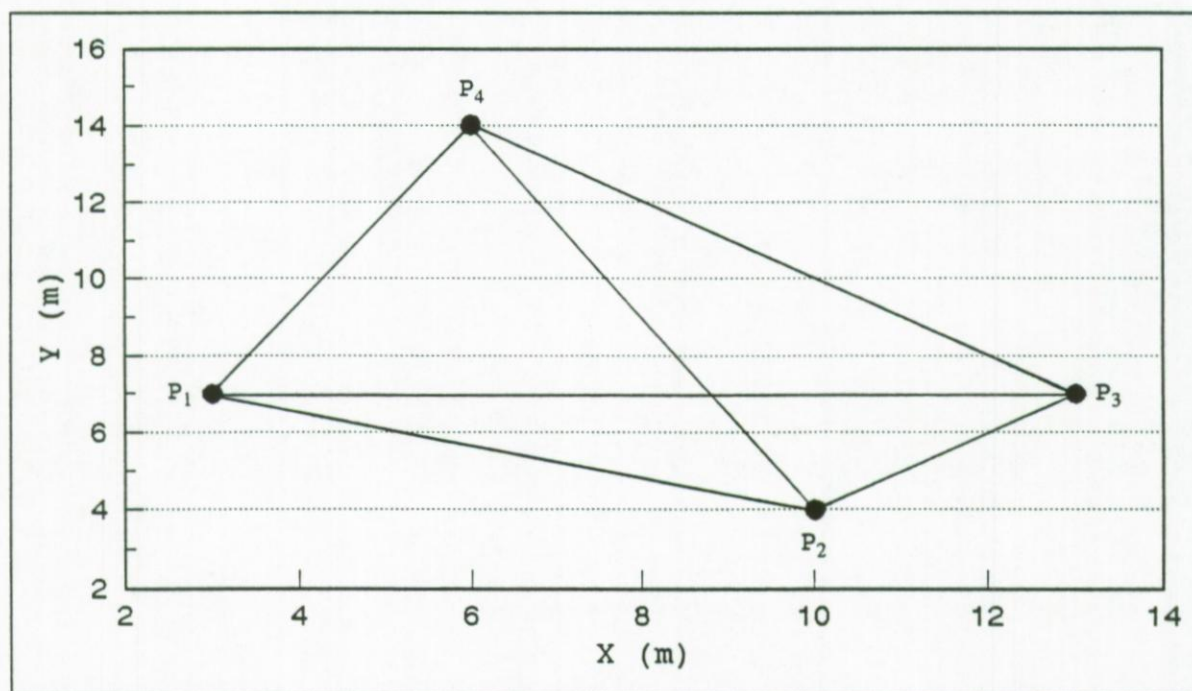


Fig. 4.1. Netwerk met vier knooppunten.

Beschouwt men een netwerk zoals aangegeven in figuur 4.1: P_1 tot en met P_4 stellen vier putten voor in een welbepaald grondwaterreservoir. Deze putten zouden eventueel via afvoerleidingen met elkaar verbonden kunnen worden. De imaginaire afvoerleidingen worden in de figuur aangegeven als verbindingslijnen tussen de knooppunten. Het geheel van putten en afvoerleidingen vormt een netwerk. In onderhavige studie gaat de aandacht slechts uit naar dat netwerk waarbij alle putten met elkaar verbonden zijn volgens de kortste afstand, ook wel de minimale lengte van afvoerleidingen van een puttenconfiguratie genoemd.

4.1.1. DRIESTAPS-ALGORITME

Het driestaps-algoritme bepaalt een optimale (hetzij een minimale, hetzij een maximale) lengte van afvoerleidingen van een welbepaalde puttenconfiguratie. Het algoritme is, zoals eerder vermeld, gesteund op de theorie van DIJKSTRA (1959) en kent vele toepassingsgebieden. Ze wordt over het algemeen toegepast op netwerk-optimaliseringsproblemen, zoals bijvoorbeeld voor de bepaling van de kortste, de goedkoopste en de snelste route in een welbepaald netwerk. Deze route hoeft niet noodzakelijk alle knooppunten in het netwerk te omvatten. Voorbeelden van netwerkproblemen kunnen gevonden worden in de literatuur, o.a. in GILSINN & WITZGALL (1973), JENSEN & BARNES (1980) en BERTSEKAS (1991).

Het driestaps-algoritme dat hieronder zal worden uitgewerkt bevat twee berekeningsmethoden, enerzijds een methode voor de bepaling van een minimale lengte en anderzijds een methode voor de bepaling van een maximale lengte. Alhoewel de laatstgenoemde methode in het verder verloop van het in deze studie uitgevoerde modelonderzoek buiten beschouwing zal worden gelaten, wordt deze voor de volledigheid ook in behandeling genomen. Omwille van het gemak en de duidelijkheid zal bij de beschrijving van het algoritme voor beide methoden telkens een tabelvorm worden gebruikt, zodat er een overzichtelijk geheel kan worden verkregen.

4.1.1.1. EEN MINIMALE LENGTE

In figuur 4.1 is een voorbeeld opgenomen van een netwerk bestaande uit vier putten, die worden aangeduid door de vier knooppunten P_1 , P_2 , P_3 en P_4 . De ligging ervan kan worden vast-

gelegd door middel van Cartesische coördinaten; deze zijn voor elk knooppunt opgenomen in tabel 4.1.

Tab. 4.1. Coördinaten van het netwerk met vier knooppunten.

KNOOPPUNT- NUMMER	KNOOPPUNT $P_a(X_a; Y_a)$		KNOOPPUNT- NUMMER	KNOOPPUNT $P_a(X_a; Y_a)$	
a	X_a (m)	Y_a (m)	a	X_a (m)	Y_a (m)
1	3,000	7,000	3	13,000	7,000
2	10,000	4,000	4	6,000	14,000

De rechte lijnen, die in figuur 4.1 getrokken zijn om de knooppunten onderling te verbinden, duiden de afvoerleidingen aan die zouden kunnen worden aangelegd om de vier putten te verbinden. De rechte lijn tussen twee verbonden knooppunten komt overeen met de minimale afstand. Deze wordt berekend met behulp van vergelijking (4.2). De met deze vergelijking berekende afstanden tussen de verschillende knooppunten zijn opgenomen in tabel 4.2.

Tab. 4.2. Minimale afstanden tussen de vier knooppunten.

KNOOP- PUNT P_i	KNOOP- PUNT P_j	MINIMALE AFSTAND $P_{i,j}$ (m)	KNOOP- PUNT P_i	KNOOP- PUNT P_j	MINIMALE AFSTAND $P_{i,j}$ (m)
1	2	7,616	3	1	10,000
1	3	10,000	3	2	4,242
1	4	7,616	3	4	9,899
2	1	7,616	4	1	7,616
2	3	4,242	4	2	10,770
2	4	10,770	4	3	9,899

Het ligt in de bedoeling dat netwerk te vinden welke alle knooppunten omvat, maar waarvoor slechts een minimale lengte van afvoerleidingen is vereist. Een eenvoudige methode om een dergelijk netwerk te determineren is via het driestaps-algo-

ritme en dat is als volgt:

1. Kies willekeurig een initieel knooppunt en breng dit in verbinding met het dichtstbij gelegen knooppunt.
2. Zoek ten opzichte van de verbonden knooppunten het dichtstbij gelegen niet-verbonden punt en verbindt dit met het dichtstbij gelegen verbonden punt.
3. Indien alle knooppunten onderling verbonden zijn beëindig dan het zoekproces, is dat niet het geval, keer terug naar stap 2.

De minimale lengte kan dus gedefinieerd worden als de som van de lengten van de verbindingslijnen tussen de verschillende knooppunten, op voorwaarde dat alle knooppunten verbonden zijn volgens de kortste afstand. Er wordt daarom steeds gezocht naar het dichtstbij gelegen punt.

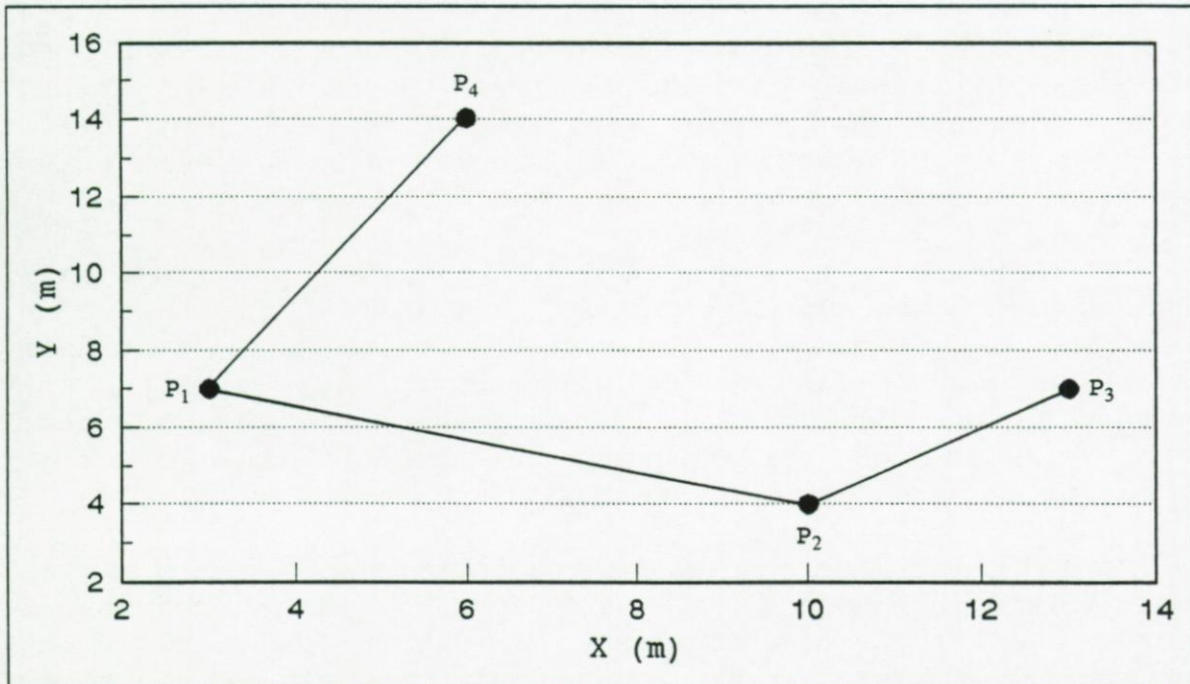


Fig. 4.2. Verloop van de minimale lengte voor het netwerk met vier knooppunten.

Beschouw bijvoorbeeld het punt P_3 als initieel gekozen knooppunt en zoek vervolgens de minimale lengte zoals hierboven is beschreven in het algoritme. Het dichtstbijzijnde knooppunt ten opzichte van P_3 is P_2 en dus worden P_3 en P_2 met elkaar verbonden. Ten opzichte van deze twee verbonden knooppunten is P_1 het dichtstbijzijnde niet-verbonden punt. Aangezien de knooppunten moeten worden verbonden volgens de kortste

afstand, wordt niet P_3 maar wel P_2 in verbinding gebracht met P_1 . Hierna is ten opzichte van de drie verbonden knooppunten, P_1 , P_2 en P_3 , het resterend punt P_4 het dichtstbij gelegen niet-verbonden punt. Om te voldoen aan de voorwaarde van de kortste afstand wordt P_4 verbonden met P_1 . Daar alle knooppunten met elkaar zijn verbonden, wordt vervolgens het zoekproces stopgezet. Het resultaat is het netwerk dat weergegeven is in figuur 4.2. De minimale lengte tussen de onderling verbonden knooppunten bedraagt 19,474 m. Deze lengte wordt verkregen door een som te maken van de minimale afstanden tussen de volgende knooppunten: P_3 & P_2 , P_2 & P_1 en P_1 & P_4 . Het netwerk van figuur 4.2 vormt de minimale lengte voor het netwerk van figuur 4.1. Het driestaps-algoritme zal volgens de hierboven gevolgde berekeningsmethode voor elk netwerk een minimale lengte opleveren, wat ook het initieel gekozen knooppunt is.

Omwille van de handigheid zal de werkwijze van het algoritme hieronder worden weergegeven in tabelvorm (Tab. 4.3). In deze tabel zal vanuit het aanvangsnetwerk, dat is het netwerk waarvoor een minimale lengte moet worden bepaald (Fig. 4.1), stap voor stap de vorming van het resulterende netwerk, welke de minimale lengte weergeeft (Fig. 4.2), beschreven worden.

In tabel 4.3a zijn de gegevens opgenomen van het aanvangsnetwerk. Deze tabel toont de verschillende verbindingen tussen al de knooppunten, samen met de minimale afstanden tussen die punten (in m). De verbindingen tussen de knooppunten zijn per kolom gerangschikt volgens toenemende afstand. Hierdoor zullen de verbindingen die uiterst bovenaan zijn aangegeven, overeenkomen met de kortste afstand.

Om het algoritme te kunnen toepassen op de gegevens van tabel 4.3a, moet eerst een willekeurig initieel knooppunt gekozen worden; in dit voorbeeld is dat P_3 (kolom P_3). Het dichtstbijzijnde niet-verbonden knooppunt wordt bepaald door in kolom P_3 de bovenste verbinding, die overeenstemt met de kortste afstand, op te zoeken. Aangezien dit de verbinding $P_{3,2}$ blijkt te zijn, kan hieruit worden afgeleid dat ten opzichte van het punt P_3 , het punt P_2 het dichtstbij gelegen niet-verbonden knooppunt is. Dat $P_{3,2}$ de verbinding is die overeenstemt met de kortste afstand (4,242 m), wordt aangegeven door in de tabel deze verbinding te onderlijnen. Daar $P_{2,3}=4,242$ m in kolom P_2 dezelfde verbinding voorstelt als $P_{3,2}=4,242$ m in kolom P_3 , wordt ook eerstgenoemde verbinding onderlijnd.

Tab. 4.3. Beschrijving van het driestaps-algoritme voor de bepaling van een minimale lengte voor het netwerk met vier knooppunten.

Tab. 4.3a				Tab. 4.3b			
KNOOPPUNTEN				KNOOPPUNTEN			
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P ₁₋₂ =7,616 m	P ₂₋₃ =4,242 m	P ₃₋₂ =4,242 m	P ₄₋₁ =7,616 m	P ₁₋₂ =7,616 m	<u>P₂₋₃=4,242 m</u>	<u>P₃₋₂=4,242 m</u>	P ₄₋₁ =7,616 m
P ₁₋₄ =7,616 m	P ₂₋₁ =7,616 m	P ₃₋₄ =9,899 m	P ₄₋₃ =9,899 m	P ₁₋₄ =7,616 m	P ₂₋₁ =7,616 m	P ₃₋₄ =9,899 m	P ₄₋₃ =9,899 m
P ₁₋₃ =10,000 m	P ₂₋₄ =10,770 m	P ₃₋₁ =10,000 m	P ₄₋₂ =10,770 m	P ₁₋₃ =10,000 m	P ₂₋₄ =10,770 m	P ₃₋₁ =10,000 m	P ₄₋₂ =10,770 m
Tab. 4.3c				Tab. 4.3d			
KNOOPPUNTEN				KNOOPPUNTEN			
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
<u>P₁₋₂=7,616 m</u>	<u>P₂₋₃=4,242 m</u>	<u>P₃₋₂=4,242 m</u>	P ₄₋₁ =7,616 m	<u>P₁₋₂=7,616 m</u>	<u>P₂₋₃=4,242 m</u>	<u>P₃₋₂=4,242 m</u>	<u>P₄₋₁=7,616 m</u>
P ₁₋₄ =7,616 m	<u>P₂₋₁=7,616 m</u>	P ₃₋₄ =9,899 m	P ₄₋₃ =9,899 m	<u>P₁₋₄=7,616 m</u>	<u>P₂₋₁=7,616 m</u>	P ₃₋₄ =9,899 m	P ₄₋₃ =9,899 m
P₁₋₃=10,000 m	P ₂₋₄ =10,770 m	P₃₋₁=10,000 m	P ₄₋₂ =10,770 m	P₁₋₃=10,000 m	P ₂₋₄ =10,770 m	P₃₋₁=10,000 m	P ₄₋₂ =10,770 m

Om aan te duiden dat knooppunten P_2 en P_3 met elkaar verbonden zijn, worden kolommen P_2 en P_3 van boven grijs getint. Na al deze bewerkingen heeft tabel 4.3a het uitzicht van tabel 4.3b.

Om het volgende dichtstbijzijnde niet-verbonden knooppunt vast te stellen, worden in de grijs getinte kolommen P_2 en P_3 (Tab. 4.3b), de meest van boven gelegen verbindingen die niet onderlijnd zijn, met elkaar vergeleken. Van de twee verbindingen, $P_{2-1}=7,616$ m en $P_{3-4}=9,899$ m, is P_{2-1} degene die overeenkomt met de kortste afstand en wordt dus deze verbinding onderlijnd. Overeenkomstig als in voorgaande handelwijze wordt onder verbinding P_{1-2} in kolom P_1 een lijn getrokken en bijgevolg moet kolom P_1 van boven worden grijs getint. Het resultaat van deze bewerkingen is weergegeven in tabel 4.3c. De grijze tinten in deze tabel geven aan dat de knooppunten P_1 , P_2 en P_3 met elkaar zijn verbonden. Aangezien knooppunten P_1 en P_3 via P_2 reeds met elkaar verbonden zijn en hierdoor alle andere verbindingen tussen deze twee knooppunten overbodig zijn geworden, kunnen de verbindingen P_{1-3} in kolom P_1 en P_{3-1} in kolom P_3 buiten beschouwing worden gelaten. Om aan te duiden dat deze verbindingen niet meer zullen deelnemen aan het verdere opzoekingsproces, worden ze in tabel 4.3c doorstreept.

Uitgaande van tabel 4.3c worden in de grijs getinte kolommen de meest van boven gelegen niet-onderlijnde of niet-doorstreepte verbindingen met elkaar vergeleken. Deze verbindingen komen in kolom P_1 overeen met $P_{1-4}=7,616$ m, in kolom P_2 met $P_{2-4}=10,770$ m en in kolom P_3 met $P_{3-4}=9,899$ m. Aangezien van deze verbindingen P_{1-4} de kortste is, worden in kolom P_1 deze verbinding en in kolom P_4 de verbinding P_{4-1} onderlijnd. Zodoende wordt kolom P_4 van boven grijs getint. Het resulterende netwerk wordt voorgesteld door de gegevens in tabel 4.3d.

Aangezien in tabel 4.3d alle kolommen van boven zijn grijs getint, wil dat zeggen dat alle knooppunten reeds onderling verbonden zijn, waardoor het opzoekingsproces kan worden gestaakt. De onderlijnde verbindingen in tabel 4.3d vormen het resulterende netwerk (Fig. 4.2), dat gekenmerkt wordt door de volgende verbindingen:

- $P_{3-2} = P_{2-3} = 4,242$ m;
- $P_{2-1} = P_{1-2} = 7,616$ m;
- $P_{1-4} = P_{4-1} = 7,616$ m.

De minimale lengte van het netwerk bedraagt 19,474 m. Dit bedrag wordt bekomen door de lengten van bovenstaande verbindingen te sommeren.

4.1.1.2. EEN MAXIMALE LENGTE

Het algoritme voor de bepaling van een minimale lengte (paragraaf 4.1.1.1) kan ook worden toegepast bij het zoeken naar een maximale lengte van een netwerk. Het verschil ligt hierin, dat men in plaats van naar het dichtstbij gelegen punt nu naar het verst afgelegen punt gaat zoeken. De maximale lengte van afvoerleidingen van een welbepaalde puttenconfiguratie kan aldus gedefinieerd worden als de som van de lengten van de verbindingslijnen tussen de verschillende knooppunten, op voorwaarde dat alle knooppunten met elkaar zijn verbonden, maar ditmaal volgens de langste afstand. Het driestaps-algoritme voor het bepalen van een maximale lengte werkt als volgt:

1. Kies om het even welk initieel knooppunt en verbindt dit met het hiervan verst afgelegen knooppunt.
2. Zoek ten opzichte van de onderling verbonden punten het verst afgelegen niet-verbonden knooppunt en breng dit in verbinding met het verst afgelegen verbonden knooppunt.
3. Als alle knooppunten verbonden zijn beëindig dan het zoekproces, zo niet, keer terug naar stap 2.

Uitgaande van het aanvangsnetwerk (Fig. 4.1), zal op overeenstemmende wijze als in paragraaf 4.1.1.1, stapsgewijs de vorming van het netwerk dat de maximale lengte weergeeft worden beschreven. Kiest men weer P_3 als initieel knooppunt, dan kan uit tabel 4.2 worden afgeleid dat het knooppunt P_1 hiervan het verst is afgelegen. Bijgevolg worden deze twee knooppunten met elkaar verbonden. Ten opzichte van deze twee verbonden punten is P_4 het verst afgelegen niet-verbonden knooppunt. Aangezien de minimale afstand tussen P_4 en P_3 langer is dan die tussen P_4 en P_1 , wordt P_4 verbonden met P_3 . Voor het overblijvende niet-verbonden knooppunt P_2 is knooppunt P_4 het verst afgelegen verbonden punt en wordt tenslotte P_2 verbonden met P_4 . Vanaf dit moment zijn alle knooppunten met elkaar in verbinding en kan het zoekproces worden beëindigd. Het resultaat van deze opzoeking is het netwerk dat is afgebeeld in figuur 4.3. De maximale lengte tussen de verbonden knooppunten is gelijk aan 30,669 m. Deze wordt verkregen door de minimale afstanden tussen de volgende knooppunten bij elkaar op te tellen: P_1 & P_3 , P_3 & P_4 en P_4 & P_2 . Het driestaps-algoritme zal bij deze berekeningsmethode, ongeacht het initieel gekozen knooppunt, gegarandeerd voor elk netwerk een maximale lengte opleveren.

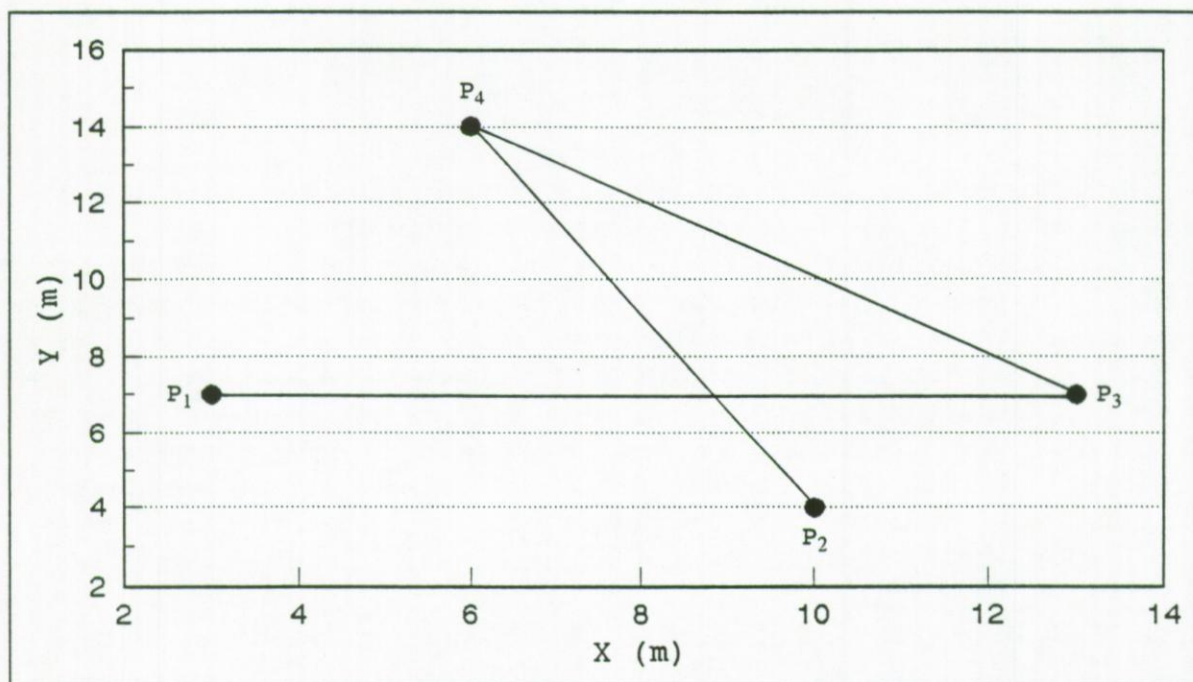


Fig. 4.3. Verloop van de maximale lengte voor het netwerk met vier knooppunten.

Het zal ook hier handig zijn om het algoritme voor de bepaling van een maximale lengte in tabelvorm weer te geven. Overeenstemmend als in paragraaf 4.1.1.1 zal, uitgaande van het aanvangsnetwerk (Fig. 4.1), stap voor stap het resulterende netwerk (Fig. 4.3) gevormd worden. De gegevens van het aanvangsnetwerk zijn opgenomen in tabel 4.4a. Merk op dat het om exact dezelfde gegevens gaat als in tabel 4.3a. Bijgevolg zullen de meest van onderen gelegen verbindingen steeds overeenstemmen met de langste afstand.

Uitgaande van het initieel knooppunt P_3 zal het algoritme voor de bepaling van een maximale lengte worden toegepast op de gegevens van tabel 4.4a. Door in kolom P_3 de onderste verbinding op te zoeken, kan worden gevonden welk punt het verst van P_3 is afgelegen. De meest van onderen gelegen verbinding en dus de langste in de kolom is $P_{3,1}=10,000$ m. Hieruit kan worden geconcludeerd dat ten opzichte van het punt P_3 , knooppunt P_1 het verst afgelegen niet-verbonden knooppunt is. Om weer te geven dat $P_{3,1}$ de verbinding is die overeenstemt met de langste afstand wordt deze onderstreept, maar aangezien $P_{1,3}$ in kolom P_1 dezelfde verbinding voorstelt, wordt ook deze onderstreept. Vervolgens worden de bovenste gedeelten van kolommen P_1 en P_3 grijs getint, om aan te geven dat deze twee knooppunten met elkaar zijn verbonden. Het resultaat van al deze bewerkingen is voorgesteld in tabel 4.4b.

Tab. 4.4. Beschrijving van het driestaps-algoritme voor de bepaling van een maximale lengte voor het netwerk met vier knooppunten.

Tab. 4.4a				Tab. 4.4b			
KNOOPPUNTEN				KNOOPPUNTEN			
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P _{1,2} =7,616 m	P _{2,3} =4,242 m	P _{3,2} =4,242 m	P _{4,1} =7,616 m	P _{1,2} =7,616 m	P _{2,3} =4,242 m	P _{3,2} =4,242 m	P _{4,1} =7,616 m
P _{1,4} =7,616 m	P _{2,1} =7,616 m	P _{3,4} =9,899 m	P _{4,3} =9,899 m	P _{1,4} =7,616 m	P _{2,1} =7,616 m	P _{3,4} =9,899 m	P _{4,3} =9,899 m
P _{1,3} =10,000 m	P _{2,4} =10,770 m	P _{3,1} =10,000 m	P _{4,2} =10,770 m	<u>P_{1,3}=10,000 m</u>	P _{2,4} =10,770 m	<u>P_{3,1}=10,000 m</u>	P _{4,2} =10,770 m
Tab. 4.4c				Tab. 4.4d			
KNOOPPUNTEN				KNOOPPUNTEN			
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P _{1,2} =7,616 m	P _{2,3} =4,242 m	P _{3,2} =4,242 m	P_{4,1}=7,616 m	P _{1,2} =7,616 m	P _{2,3} =4,242 m	P _{3,2} =4,242 m	P_{4,1}=7,616 m
P_{1,4}=7,616 m	P _{2,1} =7,616 m	<u>P_{3,4}=9,899 m</u>	<u>P_{4,3}=9,899 m</u>	P_{1,4}=7,616 m	P _{2,1} =7,616 m	<u>P_{3,4}=9,899 m</u>	<u>P_{4,3}=9,899 m</u>
<u>P_{1,3}=10,000 m</u>	P _{2,4} =10,770 m	<u>P_{3,1}=10,000 m</u>	P _{4,2} =10,770 m	<u>P_{1,3}=10,000 m</u>	<u>P_{2,4}=10,770 m</u>	<u>P_{3,1}=10,000 m</u>	<u>P_{4,2}=10,770 m</u>

Het volgende verst afgelegen niet-verbonden knooppunt kan worden bepaald door in de van boven grijs getinte kolommen P_1 en P_3 (Tab. 4.4b), de onderste verbindingen die niet zijn onderlijnd met elkaar te vergelijken. Deze zijn in kolom P_1 de verbinding $P_{1,4}=7,616$ m en in kolom P_3 de verbinding $P_{3,4}=9,899$ m. Tussen deze twee verbindingen wordt gekozen voor $P_{3,4}$, daar deze overeenkomt met de langste afstand. Om dit aan te geven worden de verbindingen $P_{3,4}$ in kolom P_3 en $P_{4,3}$ in kolom P_4 onderlijnd. Omdat er een verbindingslijn zal worden getrokken tussen P_3 en P_4 , wordt kolom P_4 van boven grijs getint. Het bekomen netwerk wordt voorgesteld door tabel 4.4c. De grijze tinten in deze tabel geven aan dat de knooppunten P_1 , P_3 en P_4 onderling verbonden zijn. Hierdoor zijn de verbindingen $P_{1,4}$ in kolom P_1 en $P_{4,1}$ in kolom P_4 overbodig geworden en kunnen ze buiten beschouwing worden gelaten. Om duidelijk te maken dat deze verbindingen niet meer betrokken zullen worden in het verdere zoekproces, worden ze in de tabel geschrapt.

In tabel 4.4c worden vervolgens in de grijs getinte kolommen P_1 , P_3 en P_4 , de van onderen gelegen niet-onderlijnde of niet-doorgehaalde verbindingen met elkaar vergeleken, om vast te stellen welke het verst afgelegen punt is. Van deze verbindingen, namelijk $P_{1,2}=7,616$ m, $P_{3,2}=4,242$ m en $P_{4,2}=10,770$ m, is $P_{4,2}$ de langste en dus worden in kolom P_4 de verbinding $P_{4,2}$ en in kolom P_2 de overeenstemmende verbinding $P_{2,4}$ onderstreept. Om aan te duiden dat P_2 verbonden is, wordt kolom P_2 van boven grijs getint. Het resulterende netwerk wordt weergegeven door tabel 4.4d.

Hierna kan het zoekingsproces worden beëindigd, daar in tabel 4.4d alle kolommen van boven zijn grijs getint, hetgeen aanduidt dat alle knooppunten zijn verbonden. De onderlijnde verbindingen van deze tabel vormen het volgend resulterende netwerk (Fig. 4.3):

- $P_{3,1} = P_{1,3} = 10,000$ m;
- $P_{3,4} = P_{4,3} = 9,899$ m;
- $P_{4,2} = P_{2,4} = 10,770$ m.

Door de som te maken van deze afstanden bekomt men de maximale lengte van het netwerk: deze bedraagt 30,669 m.

4.1.2. UITVOERING VAN HET DRIESTAPS-ALGORITME

Met behulp van het driestaps-algoritme dat twee berekeningsmethoden bevat, namelijk

- een methode voor de bepaling van een minimale lengte waarbij steeds wordt gezocht naar het dichtstbij gelegen punt en
- een methode voor de bepaling van een maximale lengte waarbij er steeds wordt gezocht naar het verst afgelegen punt,
kan binnen relatief korte tijd een oplossing worden gevonden voor het probleem van een optimale lengte van een welbepaald netwerk die alle knooppunten van het desbetreffende netwerk moet omvatten. De structuur van een dergelijk algoritme is weergegeven in figuur 4.4. Na initialisatie worden voor alle knooppunten de onderlinge minimale afstanden (vergelijking (4.2)) berekend. Vervolgens is het algoritme opgebouwd uit de volgende iteratieve sequentie:

1. Bepaal vanuit het initiële knooppunt P_i het dichtstbij gelegen (verst afgelegen) knooppunt en verbindt deze twee punten met elkaar.
2. Zoek vervolgens ten opzichte van de onderling verbonden knooppunten het dichtstbij gelegen (verst afgelegen) niet-verbonden punt en breng dit in verbinding met het dichtstbij gelegen (verst afgelegen) verbonden punt.
3. Indien alle knooppunten onderling verbonden zijn beëindig dan het zoekproces en geef een uitvoer van de begin- en eindstatus, indien anders, keer terug naar stap 2.

Door toepassing van het principe van het driestaps-algoritme zal, voor het oplossen van het probleem van de bepaling van een optimale lengte, het in FORTRAN-computercode geschreven programma DISMOD worden gebruikt. De code bestaat uit twee probleemafhankelijke routines, het oproepend program DISMOD en het DIM1-invoerbestand, die in combinatie werken met vier probleemafhankelijke subroutines, CALDIS, INPDIS, DIMOLE en OUTDIM. Deze zijn in figuur 4.5 binnen de stippellijnen aangegeven. De code van deze subroutines is voor elk netwerkprobleem dezelfde; het oproepend program en het invoerbestand moeten daarentegen van probleem tot probleem worden aangepast, daar zij zorgen voor de specifieke voorstelling van het netwerkprobleem en de berekeningsmethoden van het algoritme van informatie voorzien. De hiërarchie in de subroutines is als volgt: het oproepend program DISMOD roept subroutine CALDIS, die op zijn beurt subroutine INPDIS oproept, subroutine DIMOLE en subroutine OUTDIM. In de volgende paragrafen zullen voor elk van de routines en de subroutines afzonderlijk de specifieke functies worden besproken.

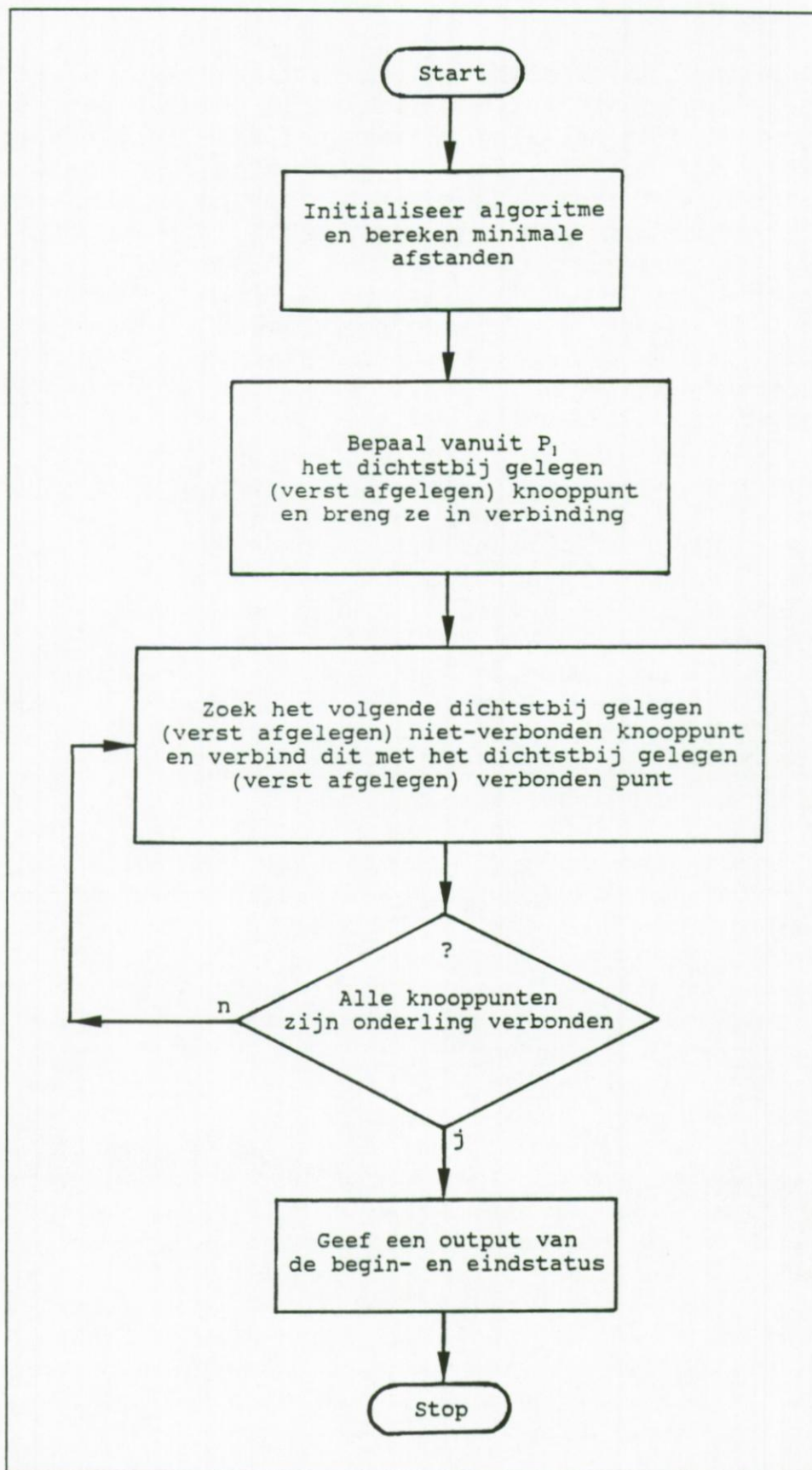


Fig. 4.4. Algemeen stroomschema van het driestaps-algoritme.

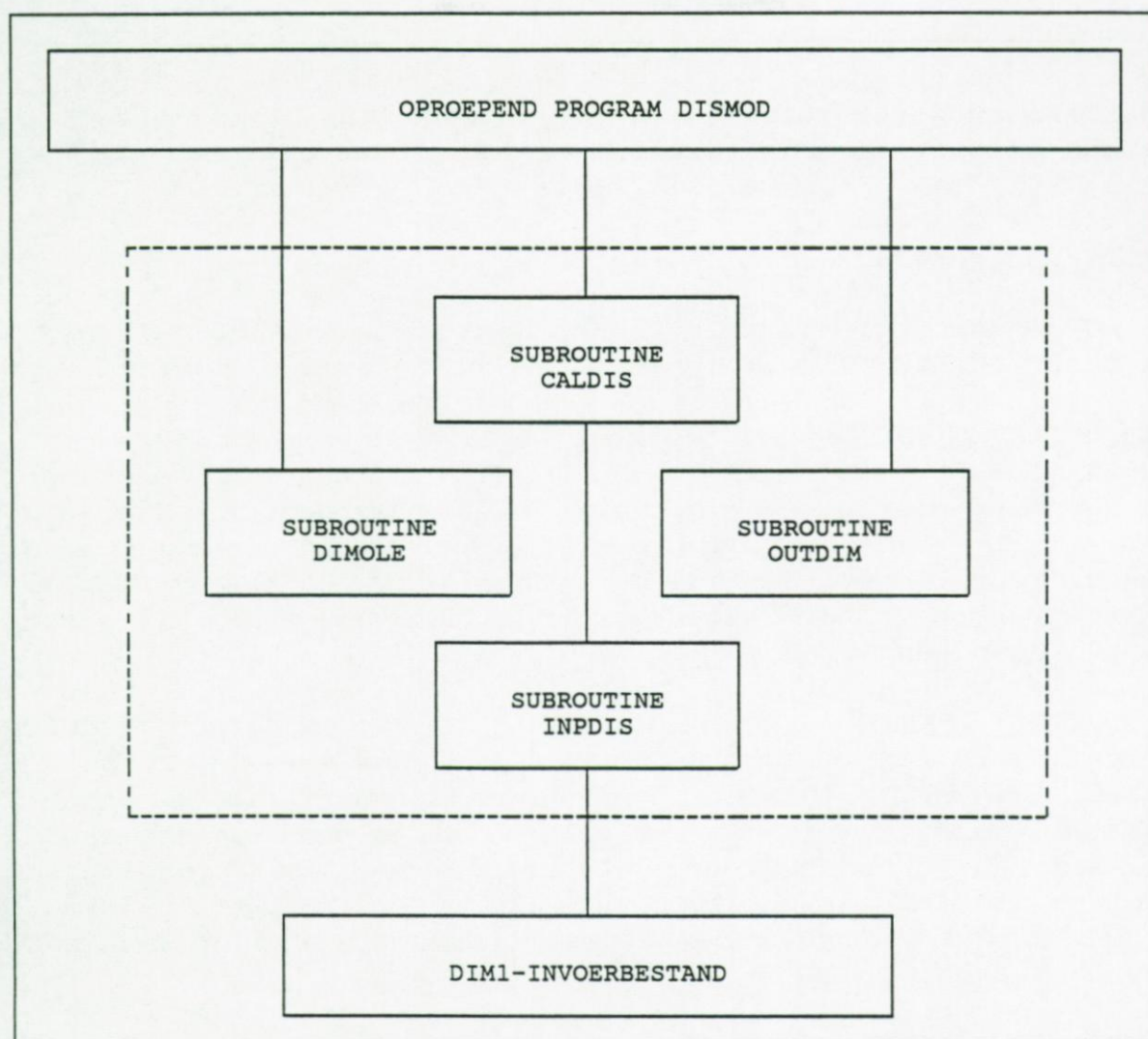


Fig. 4.5. Subroutines van het programma DISMOD.

4.1.2.1. DE PROBLEEMAFHANKELIJKE ROUTINES

In het programma DISMOD verschaffen het oproepend program DISMOD en het DIM1-invoerbestand de specifieke voorstelling van elk willekeurig netwerkprobleem. Het oproepend program bakent de matrices af en roept vervolgens subroutine CALDIS op. Deze doet op haar beurt een oproep aan subroutine INPDIS om de waarden van vlaggen, tellers en parameters uit het invoerbestand af te lezen en om de berekeningsmethode in te stellen. Vanaf het moment dat het algoritme geïnitialiseerd is wordt de optimalisatie van het netwerkprobleem uitgevoerd volgens het sequentieel proces (Fig. 4.4).

In het DIM1-bestand worden de volgende gegevens ingevoerd: het aantal knooppunten, de berekeningsmethode van het

algoritme en de coördinaten van de knooppunten ($P_i(X_i; Y_i)$). Dit bestand zal in paragraaf 4.2.1.2 verder worden uiteengezet.

4.1.2.2. DE PROBLEEMONAFHANKELIJKE SUBROUTINES

Hieronder zal voor elk van de subroutines CALDIS, INPDIS, DIMOLE en OUTDIM (Fig. 4.5) een toelichting worden gegeven.

SUBROUTINE CALDIS. Deze subroutine die door het oproepend program DISMOD wordt ingeroepen, heeft tot taak het berekenen van de minimale afstanden tussen twee knooppunten. Hiervoor moet echter eerst subroutine INPDIS worden opgeroepen. Pas wanneer de minimale afstanden (vergelijking (4.2)) tussen al de knooppunten zijn berekend wordt de programmabesturing terug overgedragen aan het oproepend program.

SUBROUTINE INPDIS. Subroutine INPDIS wordt opgeroepen door subroutine CALDIS om de waarden van vlaggen, tellers en parameters, die in het DIM1-bestand zijn opgenomen, in te lezen. Deze subroutine geeft ook aan volgens welke berekeningsmethode het algoritme moet worden uitgevoerd. Na deze handelingen wordt de leiding teruggegeven aan subroutine CALDIS, die deze, na uitvoering van de berekeningen, terug overdraagt aan het oproepend program DISMOD.

SUBROUTINE DIMOLE. Op het moment dat het oproepend program de besturing terugkrijgt van subroutine CALDIS, wordt subroutine DIMOLE opgeroepen. Het is subroutine DIMOLE die de eigenlijke berekening uitvoert, namelijk de bepaling van een optimale lengte (Fig. 4.4). Deze wordt maar bereikt als alle knooppunten van het netwerk met elkaar in verbinding staan. In tabel 4.5 wordt de terminologie, die in de hieronder volgende tekst gebruikt zal worden, verklaard.

Met het driestaps-algoritme kan een minimale (maximale) lengte van een netwerk worden gegenereerd. De knooppunten die dit netwerk opbouwen zijn in het algoritme genummerd van 1 tot en met N. In het matrix-element $DM(I,J)$ worden de minimale afstanden tussen knooppunt P_i en knooppunt P_j opgeslagen. Na iedere uitvoering van het algoritme worden de verbonden knooppunten opgeslagen in matrix-element MST. De met elkaar verbonden knooppunten worden in MST aangeduid als knooppuntparen: $MST(1,I)$ is het beginknooppunt en dit zal worden verbonden met $MST(2,I)$, het eindknooppunt. De waarde van de minimale (maximale) lengte tussen deze onderling verbonden knooppunten wordt

vervolgens bewaard in parameter CST.

Tab. 4.5. Verklaring van de notatie gebruikt in subroutine DIMOLE.

NAAM	OMSCHRIJVING
N^\dagger	het aantal knooppunten, genummerd van 1 tot en met N
I	het knooppunt $P_i(X_i; Y_i)^\dagger$
J	het knooppunt $P_j(X_j; Y_j)^\dagger$
DM(I,J)	het matrix-element waarin de minimale afstanden (vergelijking (4.2)) van knooppunt P_i tot knooppunt P_j zijn opgenomen
MST	het matrix-element voor het specificeren van de verbonden knooppunten: MST(1,I) is het beginknooppunt dat wordt verbonden met MST(2,I), het eindknooppunt
IMST	het aantal verbonden knooppunten in matrix MST
CST	de lengte tussen de onderling verbonden knooppunten
NIT	het matrix-element welke alle niet-verbonden knooppunten bevat: NIT(I) tot en met NIT(J)
NITP	het aantal niet-verbonden knooppunten in matrix NIT
JI(I)	het matrix-element waarin het verbonden knooppunt MST, welke het dichtstbij gelegen (verst afgelegen) is ten opzichte van het niet-verbonden knooppunt NIT(I), zit ingesloten
UI(I)	de waarde van de minimale afstand tussen NIT(I) en JI(I)
KP	het eerstvolgende niet-verbonden knooppunt dat moet worden toegevoegd aan matrix MST
†. Door de gebruiker ingevoerd in het DIM1-invoerbestand.	

Het algoritme bepaalt een minimale (maximale) lengte door successievelijk het dichtstbij gelegen (verst afgelegen) knooppunt te verbinden met de reeds onderling verbonden knooppunten, totdat alle knooppunten verbonden zijn. Bij elke iteratieve stap worden de knooppunten die nog niet verbonden zijn opgeslagen in matrix NIT. Het verbonden knooppunt dat ten opzichte van het niet-verbonden knooppunt NIT(I) het dichtstbij gelegen (verst afgelegen) is, wordt bewaard in JI(I), terwijl de waarde van de minimale afstand tussen NIT(I) en JI(I) wordt bewaard in UI(I). Dit gebeurt zo voor alle knooppunten NIT(I) tot en met NIT(J). Bijgevolg kan, ten opzichte van de verbonden knooppunten, het dichtstbijzijnde (verst afgelegen) niet-verbonden knooppunt gevonden worden door

gewoon het minimale (maximale) element van de matrix UI op te zoeken. Het aldus gevonden knooppunt, KP, dat door verbinding aan het netwerk wordt toegevoegd, wordt vervolgens verwijderd uit NIT en opgenomen in MST. Voor elk overblijvende niet-verbonden knooppunt in NIT wordt de minimale afstand tussen het dichtstbij gelegen (verst afgelegen) knooppunt uit UI vergeleken met de afstand tot KP, het laatst verbonden knooppunt. Indien deze laatste afstand korter (langer) is worden matrices UI en JI aangepast. De opzoeking naar het dichtstbijzijnde (verst afgelegen) knooppunt wordt (N-1) keren uitgevoerd, totdat alle knooppunten verbonden zijn. Daarna wordt de programmabesturing overgedragen aan het oproepend program.

SUBROUTINE OUTDIM. Subroutine OUTDIM wordt door het oproepend program DISMOD ingeroepen nadat subroutine DIMOLE de leiding aan dit program heeft teruggegeven. Deze subroutine schrijft de ingevoerde gegevens, de waarden van de minimale afstanden tussen de knooppunten, het verloop van de onderling verbonden knooppunten en de uiteindelijk bekomen waarde voor de optimale lengte neer in een uitvoerbestand. Hierna wordt de leiding opnieuw overgedragen aan het oproepend program, dat tenslotte de uitvoering van het algoritme stopzet.

4.2. PROGRAMMAPAKKET VAN DISMOD

Het programmapakket van DISMOD, geschreven in FORTRAN-computercode, is samengesteld uit het invoerprogramma FILEDM en het eigenlijk rekenprogramma DISMOD. Het is niet nodig voor elk netwerkprobleem steeds de volledige code aan te passen. Enkel het oproepend program DISMOD en het DIM1-invoerbestand vergen naargelang van het probleem enige aanpassing, daar zij voor elk afzonderlijk probleem de specifieke voorstelling weergeven en tevens de informatie verschaffende berekeningsmethode voorzien.

4.2.1. INVOERPROGRAMMA FILEDM

Via het invoerprogramma FILEDM kunnen de parameters welke nodig zijn om het driestaps-algoritme te definiëren worden ingevoerd. Dit programma zal moeten worden gebruikt, telkens wanneer een nieuw probleem ter behandeling wordt voorgelegd. Met behulp van het invoerprogramma worden de algoritme-parameters voor dat welbepaald probleem dan interaktief ingevoerd. Hiervoor moet echter eerst het programma worden opgeroepen.

4.2.1.1. OPROEP VAN HET INVOERPROGRAMMA FILEDM

Voor de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent is het besturingsbestand van het invoerprogramma FILEDM, geschreven in UNIX-V3.0, op de volgende wijze samengesteld:

```
x.filedm $1.dim1
```

Deze besturingslijn is bewaard onder de procedurenaam p.filedm. Het invoerprogramma wordt door middel van deze procedure opgeroepen door de volgende lijn in te voeren:

```
p.filedm (bestandsnaam)
```

4.2.1.2. HET DIM1-INVOERBESTAND

De via het invoerprogramma FILEDM ingevoerde gegevens worden opgeslagen in het DIM1-bestand; zo wordt voor het eigenlijk rekenprogramma DISMOD een invoerb bestand opgebouwd. Dit bestand wordt gekoppeld aan het nummer 21, hetgeen in de computercode overeenstemt met de parameter NFDM1 (NFDM1=21). Het bestand bestaat uit verschillende datalijnen die stuk voor stuk gegevens doorspelen aan het rekenprogramma. Het betreft hier gegevens over het aantal knooppunten, de berekeningsmethode van het algoritme en de waarden van de X- en Y-coördinaten van de knooppunten in het netwerk. De juiste volgorde en de indeling van de datalijnen en de daarin vervatte parameterdefinities zijn als volgt:

DATA 1:

```
READ (NFDM1,1000) N, IDIS
1000 FORMAT (2I10)
```

N = het aantal knooppunten in het netwerk.

IDIS = 0 geeft het signaal voor het opstarten van de methode voor de bepaling van de minimale lengte.

= 1 geeft aanleiding tot een methode voor de bepaling van de maximale lengte.

DATA 2:

```
READ (NFDM1,1010) (M(I), XN(I), YN(I), I=1, N)
1010 FORMAT (2(I10, E15.5, E15.5))
```

Deze lijn(en) verschaf(t)(fen) de waarden van de X- en Y-

coördinaten van de knooppunten in het netwerk. Zowel de index $M(I)$ als de waarden van de X- en Y-coördinaten, respectievelijk $XN(I)$ en $YN(I)$, worden genoteerd, hierbij gebruikmakend van het indelingsveld (I10,E15.5,E15.5). Per lijn zijn er twee van zulke velden die elk twee indices en twee X- en Y-coördinaten per lijn toelaten. Men mag zoveel lijnen gebruiken als er nodig zijn om alle N-indices en X- en Y-coördinaatwaarden van de knooppunten neer te schrijven. De laatste lijn mag echter wel minder dan twee velden bevatten.

AANPASSING VAN HET INVOERBESTAND. Indien men slechts een klein aantal parameters in het DIM1-bestand wil veranderen, kan men dat het best door het bestand op te roepen, de parameters aan te passen en daarna terug weg te schrijven. Dit is zoals gebleken de vlugste en dus de efficiëntste manier. Enkele voorbeelden van het DIM1-bestand zijn opgenomen in bijlage B.3.

4.2.2. EIGENLIJK REKENPROGRAMMA DISMOD

Het eigenlijk rekenprogramma DISMOD berekent voor elk netwerkprobleem een optimale (minimale of maximale) lengte. Dit gebeurt aan de hand van de gegevens die voor dat specifiek probleem via het DIM1-invoerbestand worden ingevoerd. Het programma is opgebouwd uit de subroutines CALDIS, INPDIS, DIMOLE en OUTDIM (paragraaf 4.1.2.2), die samenwerken met het oproepend program DISMOD en het DIM1-bestand.

4.2.2.1. HET OPROEPEND PROGRAM DISMOD

Het oproepend program DISMOD is het hoofdprogramma, welke de vektoren die door de subroutines CALDIS, INPDIS, DIMOLE en OUTDIM gebruikt worden, met behulp van de ingevoerde gegevens op de juiste wijze dimensioneert, zodat het algoritme van de juiste informatie kan worden voorzien. Na hieraan te hebben voldaan wordt een eerste oproep gedaan aan subroutine CALDIS die, na haar werk te hebben uitgevoerd, de leiding terug overdraagt aan het oproepend program. De volgende oproep is naar subroutine DIMOLE en vervolgens, nadat deze de programma-besturing terug heeft overgegeven aan het oproepend program, naar subroutine OUTDIM. Pas wanneer OUTDIM op haar beurt de besturing teruggeeft aan het oproepend program wordt uiteindelijk het berekeningsproces stopgezet. Het oproepend program heeft gewoonlijk het volgende uitzicht:


```

      PROGRAM DISMOD
C
C  MAIN CALLING PROGRAM
C
      PARAMETER (NWEL=100,NOT=2)
C
      REAL *8 XN(NWEL),YN(NWEL),DM(NWEL,NWEL)
      DIMENSION MST(NOT,NWEL),M(NWEL)
      COMMON /F1F2/NFDM1,NFDM2
      CHARACTER *64 FILE21,FILE22
C
      NFDM1=21
      NFDM2=22
C
      NUMARG=IARGC()
      IF (NUMARG.NE.2) THEN
        WRITE(*,*) 'x.dismod *.dim1 *.dim2'
        STOP
      ELSE
        CALL GETARG(1,FILE21)
        CALL GETARG(2,FILE22)
      ENDIF
C
      OPEN(21,FILE=FILE21)
      OPEN(22,FILE=FILE22)
C
      CALL CALDIS (N,M,IDIS,XN,YN,DM)
      CALL DIMOLE (N,IDIS,DM,MST,IMST,CST)
      CALL OUTDIM (N,M,IDIS,XN,YN,DM,MST,IMST,CST)
C
      STOP
      END

```

De argumenten in de definitie van de dimensies zijn hier symbolisch voorgesteld. Bij de uitvoering van het programma worden daar echter de overeenstemmende gehele getallen ingevuld. Het symbool NWEL geeft het aantal knooppunten aan, NOT duidt op een paar verbonden knooppunten. In het oproepend program is aan het argument NWEL de waarde 100 toegekend en aan NOT de waarde 2.

4.2.2.2. OPROEP VAN HET EIGENLIJK REKENPROGRAMMA DISMOD

Het besturingsbestand geschreven in UNIX-V3.0 voor de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie, nodig om het eigenlijk rekenprogramma DISMOD op te roepen, is als volgt:

```
x.dismod $1.dim1 $1.dim2
```


Deze besturingslijn werd samengebracht onder de procedurenaam p.dismod. Het eigenlijk rekenprogramma wordt via deze procedure opgeroepen door het inbrengen van de volgende lijn:

p.dismod (bestandsnaam)

4.2.2.3. HET DIM2-UITVOERBESTAND

Bij de uitvoering van het rekenprogramma DISMOD worden gegevens, afgelezen uit het DIM1-invoerbestand, via een berekeningsproces omgezet naar waarden die een minimale (maximale) lengte weergeven. Al deze waarden worden neergeschreven in het DIM2-uitvoerbestand. Het DIM2-bestand wordt in het programma verbonden met het nummer 22 (NFDM2=22). Dit bestand wordt meestal opgeroepen wanneer men de resultaten even op scherm wil zien of deze eventueel wenst uit te printen.

De eerste lijnen van het uitvoerbestand zijn een weerspiegeling van de parameters die gebruikt worden om het algoritme te definiëren. Het betreft hier de parameters die, nog voordat het rekenprogramma wordt opgestart, interaktief in het DIM1-bestand worden opgenomen, namelijk de berekeningsmethode van het algoritme, het aantal knooppunten in het netwerk en de waarden van de X- en Y-coördinaten van die knooppunten.

Na deze lijnen worden de minimale afstanden (vergelijking (4.2)) tussen de knooppunten P_i en P_j opgesomd. Indien in het programma DISMOD in totaal N knooppunten worden opgenomen, zullen er door subroutine CALDIS $N(N-1)$ afstanden worden berekend. In het uitvoerbestand zullen dan ook $N(N-1)$ afstanden worden weergegeven.

Op de allerlaatste lijnen van het bestand wordt tenslotte een echo gegeven van de resultaten die met behulp van het driestaps-algoritme worden bekomen voor het netwerkprobleem. Niet alleen de waarde van de optimale lengte wordt er getoond, maar, door telkens de verbonden punten aan te geven, ook de wijze waarop deze waarde werd verkregen. In bijlage B.3 zijn voorbeelden opgenomen van het DIM2-bestand.

4.3. TESTPROBLEMEN VOOR HET PROGRAMMA DISMOD

Om het programma DISMOD aan de praktijk te toetsen werden vier verschillende testproblemen geformuleerd, die hieronder

elk afzonderlijk zullen worden behandeld. Elk van deze problemen zal op twee manieren worden opgelost: eenmaal via het programma DISMOD, eenmaal via een manuele berekeningswijze gebaseerd op de theorie van paragraaf 4.1.1. Door van hetzelfde probleem de resultaten verkregen met de beide manieren met elkaar te vergelijken, kunnen conclusies getrokken worden over het al dan niet wel functioneren van de computercode van het programma. Ter verduidelijking wordt hierbij benadrukt dat de manueel berekende waarden niet bekomen worden met het programma, maar met behulp van een rekenmachine.

Het programma DISMOD zal bij de toetsing worden toegepast op netwerkproblemen met achtereenvolgens drie, vier, zes en zeven knooppunten. Deze problemen zullen worden onderworpen aan de twee verschillende berekeningsmethoden: de methode van de minimale lengte (IDIS=0) en de methode van de maximale lengte (IDIS=1). Al de testproblemen die in dit hoofdstuk zullen worden behandeld werden opgelost met de computercode van het programma DISMOD, op de SIEMENS 7570-CX van het Academisch Rekencentrum van de Universiteit Gent. Er werd hiervoor gebruik gemaakt van een procedure geschreven in BS2000 V9.5.

4.3.1. NETWERKPROBLEEM MET DRIE KNOOPPUNTEN

Het hier voorgestelde netwerk wordt gevormd door de drie knooppunten waarvan de coördinaten zijn opgenomen in tabel 4.6. De minimale lengte van dit netwerk kan op manuele wijze worden bepaald door knooppunt P_1 te verbinden met P_3 en P_3 op zijn beurt te verbinden met P_2 (Fig. 4.6a). Indien de lengten van de twee verbindingstukken bij elkaar worden opgeteld, bekomt men een waarde die overeenstemt met de minimale lengte. De aldus berekende waarde bedraagt 12,649 m.

Tab. 4.6. Coördinaten van de knooppunten voor het netwerkprobleem met drie knooppunten.

KNOOPPUNTNUMMER	KNOOPPUNT $P_a(X_a; Y_a)$	
	X_a (m)	Y_a (m)
1	1,000	2,000
2	13,000	2,000
3	7,000	4,000

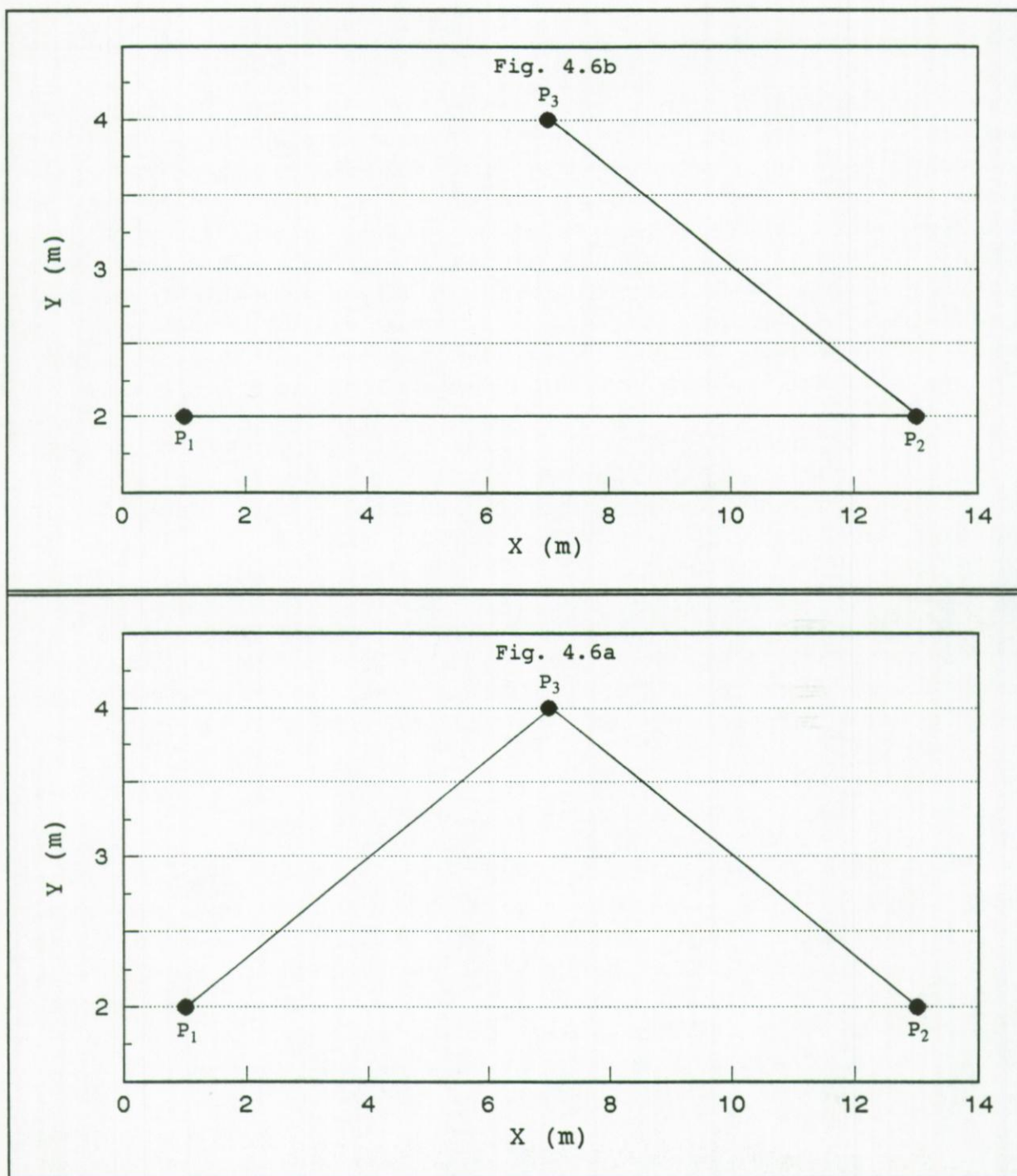


Fig. 4.6. Verloop van de minimale (Fig. 4.6a) en de maximale (Fig. 4.6b) lengte voor het netwerk met drie knooppunten.

Op overeenkomstige wijze kan ook de maximale lengte worden bepaald: knooppunt P_1 wordt verbonden met P_2 en vervolgens P_2 met P_3 (Fig. 4.6b). Voor de maximale lengte wordt, door de afstanden tussen de onderling verbonden knooppunten op te tellen, een waarde gevonden van 18,325 m.

Ditzelfde netwerkprobleem wordt ook opgelost met behulp van het programma DISMOD. Met de methode voor de bepaling van de minimale lengte wordt een waarde verkregen van 12,6491 m. Deze wordt bekomen door knooppunt P_2 te verbinden met P_3 en P_3 met P_1 (Fig. 4.6a). Met de methode voor de bepaling van de maximale lengte wordt een resultaat bekomen van 18,3246 m. Deze waarde wordt gevonden door knooppunt P_2 te verbinden met P_3 en P_1 met P_2 (Fig. 4.6b).

Indien de respektieve waarden voor de minimale en de maximale lengte die bekomen worden voor het netwerkprobleem met drie knooppunten onderling worden vergeleken, dan kan worden vastgesteld dat er goede overeenkomst bestaat tussen de resultaten die verkregen worden met het programma DISMOD en de resultaten die manueel worden berekend.

4.3.2. NETWERKPROBLEEM MET VIER KNOOPPUNTEN

Het netwerkprobleem met vier knooppunten dat hier als testprobleem zal worden aangewend, komt overeen met het in paragraaf 4.1 gedefinieerde voorbeeld-netwerk. De coördinaten van de knooppunten kunnen dus teruggevonden worden in tabel 4.1. Ook de manuele berekeningswijze van zowel de minimale als de maximale lengte wordt er uitvoerig besproken, respektievelijk in paragrafen 4.1.1.1 en 4.1.1.2. Voor de minimale lengte wordt een waarde gevonden van 19,474 m en wel door de volgende knooppunten te verbinden (Fig. 4.2): P_3 & P_2 , P_2 & P_1 en P_1 & P_4 . Voor de maximale lengte wordt een manuele waarde bekomen van 30,669 m. Deze wordt verkregen door onderlinge verbinding van de volgende knooppunten (Fig. 4.3): P_1 & P_3 , P_3 & P_4 en P_4 & P_2 .

Hetzelfde netwerkprobleem wordt vervolgens ook onderworpen aan het programma DISMOD. Met de berekeningsmethode voor de bepaling van de minimale lengte wordt een waarde verkregen van 19,4742 m. Deze wordt bekomen door knooppunt P_1 te verbinden met P_4 , vervolgens P_2 met P_1 en tenslotte P_3 met P_2 . In bijlagen B.3.1 en B.3.2 zijn voor deze methode respektievelijk het DIM1- en het DIM2-bestand opgenomen. Met de berekeningsmethode voor de maximale lengte wordt een resultaat bekomen van 30,6698 m. Deze waarde wordt afgeleid door knooppunt P_2 te verbinden met P_4 , daarna P_3 met P_4 en tenslotte P_1 met P_3 . Ook voor deze methode kan men in bijlagen B.3.3 en B.3.4 respektievelijk het DIM1- en DIM2-bestand terugvinden.

Bij vergelijking van de resultaten verkregen aan de hand van het programma DISMOD met de manueel berekende waarden, kan worden geconcludeerd dat de waarden verkregen voor de minimale lengte enerzijds en de waarden verkregen voor de maximale lengte anderzijds, min of meer gelijk zijn en de beide manieren ter oplossing van dit netwerkprobleem dus zeer goed overeenkomen.

4.3.3. NETWERKPROBLEEM MET ZES KNOOPPUNTEN

De coördinaten van de zes knooppunten die het netwerk vormen voor het testprobleem, zijn aangegeven in tabel 4.7. De voor dit netwerkprobleem manueel berekende minimale lengte bedraagt 17,123 m. Deze waarde wordt verkregen door de volgende knooppunten met elkaar te verbinden: P_1 & P_6 , P_1 & P_3 , P_6 & P_5 , P_5 & P_4 en P_5 & P_2 . Voor de maximale lengte zal men, indien de manuele berekeningswijze wordt gebruikt, een waarde vinden van 40,906 m, door de volgende knooppunten te verbinden: P_2 & P_6 , P_2 & P_3 , P_3 & P_4 , P_2 & P_1 en P_3 & P_5 .

Tab. 4.7. Coördinaten van de knooppunten voor het netwerkprobleem met zes knooppunten.

KNOOPPUNT- NUMMER	KNOOPPUNT $P_a(X_a; Y_a)$		KNOOPPUNT- NUMMER	KNOOPPUNT $P_a(X_a; Y_a)$	
a	X_a (m)	Y_a (m)	a	X_a (m)	Y_a (m)
1	5,000	9,000	4	1,000	5,000
2	4,000	1,000	5	4,000	5,000
3	9,000	9,000	6	3,000	9,000

Het hierboven gedefinieerd testprobleem wordt ook opgelost met behulp van het programma DISMOD. Met de methode voor de bepaling van de minimale lengte wordt 17,1231 m gevonden. Deze waarde wordt verkregen door verbinding van de volgende knooppunten: P_1 & P_6 , P_3 & P_1 , P_5 & P_6 , P_4 & P_5 en P_2 & P_5 . Met de methode voor de bepaling van de maximale lengte wordt 40,9059 m als resultaat verkregen. Dit resultaat wordt verkregen door de volgende knooppunten te verbinden: P_2 & P_6 , P_3 & P_2 , P_4 & P_3 , P_1 & P_2 en P_5 & P_3 . Het verloop van de minimale lengte voor het netwerkprobleem met zes knooppunten wordt weergegeven in

figuur 4.7a, dat van de maximale lengte in figuur 4.7b.

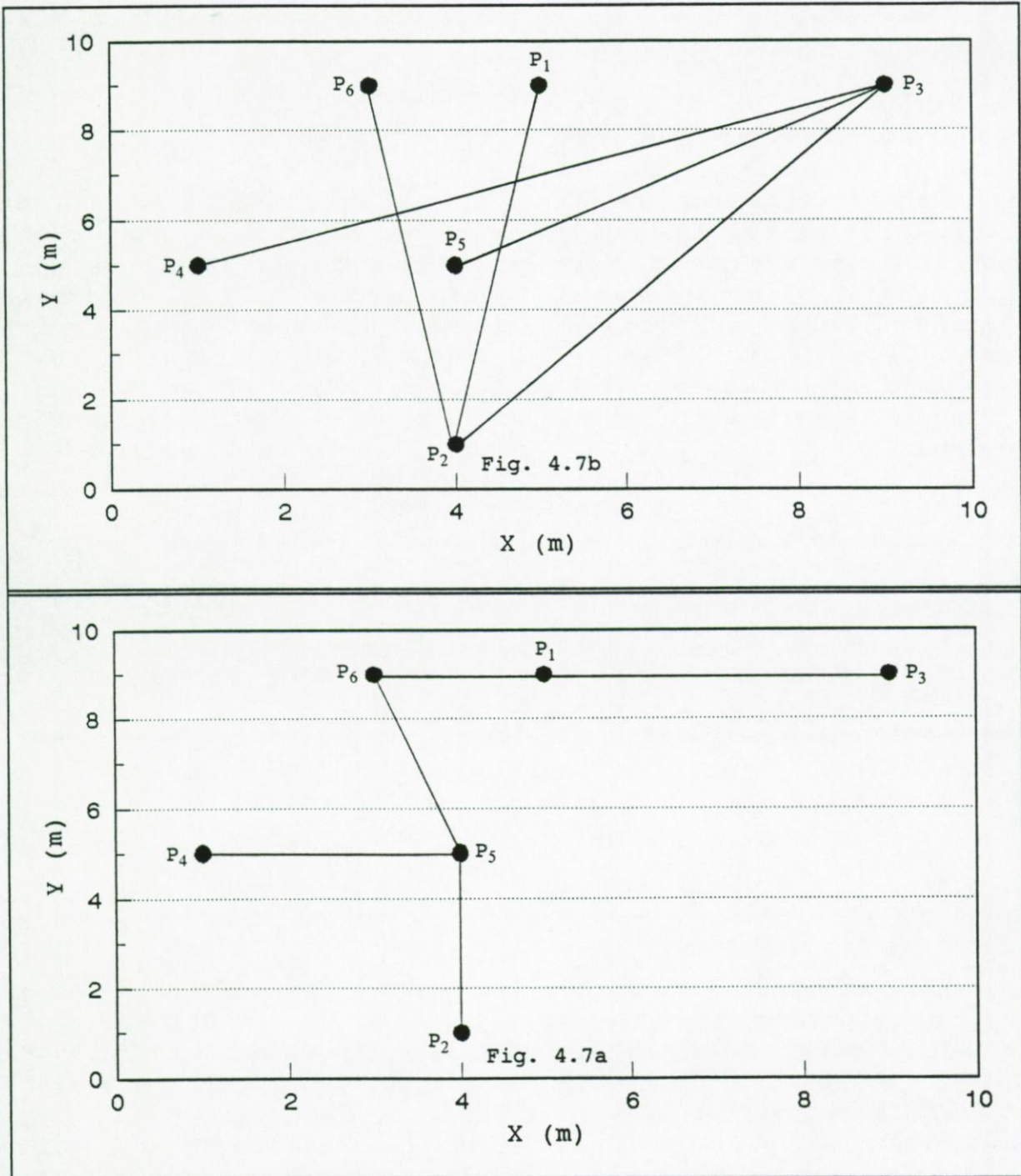


Fig. 4.7. Verloop van de minimale (Fig. 4.7a) en de maximale (Fig. 4.7b) lengte voor het netwerk met zes knooppunten.

Door de verschillende resultaten onderling met elkaar te vergelijken, blijkt ook hier weer dat de waarden verkregen met het programma DISMOD voor de minimale en de maximale lengte, goed overeenstemmen met de respektieve waarden verkregen via de manuele berekeningswijze.

4.3.4. NETWERKPROBLEEM MET ZEVEN KNOOPPUNTEN

Het netwerk voor het testprobleem met zeven knooppunten wordt gedefinieerd door de coördinaten van tabel 4.8. De op manuele wijze verkregen waarde voor de minimale lengte is gelijk aan 18,951 m. Deze waarde wordt bekomen door de minimale afstanden tussen de volgende verbonden knooppunten te sommeren: P_5 & P_7 , P_7 & P_3 , P_3 & P_4 , P_5 & P_6 , P_6 & P_2 en P_2 & P_1 . Het resultaat van de berekening van de maximale lengte bedraagt 62,529 m. Deze wordt verkregen via de volgende verbonden knooppunten: P_1 & P_7 , P_1 & P_4 , P_4 & P_6 , P_1 & P_3 , P_4 & P_2 en P_4 & P_5 .

Tab. 4.8. Coördinaten van de knooppunten voor het netwerkprobleem met zeven knooppunten.

KNOOPPUNT- NUMMER	KNOOPPUNT $P_a(X_a; Y_a)$		KNOOPPUNT- NUMMER	KNOOPPUNT $P_a(X_a; Y_a)$	
a	X_a (m)	Y_a (m)	a	X_a (m)	Y_a (m)
1	2,000	2,000	5	8,000	4,000
2	4,000	2,000	6	4,000	6,000
3	13,000	2,000	7	10,000	5,000
4	15,000	2,000			

Het hierboven voorgestelde netwerkprobleem met zeven knooppunten wordt ook opgelost met het programma DISMOD. Voor de minimale lengte wordt een resultaat verkregen van 18,9508 m. Dit resultaat wordt bekomen door onderling verbinden van de volgende knooppunten: P_5 & P_7 , P_3 & P_7 , P_4 & P_3 , P_6 & P_5 , P_2 & P_6 en P_1 & P_2 . Het verloop van de minimale lengte wordt afgebeeld in figuur 4.8a. Voor de maximale lengte wordt een bedrag van 62,5288 m gevonden. Deze waarde wordt bepaald door de volgende knooppunten met elkaar te verbinden: P_1 & P_7 , P_4 & P_1 , P_6 & P_4 , P_3 & P_1 , P_2 & P_4 en P_5 & P_4 . In figuur 4.8b vindt men het verloop van de maximale lengte voor dit netwerkprobleem terug.

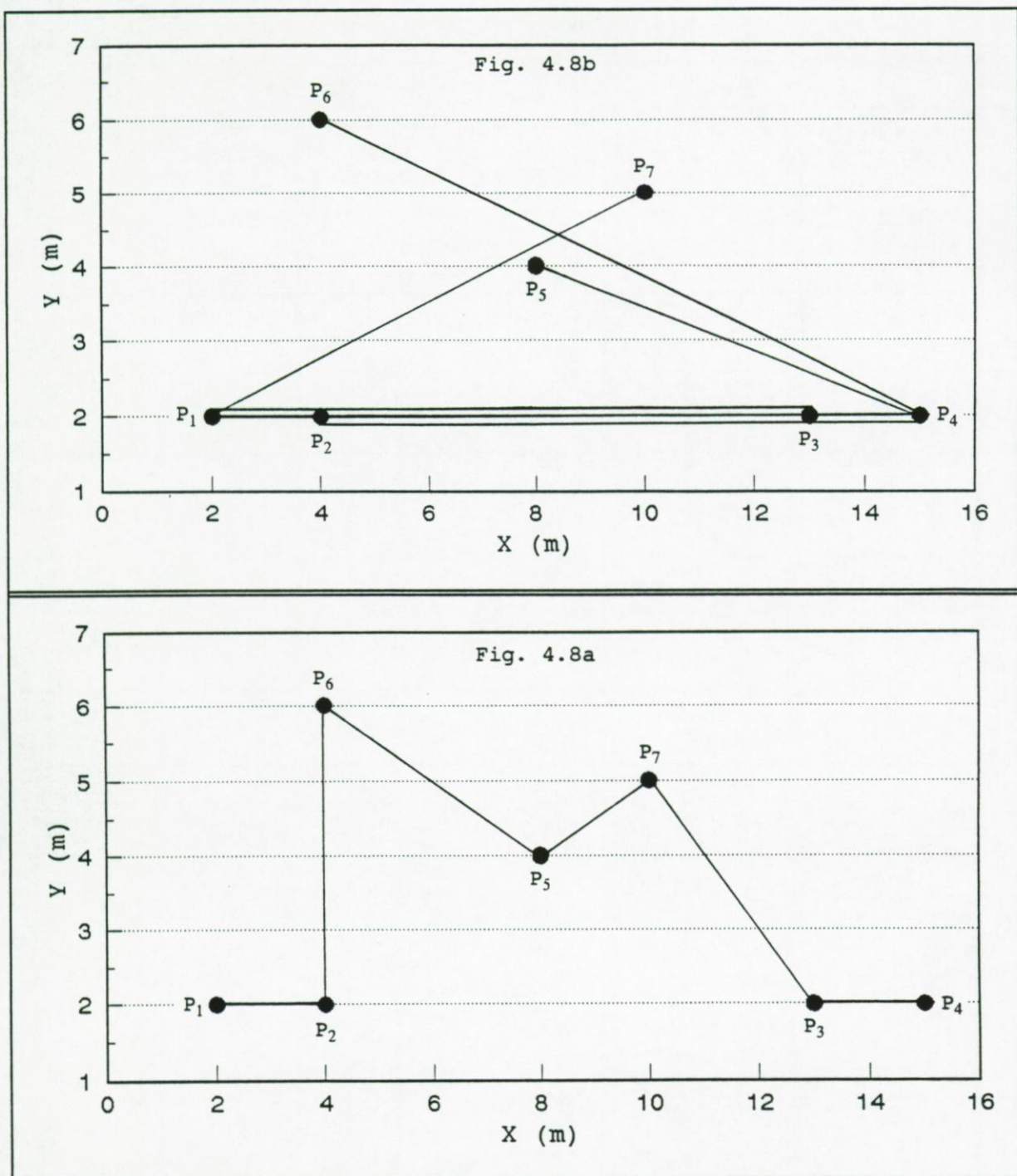


Fig. 4.8. Verloop van de minimale (Fig. 4.8a) en de maximale (Fig. 4.8b) lengte voor het netwerk met zeven knooppunten.

Bij vergelijking van de resultaten bekomen met behulp van het programma DISMOD en de resultaten bepaald op de manuele manier, kan worden vastgesteld dat er zeer goede overeenkomst bestaat tussen de respektieve waarden voor de minimale en de maximale lengte verkregen met beide methoden.

Tab. 4.9. Resultaten van de testproblemen voor het programma DISMOD.

NETWERK- PROBLEEM MET	BEREKENINGS- METHODE IDIS	OPTIMALE LENGTE (m)	
		WAARDE MET PROGRAMMA DISMOD	MANUEEL BERE- KENDE WAARDE
drie knooppunten	0	12,6491	12,649
	1	18,3246	18,325
vier knooppunten	0	19,4742	19,474
	1	30,6698	30,669
zes knooppunten	0	17,1231	17,123
	1	40,9059	40,906
zeven knooppunten	0	18,9508	18,951
	1	62,5288	62,529

IDIS = 0. Berekeningsmethode van het driestaps-algoritme voor de bepaling van de minimale lengte.
IDIS = 1. Berekeningsmethode van het driestaps-algoritme voor de bepaling van de maximale lengte.

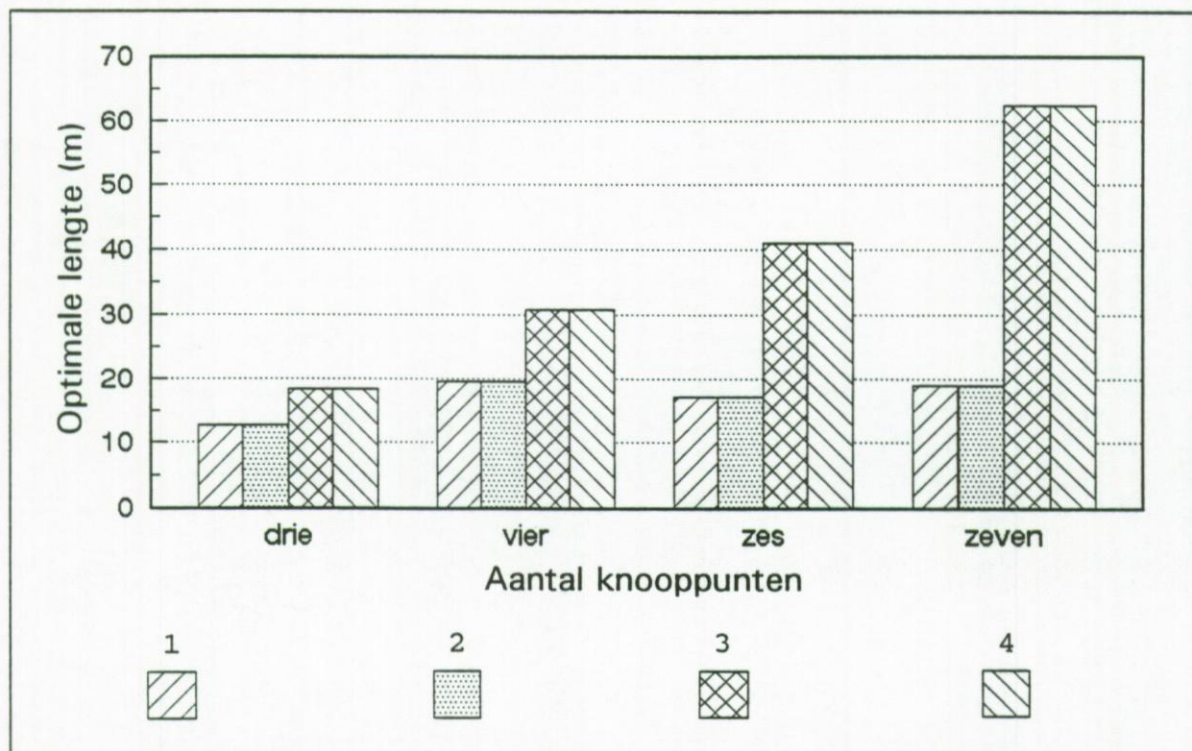


Fig. 4.9. Vergelijking tussen de manueel berekende waarden en de waarden verkregen met het programma DISMOD voor de verschillende testproblemen: 1. manueel berekende waarde voor de minimale lengte; 2. waarde berekend met programma DISMOD voor de minimale lengte; 3. manueel berekende waarde voor de maximale lengte; 4. waarde berekend met programma DISMOD voor de maximale lengte.

In tabel 4.9 zijn voor alle behandelde testproblemen de resultaten van de beide oplossingsmethoden opgenomen. Met behulp van de gegevens van deze tabel wordt figuur 4.9 opgesteld. Uit tabel 4.9 en figuur 4.9 kan worden afgeleid dat de resultaten van het programma DISMOD voor al de verschillende testproblemen goed overeenkomen met de oplossingen die op manuele wijze verkregen worden. Er mag dus worden aangenomen dat de computercode van het programma als gewenst verloopt.

HOOFDSTUK 5

BEPALING VAN EEN OPTIMUM VIA AANGEVULDE LAGRANGIANEN

Matematische programmering met betrekking tot de optimaliseringsproblematiek is vandaag de dag vooral gericht op het zoeken naar oplossingen voor het niet-lineair optimaliseringsprobleem, daar elke computercode ontwikkeld voor het niet-lineair probleem over het algemeen ook toepasbaar zal zijn op het lineair probleem. Eén van de methoden van niet-lineaire programmering is die welke gebruik maakt van de aangevulde Lagrangianen. De methode van de aangevulde Lagrangianen ofwel de aangevulde Lagrange-multiplicatormethode, is in staat voor een stelsel van expliciet geformuleerde wiskundige vergelijkingen een numeriek optimum te berekenen. Een dergelijk stelsel wordt bijvoorbeeld gevormd door de combinatie van vergelijkingen (2.32), (2.33), (2.34) en (2.35), indien wordt aangenomen dat de functies $f(x)$, $p(x)$ en $q(x)$ expliciet geformuleerd zijn. Het zoeken naar het optimum kan in strikte zin worden omschreven als een probleem van optimalisering van een welbepaalde entiteit, terwijl terzelfdertijd aan de opgelegde systeemvoorwaarden gevolg wordt gegeven. Met de aangevulde Lagrange-multiplicatormethode kan voor elk welomschreven niet-lineair of lineair probleem een optimale oplossing gevonden worden.

Het gebruik van niet-lineaire programmerings- en multiplicatormethoden is reeds lang gekend, maar de eerste solide basis op dit vlak werd in 1951 gelegd door KUHN & TUCKER. Hun bevindingen bleken later karakteriserend te zijn voor de oplossing van het niet-lineair programmeringsprobleem. Zij legden ook het verband tussen dit probleem en de Lagrangiaanse functie, die uiteindelijk aan de basis zou liggen van de aangevulde Lagrange-multiplicatormethode. In dit hoofdstuk zal onder meer worden ingegaan op de theoretische achtergrond van deze methode, met de bedoeling van hieruit te komen tot de ontwikkeling van een computercode die kan worden toegepast bij het vinden van een optimale oplossing voor om het even welk in matematische termen uitdrukbaar optimalisatieprobleem.

In paragraaf 5.1 zullen eerst en vooral de eigenschappen van een optimale oplossing worden toegelicht. Vervolgens wordt in paragraaf 5.2 een algemeen overzicht gegeven van de theorieën achter de aangevulde Lagrange-multiplicatormethode. Hierbij zal de nadruk eerder gelegd worden op de praktische toepassing van de methode dan op het theoretisch bewijs ervan. Aan

het eind van de paragraaf wordt, op basis van de voorgelegde theoretische standpunten, het programma AULAMU opgesteld. Paragraaf 5.3 vervolgt dan met een uiteenzetting van het programmapakket van AULAMU. Dit programmapakket is samengesteld uit het invoerprogramma FILALM en het eigenlijk rekenprogramma AULAMU. Het invoerprogramma zorgt voor de interactieve invoer van algoritme-parameters die het optimaliseringsprobleem definiëren en vormt op deze manier het ALM1-invoerbestand. Met behulp van dit bestand berekent het eigenlijk rekenprogramma voor een welbepaald probleem de optimale oplossing. Dit rekenprogramma creëert tijdens zijn uitvoering het ALM2-uitvoerbestand, welke alle resultaten van het uitgevoerde berekeningsproces bevat. Als slot van dit hoofdstuk, in paragraaf 5.4, wordt de werking van het programma AULAMU bewezen aan de hand van enkele uit de literatuur gehaalde testproblemen. Dit programma zal in hoofdstuk 6 aan het hydrogeologisch optimalisatiemodel HYDALM worden toegevoegd (Fig. 2.32).

5.1. TEORETISCHE BESCHOUWING VAN EEN OPTIMALE OPLOSSING

Niet-lineaire problemen kunnen voortvloeien uit verschillende wetenschappelijke gebieden en kunnen ook verschillende vormen aannemen (LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1989). Over het algemeen wordt een welbepaald niet-lineair probleem gedefinieerd als een probleem van optimalisering (maximalisering of minimalisering) van een probleemfunctie met n variabelen, op voorwaarde dat andere probleemfuncties met dezelfde variabelen terzelfdertijd voldoen aan relaties tussen gelijkheids- en/of ongelijkheidsvoorwaarden. In bepaalde omstandigheden kan het niet-lineair probleem als lineair beschouwd worden. Dit zal het geval zijn wanneer alle probleemfuncties hierbij betrokken lineair zijn. Er wordt tegenwoordig echter algemeen aanvaard dat fysische systemen zich niet-lineair gedragen (KÜNZI et al., 1968; DOMENICO, 1972; KUESTER & MIZE, 1973; FOULDS, 1981; PRESS et al., 1992).

Een belangrijke eigenschap van een goed geformuleerd lineair probleem is dat het altijd zal resulteren in één globale of absolute optimale oplossing. Dit in tegenstelling tot de niet-lineaire problemen waarbij geldt dat, afhankelijk van het probleem en de initiële waarden toegekend aan de variabelen, een gegeven niet-lineair programmeringsalgoritme zal konvergeren naar één van de vele lokale of relatieve optimale oplossingen. Slechts voor enkele welomschreven probleemstructuren zullen de niet-lineaire problemen met een zelfde zeker-

heid als de lineaire kunnen worden opgelost; in dergelijk geval wordt namelijk maar één lokaal optimum voortgebracht welk overeenstemt met het globaal optimum (FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984; PARDALOS & ROSEN, 1987).

Indien bij het optimaliseren van een welbepaalde functie geen rekening gehouden dient te worden met de opgelegde systeemvoorwaarden, dan heeft men te maken met een onvoorwaardelijk niet-lineair probleem. Onvoorwaardelijke oplossingsmethoden zijn meestal ingesloten in algoritmen die ontworpen zijn voor het oplossen van algemene niet-lineaire problemen (KUESTER & MIZE, 1973; FOULDS, 1981; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984; CHAPRA & CANALE, 1988; PRESS et al., 1992). In dit hoofdstuk zal de aandacht echter vooral uitgaan naar een methode voor het oplossen van voorwaardelijke niet-lineaire problemen, dus problemen die wel aan systeemvoorwaarden zijn onderworpen.

5.1.1. STANDAARDVORM VAN HET OPTIMALISERINGSPROBLEEM

In een niet-lineair probleem zit vaak een functie $f(x)$ vervat die elke vektor x koppelt aan een bepaalde waarde en die geoptimaliseerd moet worden in relatie tot x . Deze functie wordt aangeduid als de doelfunctie. Een optimalisatieprobleem kan zowel een maximalisatie- als een minimalisatieprobleem voorstellen. Maximalisatie en minimalisatie zijn namelijk twee equivalenten problemen, aangezien zowel het maximum van $f(x)$ als het minimum van $-f(x)$ in hetzelfde punt samenvallen (KÜNZI et al., 1968; KUESTER & MIZE, 1973; FOULDS, 1981; PRESS et al., 1992):

$$\max (f(x)) = - \min (-f(x)) \quad (5.1)$$

Aangenomen wordt dat het punt x een vektor $(x_1; x_2; \dots; x_n)$ voorstelt van n reële variabelen x_1, x_2, \dots, x_n . Dit punt kan niet arbitrair gekozen worden, daar er rekening moet worden gehouden met de opgelegde systeemvoorwaarden. Deze worden ingedeeld in voorwaarden van gelijkheid of van ongelijkheid en zijn ook gedefinieerd in relatie tot x . Iedere x die aan alle systeemvoorwaarden voldoet wordt beschouwd als een aanvaardbaar punt en kan eventueel ook het optimaal punt zijn. Elk oplosbaar probleem bestaat uit een verzameling van aanvaardbare punten. Deze verzameling bevat o.a. het punt x^* waarin de functie $f(x)$ zijn optimale waarde (maximum of minimum) bereikt. Dit is het optimaal punt.

Matematisch gezien kan het voorwaardelijk niet-lineair optimaliseringsprobleem als volgt worden geformuleerd, bijvoorbeeld voor een maximalisatieprobleem:

- zoek een punt x om $f(x)$ te maximaliseren:

$$\text{maximaliseer } f(x) \quad (5.2)$$

- onderwerp dit punt aan de volgende systeemvoorwaarden:

$$p_i(x) = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 < n \quad (5.3)$$

$$q_j(x) \leq b_j, \quad j = 1, 2, \dots, m_2 \quad (5.4)$$

en

$$c_k \leq x_k \leq d_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (5.5)$$

waarbij de f , p_i 's en q_j 's de niet-lineaire probleemfuncties zijn die zich zowel lineair als niet-lineair kunnen gedragen; de a_i 's, b_j 's, c_k 's en d_k 's zijn reële constanten en $x = (x_1; x_2; \dots; x_n)$ de vektor met n variabelen. De functie $f(x)$ stelt de doelfunctie voor, betrekkingen (5.3) en (5.4) respectievelijk de gelijkheids- en ongelijkheidsvoorwaarden en (5.5) de randvoorwaarden. In de meest algemene vorm van het voorwaardelijk niet-lineair probleem wordt verondersteld dat de betrokken probleemfuncties continu en differentieerbaar zijn.

Systeemvoorwaarden zoals betrekking (5.5) laten toe voor elke variabele expliciete boven- en ondergrenzen op te leggen. Deze systeemvoorwaarden kunnen eigenlijk beschouwd worden als een speciaal geval van betrekking (5.4), daar (5.5) gelijkwaardig is aan:

$$-x_k \leq -c_k \quad \wedge \quad x_k \leq d_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (5.6)$$

Derhalve kan worden gesteld dat in de teoretische voorstelling van het voorwaardelijk niet-lineair optimaliseringsprobleem alleen nog met de twee algemene systeemvoorwaarden (betrekkingen (5.3) en (5.4)) rekening hoeft te worden gehouden.

Met het probleem, zoals hierboven geformuleerd, tracht men een voorwaardelijk globaal maximum van de doelfunctie $f(x)$ te vinden in vergelijking (5.2). In de praktijk wordt meestal eerst een voorwaardelijk lokaal maximum van $f(x)$ gevonden. Het globaal maximum wordt dan bepaald door onderlinge vergelijking van alle lokale maxima (PARDALOS & ROSEN, 1987).

5.1.2. ONVOORWAARDELIJKE ITERATIEVE OPTIMALISATIEPROCEDURE

In deze paragraaf wordt een onvoorwaardelijk optimaliseringsalgoritme gepresenteerd dat gebruikt zal kunnen worden om het algemeen voorwaardelijk optimalisatieprobleem (paragraaf 5.1.1), waarin zowel de doelfunctie (vergelijking (5.2)) als de systeemvoorwaarden (betrekkingen (5.3), (5.4) en (5.5)) niet-lineair zijn, op te lossen. De meeste optimaliseringsalgoritmen vereisen dat er eerst een initiële verzameling van variabelen x^0 ($k=0$) wordt opgegeven (Fig. 5.1). Uitgaande van dit startpunt, wordt de oplossing dan iteratief bijgewerkt ($k=k+1$) via een sequentie van eenrichtingsopzoekingen in de n -variabele ruimte. De meest eenvoudige vorm van deze iteratieve procedure wordt gegeven door het volgende schema (BROYDEN et al., 1973; FOULDS, 1981; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984; VANDERPLAATS, 1989; PRESS et al., 1992):

$$x^{k+1} = x^k + \rho r^k \quad (5.7)$$

waarbij k het iteratiegetal is, r de vektoriële zoekrichting in de variabele ruimte en ρ een parameter, die de afstand welke moet worden afgelegd in de zoekrichting r definieert.

In niet-lineaire optimaliseringsalgoritmen gebaseerd op vergelijking (5.7) kunnen drie fundamentele delen (Fig. 5.1) onderscheiden worden. Het eerste omvat de bepaling van een zoekrichting r die de doelfunctie zal kunnen verbeteren. Elke zoekrichting die een verbetering van de doelfunctie als gevolg zal hebben, wordt als bruikbare richting beschouwd. Het tweede deel is de determinatie van de parametrische stap ρ . Het derde deel evalueert de definitieve konvergentie. Deze wordt bekomen wanneer het nieuwe punt x^{k+1} in nauwelijks of geen verbetering resulteert ten opzichte van het oude punt x^k , of indien het maximaal aantal iteraties (afgedwongen konvergentie) wordt bereikt. De grootte van de stap ρ wordt zodanig gekozen dat een optimale waarde van de doelfunctie in de zoekrichting wordt verkregen. De zoekrichting wordt meestal bepaald aan de hand van informatie betreffende de doelfunctie en de partiële afgeleiden berekend in het punt x^k alsook in de voorgaande iteratiepunten. Hierbij moet ook rekening worden gehouden met de aan x opgelegde systeemvoorwaarden, aangezien zij de manier waarop de voorwaardelijke zoekrichting wordt bepaald kunnen veranderen. Opdat een voorwaardelijke zoekrichting een verbeterde oplossing teweeg kan brengen zonder ook maar één systeemvoorwaarde te schenden, zal de richting zowel bruikbaar als aanvaardbaar moeten zijn. In de literatuur zijn verschil-

lende algoritmen voorhanden om de bruikbaar-aanvaardbare zoekrichting r en de stap ρ te bepalen, bijvoorbeeld in KUESTER & MIZE (1973), FOULDS (1981), BERTSEKAS (1982), LUENBERGER (1984), VANDERPLAATS (1984), CHAPRA & CANALE (1988) en PRESS et al. (1992).

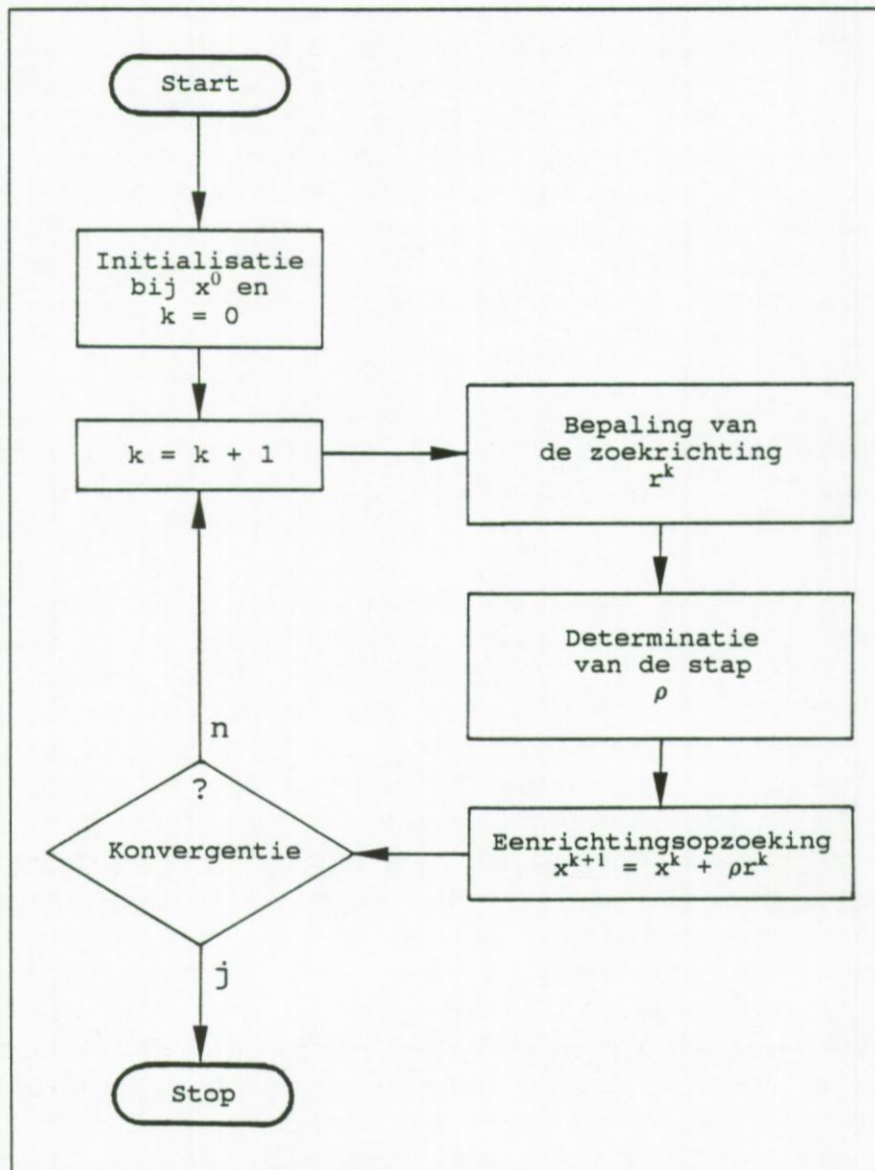


Fig. 5.1. Algemeen onvoorwaardelijk optimaliseringsalgoritme.

Er bestaan twee algemene methoden voor het opnemen van informatie over systeemvoorwaarden bij het vaststellen van de zoekrichtingen. De eerste methode is gebaseerd op een wijziging

van de doelfunctie, meteen gevolgd door onvoorwaardelijke optimalisatie. Met deze methode wordt getracht een nieuwe functie te definiëren welke een onvoorwaardelijk optimum bezit in hetzelfde punt als het optimum van het gegeven voorwaardelijk probleem. Optimalisatie van deze nieuwe functie zal aanleiding geven tot de gewenste verandering in de zoekrichting. De tweede methode omvat een directe wijziging van de zoekrichting zonder aan de functie zelf iets te veranderen. Bij deze methode poogt men de voorwaardelijke grenzen te volgen of soms juist te weren, zodanig dat men blijft zoeken in het aanvaardbaar gebied.

De in deze studie aangewende optimaliseringstechniek, de aangevulde Lagrange-multiplicatormethode, kan worden ingedeeld bij de eerste methode. De aanpak van deze techniek is gericht op het transformeren van een gegeven voorwaardelijk optimalisatieprobleem in een sequentie van onvoorwaardelijke optimalisatieproblemen. De transformatie wordt bekomen door het aanvullen van de originele doelfunctie met gewichtstermen (w), die in de nieuwe doelfunctie compenseren voor de systeemvoorwaarden. Het algemene principe is dus de voorwaardelijke doelfunctie te optimaliseren als een onvoorwaardelijke functie en daarbij tegelijkertijd een bepaalde straf in de vorm van gewichtstermen op te leggen, om aldus een schending van de systeemvoorwaarden te beperken. In de initiële optimalisatiestadia wordt slechts een gematigde straf voorzien, die wordt vergroot naarmate de optimalisatie vordert. Het variëren van de straf gebeurt door geleidelijk aan het effect van de systeemvoorwaarden op de nieuwe doelfunctie te wijzigen aan de hand van enkele kritische parameter-waarden (w). Hierdoor wordt het mogelijk een sequentie van onvoorwaardelijke problemen te genereren die allemaal oplossingen bevatten die convergeren naar een oplossing van het origineel voorwaardelijk probleem. Bij het zoeken naar een optimaal voorwaardelijke oplossing zullen dus verscheidene onvoorwaardelijke optimalisatieproblemen moeten worden opgelost. Dergelijke methoden worden daarom aangeduid met de term sequentiële onvoorwaardelijke optimaliseringstechnieken (KUESTER & MIZE, 1973; FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984). Een typische sequentiële onvoorwaardelijke maximalisatiemethode voor het voorwaardelijk niet-lineair probleem, is die welke geassocieerd is met het zoeken naar een sequentie van probleemoplossingen x^m , zodat:

$$A(x^m, w^m) = \max_x A(x, w^m), \quad m = 1, 2, \dots \quad (5.8)$$

waarin $A(x, w^m)$ de nieuwe doelfunctie is, gevormd door het aanvullen van de originele functie $f(x)$ met gewichtstermen die afhankelijk zijn van de systeemvoorwaarden en w^m een kritische gewichtsfactor die de grootte van de straf bepaalt.

De functies van vergelijking (5.8) zijn zodanig samengesteld dat indien m nadert naar het oneindige ($m \rightarrow \infty$), een konvergerende sequentie ontstaat van voorwaardelijke oplossingen $\{x^m\}$, welke naderen naar een voorwaardelijk maximaal punt x^* van het niet-lineair probleem. Aldus wordt op deze wijze de invloed van de systeemvoorwaarden op de aangevulde functie $A(x, w^m)$ verwijderd, waardoor deze functie kan convergeren naar hetzelfde optimaal punt als van het voorwaardelijk niet-lineair probleem. De parameter w^m wordt steeds constant gehouden voor één volledige onvoorwaardelijke optimalisatie. De pseudo-doelfunctie $A(x, w^m)$ is van de volgende vorm:

$$A(x, w^m) = f(x) + w^m \cdot P(x) \quad (5.9)$$

waarbij $f(x)$ de originele doelfunctie is en $P(x)$ de opgelegde straffunctie die de gewichtstermen bevat.

Voor het toepassen van strafmethoden in de sequentiële onvoorwaardelijke optimaliseringstechnieken bestaan tal van benaderingswijzen (b.v. de externe en de interne straffunctiemethode), doch slechts de in deze studie gebruikte techniek, de externe straffunctie-methode, zal hieronder nader worden toegelicht. De externe straffunctie-methode straft de doelfunctie enkel wanneer de systeemvoorwaarden worden geschonden. De ingewikkeldere interne straffunctie-methode straft de doelfunctie naarmate zij de systeemvoorwaarden nadert, doch een schending van de systeemvoorwaarden wordt nooit toegestaan. Dit impliceert dat bij deze methode het startpunt altijd in het aanvaardbaar gebied gelegen moet zijn. Bovendien is deze interne methode niet toepasbaar op systemen met gelijkheidsvoorwaarden, vandaar dat in onderhavige studie de voorkeur werd gegeven aan de externe methode. De externe straffunctie-methode wordt in het optimalisatieproces geïncorporeerd via de straffunctie (VANDERPLAATS, 1984):

$$P(x) = \sum_{j=1}^{m_2} \{\max [0, b_j - q_j(x)]\}^2 + \sum_{i=1}^{m_1} [a_i - p_i(x)]^2 \quad (5.10)$$

Uit vergelijking (5.10) kan worden afgeleid dat er geen straf zal worden opgelegd indien aan alle systeemvoorwaarden is voldaan (namelijk als alle $q_j(x) \leq b_j$ en alle $p_i(x) = a_i$), maar van zodra één of meerdere systeemvoorwaarden worden geschonden, het kwadraat van die systeemvoorwaarde wordt opgenomen in de straffunctie.

In het begin van het optimaliseringsproces, bij kleine waarden van de multiplicator w^m (vergelijkingen (5.8) en (5.9)), laat de functie $A(x, w^m)$ zich gemakkelijk optimaliseren, maar het optimum valt meestal ver buiten het aanvaardbaar gebied. Terwijl w^m wordt vergroot wordt de functie steeds meer niet-lineair, hetgeen de optimalisatie bemoeilijkt en de kans op overschrijding van de numerieke capaciteit van de computer doet toenemen. Men begint daarom meestal eerst met een kleine w^m om $A(x, w^m)$ te optimaliseren, vervolgens vergroot men w^m met een factor γ en optimaliseert opnieuw $A(x, w^m)$ uitgaande van de vorige oplossing. Dit gaat zo verder totdat er een bevredigend resultaat is verkregen. Door gebruik te maken van de optimale oplossing van het voorgaande probleem heeft men, als w^m wordt vergroot, een goede initiële schatting voor de oplossing van het nieuw onvoorwaardelijk optimalisatieprobleem. Een andere belangrijke waarneming wanneer w^m wordt vergroot is, dat de oplossing nadert naar het echte voorwaardelijk optimum van het niet-aanvaardbaar gebied, welke enkel aanvaardbaar wordt als de limiet $m \rightarrow \infty$ (vergelijking (5.8)). Dit kan worden aanzien als een nadeel van de externe methode, omdat de oplossing niet bruikbaar is als de optimalisatie te vroeg wordt gestopt.

In het verder verloop van dit hoofdstuk zal een meer veralgemeende vorm van vergelijking (5.9) worden voorgesteld, waarin w^m , $f(x)$ en $A(x, w^m)$ zullen worden vervangen door respectievelijk de vektor van gewichtsfactoren en Lagrange-multiplicatoren, de Lagrangiaanse en de aangevulde Lagrangiaanse functie (paragraaf 5.2). In de literatuur betreffende optimaliseringstechnieken (BERTSEKAS, 1982; VANDERPLAATS, 1984) is namelijk bewezen dat de slechte numerieke konditionering (wanneer w^m wordt vergroot) die vaak wordt teruggevonden in de sequentiële onvoorwaardelijke technieken, gereduceerd kan worden door het inkorporeren van de Lagrange-multiplicatoren in de optimalisatiemethode. Naargelang van de auteur wordt deze methode de multiplicatormethode, de methode van aangevulde Lagrange-multiplicatoren of de dualiteitsmethode genoemd (FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984). De aangevulde Lagrange-multiplicatormethode is relatief ongevoelig voor de

waarden van de gewichtsfactoren, waardoor het niet meer noodzakelijk is deze factoren te vergroten tot oneindig. Bovendien kan het startpunt bij deze methode zowel aanvaardbaar als niet-aanvaardbaar zijn.

Zoals reeds vermeld vormde het onderzoek van KUHN & TUCKER (1951) een mijlpaal in de geschiedenis van de ontwikkeling van niet-lineaire programmerings- en multiplicator-metoden. Hun resultaten op het gebied van de noodzakelijke en de voldoende kondities voor het bekomen van een voorwaardelijk optimum waren karakteriserend voor de oplossing van het niet-lineair probleem en toonden een equivalentie tussen dit probleem en het probleem van het optimaal punt van de overeenstemmende Lagrangiaanse functie. In deze functie zitten zowel de doelfunctie, de systeemvoorwaarden als de multiplicatoren α en β vervat. De Lagrangiaanse functie $L(x, \alpha, \beta)$ voor het niet-lineair probleem, geformuleerd door betrekkingen (5.2), (5.3) en (5.4), komt overeen met:

$$L(x, \alpha, \beta) = f(x) + \sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i (a_i - p_i(x)) + \sum_{j=1}^{m_2} \beta_j (b_j - q_j(x)) \quad (5.11)$$

waarin α_i en β_j reële variabelen zijn, die Lagrange-multiplicatoren worden genoemd. De β_j 's worden ook wel de veralgemeende Lagrange-multiplicatoren genoemd.

5.1.3. KARAKTERISATIE VAN EEN OPTIMALE OPLOSSING

Bij de toepassing van optimaliseringstechnieken in de praktijk is men meestal voornamelijk geïnteresseerd in de globale oplossingen van een welbepaald mathematisch probleem. Het is echter zelden mogelijk om vooraf met zekerheid te stellen dat een globaal optimum zal worden gevonden welke aan alle systeemvoorwaarden voldoet (FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984; PARDALOS & ROSEN, 1987). De redenen hiervoor kunnen zijn dat er meerdere oplossingen voor het optimalisatieprobleem bestaan of dat bij de formulering van het probleem dusdanig slechte voorwaarden zijn vooropgesteld dat de konvergentie van het optimaliseringsalgoritme uitermate traag verloopt. Praktisch gezien is de beste aanpak het optimalisatieproces te beginnen vanuit verschillende initiële vektoren. Als dan de optimalisatie resulteert in exact hetzelfde eindresultaat, kan er met vrij grote zekerheid worden aangenomen dat dit inderdaad het werkelijke optimum is. Voor

de meeste niet-lineaire problemen echter, convergeren de optimaliseringsalgoritmen niet naar één zelfde waarde, maar vindt men eerder vele lokale of relatieve optima die elk afhankelijk zijn van de verschillende initiële zoekvoorwaarden. In zo een geval worden de globale optima verkregen door onderlinge vergelijking van de verschillende lokale optima (paragraaf 5.1.1).

Het is over het algemeen wel mogelijk het proces mathematisch zodanig te controleren dat men telkens tenminste één lokaal optimum zal verkrijgen. Er kunnen namelijk op voorhand kondities worden vastgesteld die noodzakelijk en voldoende zijn voor het verkrijgen van dit optimum.

5.1.3.1. DE ONVOORWAARDELIJKE PROBLEMEN

Voor een onvoorwaardelijk optimalisatieprobleem dat niet onderworpen is aan systeemvoorwaarden geldt, dat er slechts sprake kan zijn van een optimum x^* (minimum of maximum) indien de gradiënt of de eerste-orde-afgeleide van de doelfunctie ($\nabla f(x^*)$) verdwijnt (HAIMES, 1977; FOULDS, 1981; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984; VANDERPLAATS, 1989), met andere woorden indien:

$$\nabla f(x^*) = 0 \quad (5.12)$$

Voor n variabelen zijn de partiële eerste-orde-afgeleiden van de doelfunctie $f(x)$ als volgt:

$$\nabla f(x^*) = \left\{ \begin{array}{c} \partial f(x^*) / \partial x_1 \\ \partial f(x^*) / \partial x_2 \\ : \\ \partial f(x^*) / \partial x_n \end{array} \right\} \quad (5.13)$$

Vergelijking (5.12) is een noodzakelijke voorwaarde voor een functie $f(x)$ om een onvoorwaardelijk lokaal optimum te hebben in het punt x , of anders gezegd, deze vergelijking is een noodzakelijke konditie voor een onvoorwaardelijk lokaal optimum. Deze konditie is echter slechts noodzakelijk en dus niet voldoende om een optimum te verzekeren. Dit kan worden aangetoond aan de hand van figuur 5.2, welke een functie met één variabele voorstelt. Het is duidelijk dat de gradiënt van $f(x)$ in drie punten op de figuur verdwijnt, namelijk in A, B en C.

Punt A stelt hierbij het minimum voor, punt C het maximum en punt B is noch minimum noch maximum.

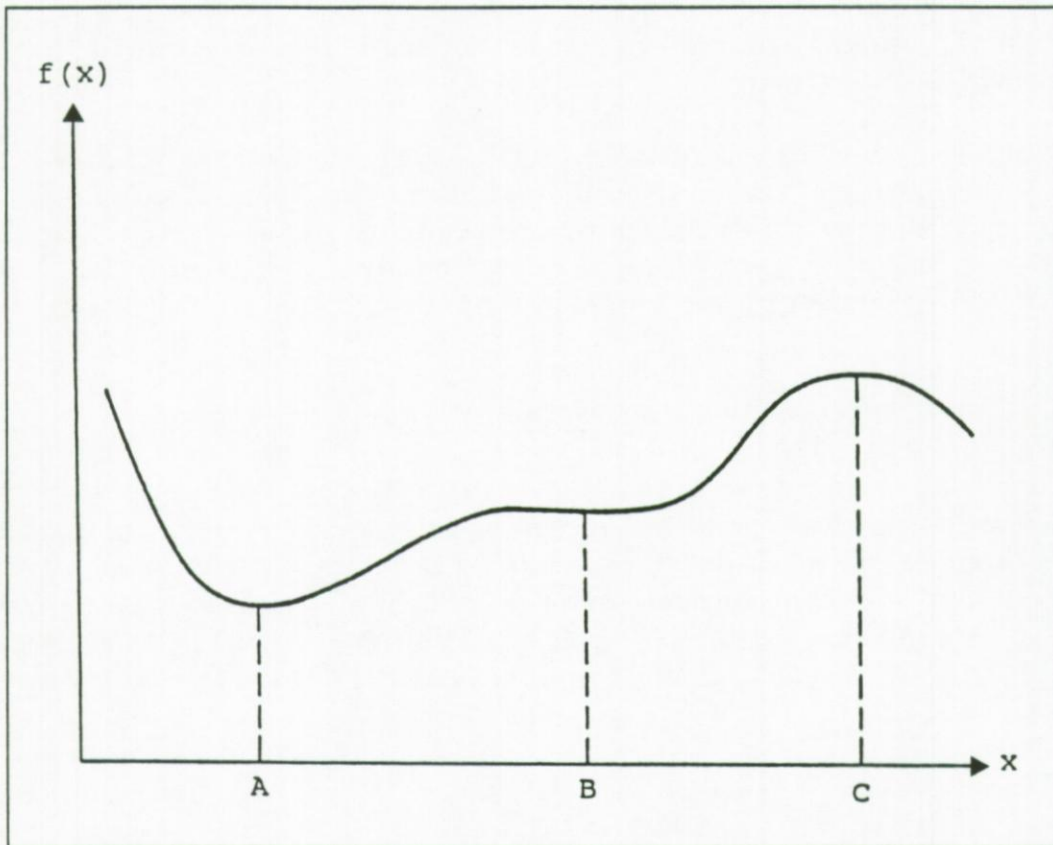


Fig. 5.2. Lokale optima van een onvoorwaardelijke functie $f(x)$.

Voor een functie met één variabele zal een minimum enkel optreden indien de tweede-orde-afgeleide van die functie voor die variabele een positieve waarde heeft, hetgeen het geval is in punt A (Fig 5.2). In het algemeen n -dimensionaal geval wordt dit geïnterpreteerd als de vereiste dat de $n \times n$ Hessiaanse matrix H uitgesproken positief moet zijn, daar deze matrix de symmetrische matrix is van de partiële tweede-orde-afgeleiden van de doelfunctie ($\nabla^2 f(x^*)$) voor alle n variabelen. Er geldt dus:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Met uitgesproken positief wordt bedoeld dat de matrix enkel positieve eigenwaarden mag bevatten (HAIMES, 1977; FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984).

Algemeen kan worden gesteld dat indien de gradiënt gelijk is aan nul en de Hessiaanse matrix is positief, de doelfunctie op zijn minst een lokaal minimum zal bevatten, maar dat met geen enkele zekerheid kan worden gezegd of dat minimum ook een globaal minimum is. Een onvoorwaardelijke doelfunctie zal slechts een globaal minimum bevatten als de Hessiaanse matrix uitgesproken positief is voor alle mogelijke waarden van de reële variabelen. In de praktijk kan dit echter zelden worden bewezen. Men geeft daarom over het algemeen de voorkeur aan een werkwijze waarbij het optimaliseringsproces wordt gestart vanuit verschillende initiële punten, om aldus na te gaan of er een consistent optimum wordt verkregen. Indien dit het geval is kan met vrij grote zekerheid worden aangenomen dat deze oplossing het werkelijke minimum van de functie is.

Omgekeerd geldt, dat een globaal maximum enkel zal optreden indien de Hessiaanse matrix uitgesproken negatief is voor alle variabelen van de doelfunctie. De voorwaarde dat de Hessiaanse matrix positief of negatief moet zijn, wordt ook wel voorgesteld als een voldoende konditie voor een onvoorwaardelijk lokaal minimum respektievelijk maximum.

5.1.3.2. DE VOORWAARDELIJKE PROBLEMEN

Beschouwt men een voorwaardelijk optimalisatieprobleem waarbij in het optimum tenminste één systeemvoorwaarde actief is, dan is het niet langer noodzakelijk dat de gradiënt van de

doelfunctie $f(x)$ nabij het optimum gelijk wordt aan nul (LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984). Een systeemvoorwaarde wordt als actief beschouwd wanneer zijn waarde ongeveer gelijk is aan nul (b.v. $b_j - q_j(x) \cong 0$) en als inactief wanneer het groter is dan nul (b.v. $b_j - q_j(x) > 0$).

De noodzakelijke kondities voor een voorwaardelijk optimum zullen hier gedefinieerd worden aan de hand van de bevindingen van KUHN & TUCKER (1951). De Kuhn-Tucker noodzakelijke kondities vormen een groep van drie kondities die vereist zijn om een voorwaardelijk optimum te verwezenlijken. Deze kondities geven aan dat indien x^* de optimale oplossing van het niet-lineair probleem voorstelt, er in dat punt aan de volgende drie voorwaarden moet worden voldaan:

$$1. \ x^* \text{ is een aanvaardbaar punt} \quad (5.15)$$

$$2. \ \beta_j(b_j - q_j(x^*)) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_2 \quad \wedge \quad \beta_j \geq 0 \quad (5.16)$$

$$3. \ \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i \nabla(a_i - p_i(x^*)) + \sum_{j=1}^{m_2} \beta_j \nabla(b_j - q_j(x^*)) = 0 \quad (5.17)$$

met $\beta_j \geq 0$ en α_i onbeperkt in teken.

Vergelijking (5.15) is een uitdrukking van de vereiste dat de optimale oplossing aan alle systeemvoorwaarden moet voldoen. Vergelijking (5.16) geeft uiting aan de vereiste die stelt dat indien niet exact aan de ongelijkheidsvoorwaarde $q_j(x) \leq b_j$ is voldaan, met andere woorden indien $b_j - q_j(x) > 0$, de overeenkomstige Lagrange-multiplicator gelijk moet zijn aan nul. Vergelijking (5.17) geeft aan dat de Lagrange-multiplicatoren kunnen worden afgeleid uit de gradiënten van de doelfunctie en uit die van de actieve systeemvoorwaarden. Vergelijking (5.17) vereist namelijk dat indien de gradiënt van elke actieve systeemvoorwaarde ($\nabla(a_i - p_i(x))$ en $\nabla(b_j - q_j(x))$) vermenigvuldigd wordt met zijn overeenstemmende Lagrange-multiplicator (respektievelijk α_i en β_j), de vektoriële som van het resultaat gelijk moet zijn aan de negatieve gradiënt van de doelfunctie. α_i is een multiplicatorvektor van dimensie m_1 voor de gelijkheidsvoorwaarde en β_j een multiplicatorvektor van dimensie m_2 voor de ongelijkheidsvoorwaarde. Uit vergelijking (5.17) kan tevens worden opgemaakt dat de multiplicatoren die geassocieerd zijn met een gegeven gelijkheidsvoorwaarde onbeperkt zijn in teken bij het voorwaardelijk optimum. De waarde van $\beta_j \neq 0$ zal bij dit optimum vanzelfsprekend de verzameling van de actieve systeemvoorwaarden identificeren.

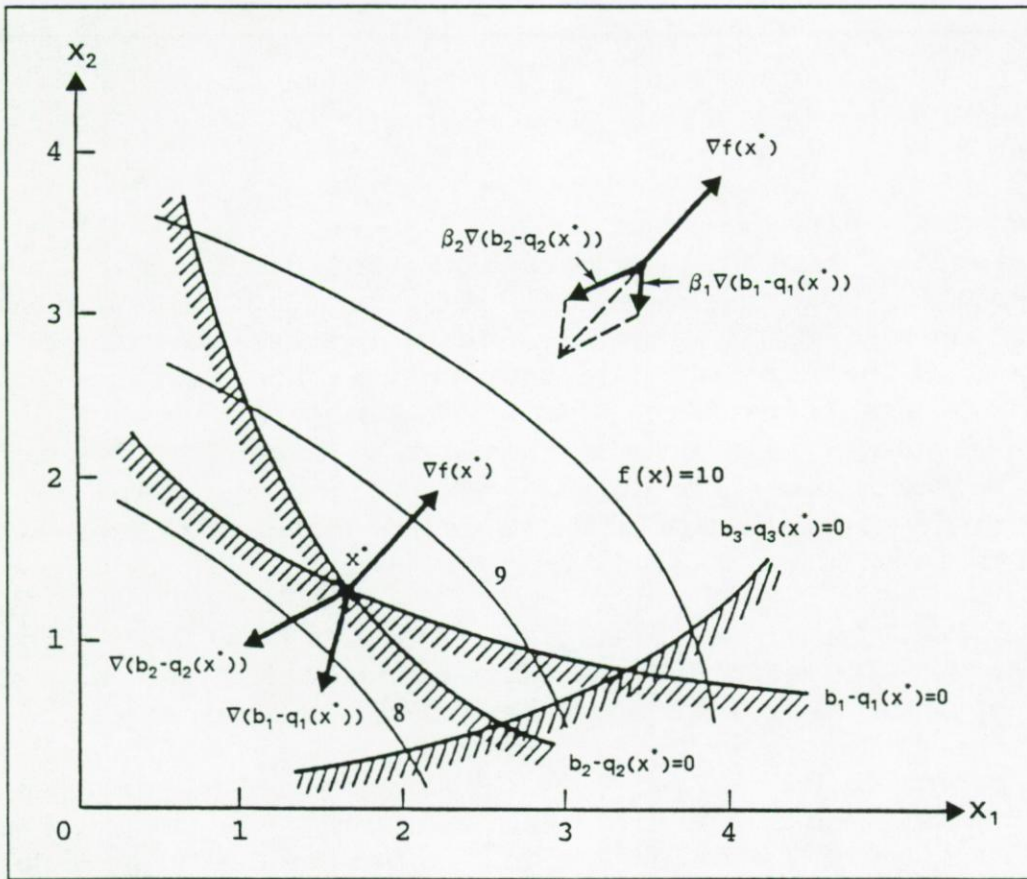


Fig. 5.3. Geometrische interpretatie van de Kuhn-Tucker kondities.

De geometrische betekenis van de Kuhn-Tucker kondities wordt aangetoond in figuur 5.3. Deze stelt een minimaliseringprobleem voor met twee variabelen $(x_1; x_2)$, die onderworpen zijn aan drie ongelijkheidsvoorwaarden. De grenzen van deze systeemvoorwaarden $(b_j - q_j(x) = 0)$ zijn in de figuur aangegeven door middel van gearceerde lijnen. Elk punt dat binnen de kromming van deze lijnen gelegen is behoort tot het aanvaardbaar gebied, elk punt dat de begrenzingen van de systeemvoorwaarden overschrijdt zal deel uitmaken van het niet-aanvaardbaar gebied. De niet-gearceerde lijnen tonen het verloop van de doelfunctie aan en dit bij drie verschillende waarden. Uit de figuur kan worden afgeleid dat in het optimaal punt x^* slechts twee van de drie systeemvoorwaarden actief zijn. Volgens vergelijking (5.17) moet, indien men de gradiënt van elke actieve systeemvoorwaarde $(q_1(x^*) \leq b_1$ en $q_2(x^*) \leq b_2)$ met zijn overeenkomstige Lagrange-multiplicator $(\beta_1$ en $\beta_2)$ vermenigvuldigt, de vektoriële som van het resultaat gelijk zijn aan de negatieve gradiënt van de doelfunctie. Uit figuur 5.3 kan in x^* de volgende combinatie van gradiënten, nodig voor het vervullen van derde Kuhn-Tucker konditie, worden afgeleid:

$$\nabla f(x^*) + \beta_1 \nabla(b_1 - q_1(x^*)) + \beta_2 \nabla(b_2 - q_2(x^*)) = 0 \quad (5.18)$$

met $\beta_1 \geq 0 \quad \wedge \quad \beta_2 \geq 0$

Aangezien in dit punt $b_1 - q_1(x^*) = 0$ en $b_2 - q_2(x^*) = 0$, is met betrekking tot deze systeemvoorwaarden ook reeds aan de tweede noodzakelijke konditie voldaan. Voor ongelijkheidsvoorwaarde $q_3(x^*) \leq b_3$ geldt dat, aangezien deze systeemvoorwaarde niet actief is in het optimum, de overeenstemmende Lagrange-multiplikator β_3 krachtens vergelijking (5.16) gelijk moet zijn aan nul. In figuur 5.3 is ook te zien dat x^* tot het aanvaardbaar gebied behoort, waardoor dus kan worden geconcludeerd dat met bovenstaande gegevens aan elk van de noodzakelijke Kuhn-Tucker kondities is voldaan.

Alhoewel relaties (5.15), (5.16) en (5.17) de noodzakelijke kondities definiëren opdat een oplossing een voorwaardelijk optimum kan zijn, zijn ze zeker niet voldoende om een optimum te garanderen. Overeenkomstig als bij het onvoorwaardelijk probleem (paragraaf 5.1.3.1) kan worden aangenomen dat een voldoende konditie voor een oplossing om een voorwaardelijk minimum of maximum te zijn is, dat de Hessiaanse matrix van de doelfunctie en de systeemvoorwaarden positief respectievelijk negatief moeten zijn. Net zoals bij de onvoorwaardelijke problemen is deze matrix enkel theoretisch te bepalen en kan in de praktijk slechts worden geschat.

Praktisch gezien zal een functie $f(x)$ een voorwaardelijk lokaal maximum bezitten in x^* (niet-lineair probleem met vergelijkingen (5.2), (5.3), (5.4) en (5.5)), indien er een zelfgekozen reëel getal $\varepsilon > 0$ bestaat zodanig dat (FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982):

$$f(x^*) \geq f(x^* + \Delta x) \quad (5.19)$$

voor alle Δx in de verzameling

$$\{\Delta x \mid 0 < \|\Delta x\| < \varepsilon; p_i(x^* + \Delta x) = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_1; \text{ en } q_j(x^* + \Delta x) \leq b_j, \quad j = 1, 2, \dots, m_2\}.$$

Er wordt aldus aangenomen dat het optimaal punt x^* voldoet aan alle systeemvoorwaarden en dat Δx een verandering tussen x en x^* aanduidt die voldoende klein is om het optimum te kunnen aantonen. Anders gezegd:

$$\Delta x = x - x^* \quad (5.20)$$

De grootte $\|\Delta x\|$ komt overeen met de norm van de vektor Δx , die wordt gedefinieerd als (FOULDS, 1981; DAVIS, 1986; BERTSEKAS, 1982):

$$\|\Delta x\| = \sqrt{(\Delta x^T \Delta x)} \quad (5.21)$$

Het symbool T (vergelijking (5.21)) wordt gebruikt om de transponering van een vektor of matrix aan te duiden. Indien bijvoorbeeld C een $m \times n$ matrix is, dan is C^T het getransponeerde van C met een dimensie $n \times m$ en is de $(i,j)^{de}$ ingang van C^T gelijk aan C_{ji} . Voor een voorwaardelijk lokaal minimum zal het tegen-gestelde gelden van vergelijking (5.19): $f(x^*) \leq f(x^* + \Delta x)$.

Merk op dat indien geen systeemvoorwaarden zijn opgelegd aan het optimaliseringsprobleem, vergelijking (5.17) gereduceerd kan worden tot de vereiste dat de gradiënt van de doel-functie in het optimum gelijk moet zijn aan nul (vergelijking (5.12)). Vergelijking (5.17) is in feite niets anders dan de gradiënt van de Lagrangiaanse functie $L(x, \alpha, \beta)$ (vergelijking (5.11)) en kan dus ook worden geschreven als:

$$\nabla L(x^*, \alpha^*, \beta^*) = 0 \quad (5.22)$$

De noodzakelijke kondities (KUHN & TUCKER, 1951) die van toepassing zijn op het voorwaardelijk niet-lineair optimalise-ringsprobleem (paragraaf 5.1.1) zijn geassocieerd met de onvoorwaardelijke Lagrangiaanse functie. In paragraaf 5.1.3.1 is reeds de voldoende konditie voor het onvoorwaardelijk probleem gedefinieerd. Op overeenkomstige wijze als bij het onvoorwaardelijk probleem kan worden verondersteld dat voor de doelfunctie en de actieve systeemvoorwaarden van het niet-lineair probleem de gradiënten $\nabla^2 L(x^*, \alpha^*, \beta^*)$ negatief moeten zijn opdat x^* een voorwaardelijk maximum zou kunnen zijn. Omgekeerd kan men voor $\nabla^2 L(x^*, \alpha^*, \beta^*)$ positieve waarde verwach-ten, wil x^* een voorwaardelijk minimum kunnen zijn.

Als besluit kan worden gesteld dat vooraleer het voor-waardelijk optimalisatieprobleem kan worden opgelost, dit eerst moet worden getransformeerd naar een onvoorwaardelijk probleem. Dit kan onder meer door vorming van een Lagrangiaan-se functie. Deze voegt namelijk de oorspronkelijke doelfunctie en de systeemvoorwaarden samen tot een nieuwe doelfunctie, die matematicisch voldoet aan een onvoorwaardelijk probleem. Het oplossen van deze nieuwe doelfunctie is voldoende om een optimum te verkrijgen voor het oorspronkelijk niet-lineair

probleem (FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984).

5.2. AANGEVULDE LAGRANGE-MULTIPLICATORMETODE

In paragraaf 5.1.2 is een benaderingswijze voorgesteld voor het oplossen van voorwaardelijke optimalisatieproblemen met behulp van de externe straffunctie-metode. Alhoewel deze methode geacht wordt efficiënt te zijn, kan het optimalisatieproces in belangrijke mate worden verbeterd door het toevoegen van de Lagrange-multiplicatoren in het algoritme (BERTSEKAS, 1982; VANDERPLAATS, 1984). In deze paragraaf zal vooral aandacht worden besteed aan een manier waarop de kondities voor een optimum (paragraaf 5.1.3) kunnen worden opgenomen in het optimaliseringsalgoritme teneinde zijn efficiëntie en betrouwbaarheid te doen verbeteren. De voornaamste drijfveer hiertoe is om zoveel mogelijk de afhankelijkheid van het algoritme voor de keuze van de strafgewichtsfactoren en de wijze waarop ze worden aangepast gedurende het optimalisatieproces te reduceren. De techniek die hieronder verder zal worden behandeld wordt vaak aangeduid als de aangevulde Lagrange-multiplicatormetode (FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984).

5.2.1. AANGEVULDE LAGRANGIAANSE FUNCTIE

In paragraaf 5.1.3.2 is reeds de rol duidelijk gemaakt die de Lagrangiaanse functie (vergelijking (5.11)) en zijn multiplicatoren spelen bij de oplossing van een welbepaald voorwaardelijk niet-lineair probleem. In deze paragraaf zal, met behulp van het algemeen voorwaardelijk niet-lineair optimalisatieprobleem van paragraaf 5.1.1 (betrekkingen (5.2), (5.3), (5.4) en (5.5)), de aangevulde Lagrangiaanse functie $L_a(x, \alpha, \beta, w)$ worden ontwikkeld door toevoeging van straftermen aan de Lagrangiaanse functie en wel volgens de externe straffunctie-metode (vergelijkingen (5.9) en (5.10)):

$$\begin{aligned}
 L_a(x, \alpha, \beta, w) = L(x, \alpha, \beta) & - \sum_{i=1}^{m_1} [w_1 \Sigma (a_i - p_i(x))^2] - \sum_{j=1}^{m_2} [w_2 \Sigma (b_j - q_j(x))^2] \\
 & - \sum_{j=1}^{m_2} [w_3 \Sigma (b_j - q_j(x))^2] \quad (5.23)
 \end{aligned}$$

waarbij $L(x, \alpha, \beta)$ dezelfde Lagrangiaanse functie is van vergelijking (5.11), $w = \{w_1, w_2, w_3\}$ een verzameling van drie strafgewichtsfactoren met elke $w > 0$, α een multiplicatorvektor van dimensie m_1 van de gelijkheidsvoorwaarde en β een multiplicatorvektor van dimensie m_2 van de ongelijkheidsvoorwaarde.

De derde term van het rechterlid van betrekking (5.23), welke geassocieerd wordt met de gewichtsfactor w_2 , definieert de actieve ongelijkheidsvoorwaarden. Volgens vergelijking (5.17) kan worden gesteld dat $\beta_j > 0$. De inactieve ongelijkheidsvoorwaarden die in verband staan met gewichtsfactor w_3 worden door de vierde term voorgesteld indien $\beta_j = 0$; deze veronderstelling is gebaseerd op vergelijking (5.16). De eerste-orde-afgeleide van de aangevulde Lagrangiaanse functie kan worden gegeven door:

$$\begin{aligned} \nabla L_a(x, \alpha, \beta, w) = & \nabla f(x) - \sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i^+ \nabla p_i(x) - \sum_{j=1}^{m_2} \beta_j^+ \nabla q_j(x) \\ & + \sum_{j=1}^{m_2} 2w_3(b_j - q_j(x)) \nabla q_j(x) \end{aligned} \quad (5.24)$$

waarin

$$\alpha_i^+ = \alpha_i - 2w_1(a_i - p_i(x)) \quad (5.25)$$

en

$$\beta_j^+ = \beta_j - 2w_2(b_j - q_j(x)) \quad (5.26)$$

5.2.2. OVERZICHT VAN HET AANGEVULDE LAGRANGE-MULTIPLICATOR-ALGORITME

De onvoorwaardelijke aangevulde Lagrangiaanse functie $L_a(x, \alpha, \beta, w)$ (betrekking (5.23)) is in feite niets anders dan de Lagrangiaan van vergelijking (5.11) aangevuld met straftermen. Het is deze functie die volgens het voorwaardelijk niet-lineair optimalisatieprobleem (paragraaf 5.1.1) gemaximaliseerd zal worden. Van de aangevulde Lagrangiaanse functie is men enkel geïnteresseerd in de optimale oplossing $L_a(x, \alpha^*, \beta^*, w)$. Bij gebruik van deze functie voor de oplossing van het niet-lineair probleem zijn de optimale multiplicatoren α^* en β^* echter zelden op voorhand beschikbaar, zodat de aangevulde functie op één of andere systematische manier bewerkt zal moeten worden om consistente waarden van enerzijds (α^*, β^*) en anderzijds x^* te

vinden, die kunnen voldoen aan de kondities van een optimum (paragraaf 5.1.3). In deze paragraaf zullen de voornaamste eigenschappen van de gevolgde benaderingswijze eens op een rijtje worden gezet.

Omwille van de straftermen (w_1 , w_2 en w_3) die in de aangevulde Lagrangiaanse functie geïncorporeerd zijn, bestaan onvoorwaardelijke maxima van deze functie over het algemeen alleen voor eindige waarden van w , dus start men met een arbitraire maar kleine positieve waarde van w en met willekeurige vaste waarden van α en β (deze waarden worden gekozen zonder voorafgaandelijke informatie: α en β worden bij de start meestal gelijkgesteld aan nul of aan een ander geheel getal). Op deze wijze wordt één van de onvoorwaardelijke maxima van $L_a(x)$ voortgebracht.

Bij het vinden van het eerste onvoorwaardelijk maximaal punt x^1 , verkrijgt men het volgende:

$$\nabla L_a(x^1) \cong 0 \quad (5.27)$$

waarbij x^1 over het algemeen niet voldoet aan alle systeemvoorwaarden. Bovendien vereisen de kondities van een optimum eerder dat $\nabla L(x)=0$ dan dat $\nabla L_a(x)=0$ (paragraaf 5.1.3.2). Teneinde te kunnen voldoen aan $\nabla L(x^1) \cong 0$, zullen in de volgende fase van het algoritme de multiplicatoren α en β opnieuw moeten worden vastgesteld, zodanig dat de nieuwe $\nabla L(x^1)$ gelijk wordt aan de oude $\nabla L_a(x^1)$. Nadat de multiplicatoren zijn aangepast, worden ook de strafgewichtsfactoren w_1 , w_2 en w_3 met een bepaalde faktor vergroot. Van zodra zowel de multiplicatoren als de strafgewichten zijn aangepast wordt het proces herhaald en dit gaat zo door totdat convergentie is bereikt.

Het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme bestaat dus uit alternerende onvoorwaardelijke maximalisatie- en aanpassingsfazen. Gedurende de m^{de} maximalisatiefase worden de multiplicatoren en de strafgewichten op een vaste waarde gehouden en wordt er een eenrichtingsopzoeking (vergelijking (5.7)) verricht om die x^m te vinden die $L_a(x)$ maximaliseert zodanig dat x^m voldoet aan:

$$\nabla L_a(x^m) = 0 \quad (5.28)$$

Vanwege afrondingsfouten gemaakt tijdens de computerverwerking en omdat er bij het proces niet-lineaire functies betrokken

zijn (KÜNZI et al., 1968; GILL & MURRAY, 1972; CHAPRA & CANALE, 1988), voldoet x^m over het algemeen slechts bij benadering aan vergelijking (5.28). Bijgevolg moet de beëindiging van de onvoorwaardelijke maximalisatiefase worden gebaseerd op een vooraf vastgelegde voorwaarde. Deze is als volgt: neem aan dat ε een klein getal is en vervang vergelijking (5.28) door:

$$\nabla L_a(x^m)^T \nabla L_a(x^m) < \varepsilon \quad (5.29)$$

Bij de voltooiing van de m^{de} maximalisatiefase, worden de multiplicatoren aangepast in een poging om te voldoen aan $\nabla L(x^m) = 0$. Met andere woorden, de multiplicatoren worden aangepast om het volgende te verkrijgen:

$$\begin{array}{ccc} \nabla L(x^m) & = & \nabla L_a(x^m) \cong 0 \\ \text{(nieuw)} & & \text{(oud)} \end{array} \quad (5.30)$$

De regels voor multiplicatoraanpassing, die voldoen aan betrekking (5.30) kunnen worden afgeleid door vergelijking van $\nabla L(x, \alpha, \beta)$ (betrekking (5.17)) met $\nabla L_a(x, \alpha, \beta, w)$ (betrekking (5.24)):

- voor gelijkheidsvoorwaarden:

$$\alpha_i^+ = \alpha_i - 2w_1(a_i - p_i(x^m)), \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \quad (5.31)$$

- voor ongelijkheidsvoorwaarden:

indien $\beta_j > 0$,

$$\beta_j^+ = \begin{cases} 0, & \text{als } \beta_j - 2w_2(b_j - q_j(x^m)) \leq 0 \\ \beta_j - 2w_2(b_j - q_j(x^m)), & \text{als omgekeerde geldt} \end{cases} \quad (5.32)$$

en indien $\beta_j = 0$,

$$\beta_j^+ = \begin{cases} 0, & \text{als } b_j - q_j(x^m) \geq 0 \\ -2w_3(b_j - q_j(x^m)), & \text{als omgekeerde geldt.} \end{cases} \quad (5.33)$$

Hierbij stellen α_i^+ en β_j^+ de nieuwe waarden voor van respectievelijk α_i en β_j . De waarden w_1 , w_2 en w_3 gebruikt in vergelijkingen (5.31), (5.32) en (5.33), zijn die waarden die werden gebruikt tijdens de voorgaande maximalisatiefase. Nadat de nieuwe α_i 's en β_j 's gegenereerd zijn, worden ze op een vaste waarde gehouden voor de volgende maximalisatiefase.

De strafgewichtsfactoren (w_i 's) kunnen initieel worden toegekend en constant worden gehouden gedurende de uitvoering van het algoritme. Maar aangezien de termen waarmee de Lagrangiaanse functie wordt aangevuld om de aangevulde Lagrangi-

aan te vormen straftermen zijn, is het logischer om, althans in zekere mate, de procedure gebruikt bij de externe straf-functie-methode (paragraaf 5.1.2) te evenaren. Bijgevolg worden aan de w_i 's bepaalde relatief kleine positieve waarden toegekend, die worden aangepast met een faktor $\gamma \geq 1$ nadat de multiplicatoren zijn aangepast. Deze procedure gaat door totdat welbepaalde bovengrenzen $w_{i \max}$'s zijn bereikt. De regel die gebruikt wordt voor aanpassing van de strafgewichten is het volgende:

$$w_i^+ = \begin{cases} w_{i \max}, & \text{als } \gamma w_i \geq w_{i \max} \\ \gamma w_i, & \text{als } \gamma w_i < w_{i \max} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.34)$$

waarin w_i^+ de nieuwe waarde van w_i aanduidt.

Nabij x^m , wanneer de multiplicatoren en de gewichten reeds voor de volgende fase zijn aangepast, wordt de opsporing naar een maximum van $L_a(x)$ initieel geleid in de $\nabla L_a(x^m)$ -richting, waarbij geldt:

$$\left. \begin{aligned} \nabla L_a(x^m) &= \left[2w_1 \sum_{i=1}^{m_1} (a_i - p_i(x^m)) \nabla p_i(x^m) + 2w_2 \sum_{j=1}^{m_2} (b_j - q_j(x^m)) \nabla q_j(x^m) \right] \\ &(\alpha, \beta, w) = (\alpha^+, \beta^+, w^+) \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

De zoekrichting van vergelijking (5.35) is één die de neiging vertoont x te doen bewegen naar de grenzen van de actieve systeemvoorwaarden toe. Over het algemeen zal dan, aan het eind van de volgende maximalisatiefase, beter aan de corresponderende systeemvoorwaarden worden voldaan.

5.2.3. UITVOERING VAN HET AANGEVULDE LAGRANGE-MULTIPLICATOR-ALGORITME

In paragraaf 5.2.2 werden de hoofdkenmerken van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme behandeld, inclusief de algemene procedure voor het aanpassen van multiplicatoren na elke onvoorwaardelijke maximalisatiefase. De procedure is zodanig ingericht dat, terwijl de sequentie van probleemoplossingen $\{x^m\}$ convergeert naar een voorwaardelijk lokaal maximum x^* , de multiplicatoren convergeren naar hun optimale waarden α^* en β^* .

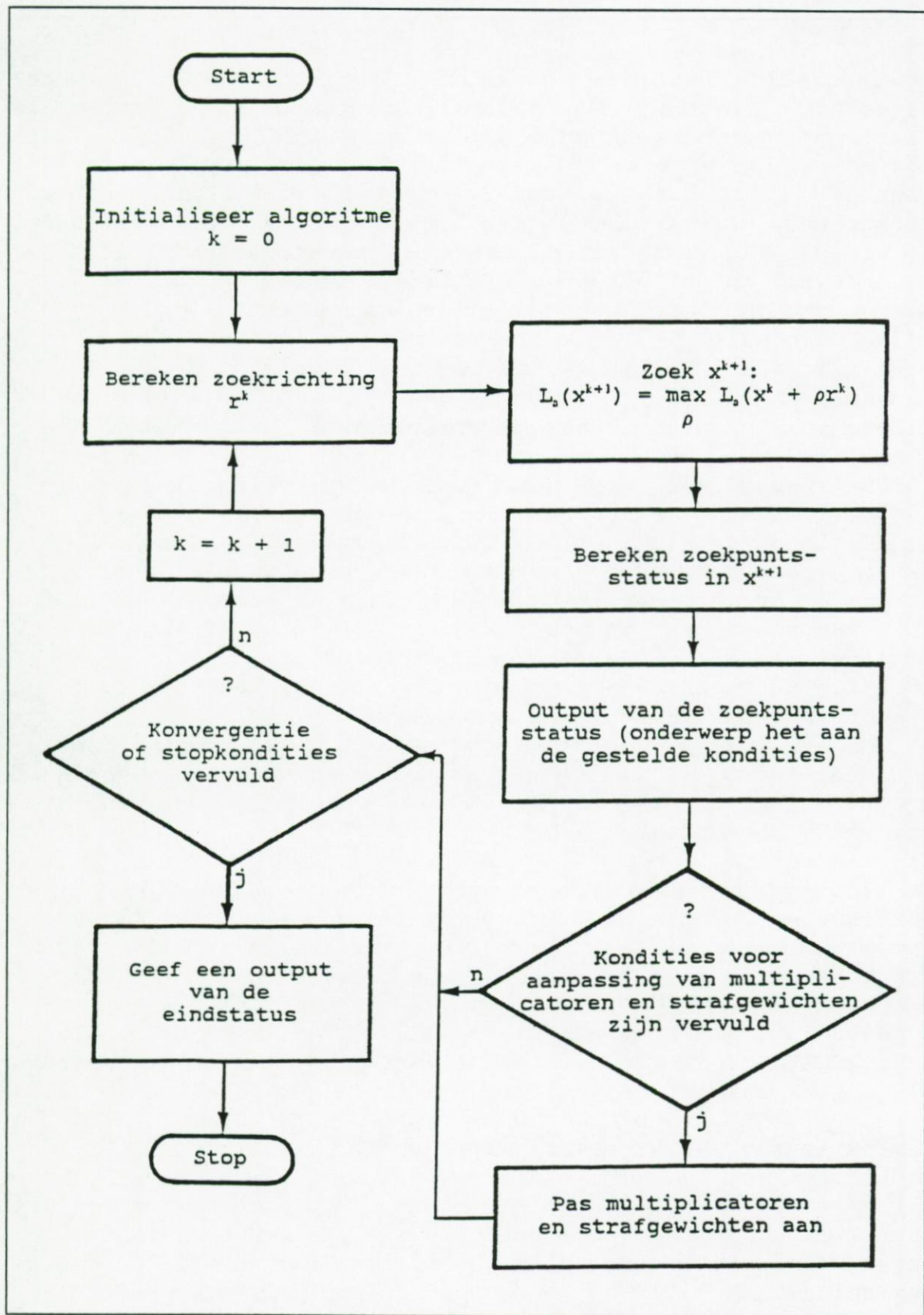


Fig. 5.4. Algemeen stroomschema van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme.

Het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme lost het voorwaardelijk niet-lineair optimaliseringsprobleem (paragraaf 5.1.1) op, via een sequentie van onvoorwaardelijke optimalisatiestadia. De essentiële structuur van dit type algoritme wordt in figuur 5.4 voor een welbepaald maximalisatieprobleem weergegeven. Nadat de initialisatie heeft plaatsgevonden, bestaat het algoritme uit de volgende iteratieve sequentie:

1. Genereer, in het geldende zoekpunt x^k , de zoekrichting r^k aan de hand van de beschikbare informatie.
2. Zoek het punt $x^k + \rho r^k$ welke het maximum oplevert van de aangevulde Lagrangiaanse functie in de r^k -richting vanuit x^k .
3. Bereken de status in het nieuwe zoekpunt x^{k+1} en pas hem aan.
4. Test de kondities voor het aanpassen van multiplicatoren, strafgewichten en andere algoritme-parameters en voer de aanpassing uit indien aan de kondities is voldaan.
5. Doe een onderzoek op konvergentie na elke aanpassingsfase, controleer in ieder afzonderlijk geval de voorwaarden om te kunnen stoppen en geef een uitvoer van de eindstatus wanneer de opzoeking moet worden beëindigd.
6. Indien het proces niet wordt stopgezet, herhaal dan deze stappen vanuit het nieuwe zoekpunt x^{k+1} .

In deze studie zal voor het oplossen van het optimalisatieprobleem, via een uitgebreide toepassing van bovenstaand sequentieel proces, een in FORTRAN-computercode geschreven programma AULAMU worden gebruikt.

In het programma AULAMU wordt voor de berekening van de zoekrichting (stap 1) gebruik gemaakt van de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) en de zelf-schalende variabel-metrische (SSVM) gradiënt-metoden. De DFP-methode is gebaseerd op de studies van DAVIDON (1959) en FLETCHER & POWELL (1963), terwijl de SSVM-methode is gesteund op principes uit OREN & LUENBERGER (1974) en LUENBERGER (1984). De zoekrichtingen r^i worden gegenereerd volgens de vergelijking (BIGGS, 1971; BROYDEN et al., 1973; FOULDS, 1981; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984; NOCEDAL & OVERTON, 1985; WRIGHT, 1986; PRESS et al., 1992):

$$r^i = H^i g^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (5.36)$$

waarbij H^i een $n \times n$ matrix is, g^i de gradiënt van $L_k(x)$ geëvalueerd in x^i en

$$H^0 = I \quad (5.37)$$

De letter I duidt hier een eenheidsmatrix aan. Een $n \times n$ matrix is een eenheidsmatrix als haar i, j^{de} ingang overeenkomt met δ_{ij} , waarbij (FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984):

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{voor } i = j \\ 0 & \text{voor } i \neq j \end{cases} \quad (5.38)$$

De sequentie H^0, H^1, \dots, H^{n-1} (vergelijking (5.36)) gegenereerd via n iteraties is een sequentie van positieve matrices. Terwijl x nadert naar x^* , neigt H^i naar $(-A)^{-1}$, de inverse matrix van de partiële tweede-orde-afgeleiden van de kwadratische approximatie van $L_a(x)$ in x^* . Voor een beknopte theoretische uiteenzetting van de DFP- en de SSVM-metode wordt verwezen naar bijlage B.4.1.

Voor stap 2 kunnen tal van onvoorwaardelijke maximalisatiemethoden gebruikt worden (KUESTER & MIZE, 1973; FOULDS, 1981; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984; VANDERPLAATS, 1984; CHAPRA & CANALE, 1988; PRESS et al., 1992). De methode die in het programma AULAMU wordt toegepast is de kwadratisch-konvergerende eenrichtingsopzoeking. Bij deze opzoeking wordt gezocht naar de grootte van de stap ρ_s die in staat zal zijn een maximum van $y(\rho)$ voort te brengen. Er geldt:

$$y(\rho_s) = L_a(x^{i+1}) \cong \max_{\rho} L_a(x^i + \rho r^i) \quad (5.39)$$

waarin $y(\rho)$ een parametrische voorstelling is van $L_a(x)$. Het maximaal punt wordt gevonden door een lokaal kwadratische approximatie van $L_a(x)$. Deze approximatie is van een punt-gradiënt-puntsvorm of van een 3-puntsvorm (bijlage B.4.1.3).

In het programma AULAMU zijn zowel de DFP- (ISS=0 & IRESET=0) als de SSVM- (ISS=1 & IRESET=0) methode opgenomen als opties voor het opsporen van zoekrichtingen via aanpassing van H^i (vergelijking (5.36)). Beide methoden beschikken tevens over de mogelijkheid om terug opgestart te worden ($H^0=I$) na een multiplicatoraanpassingsfase, mits er minstens één cyclus van n eenrichtingsopzoeken werd uitgevoerd sinds de laatste heropstarting (IRESET=1: de terugstellingsprocedure). Er zijn dus vier mogelijke berekeningsmethoden beschikbaar om zoekrichtingen te genereren: ISS=0 & IRESET=0, ISS=0 & IRESET=1, ISS=1 & IRESET=0 en ISS=1 & IRESET=1.

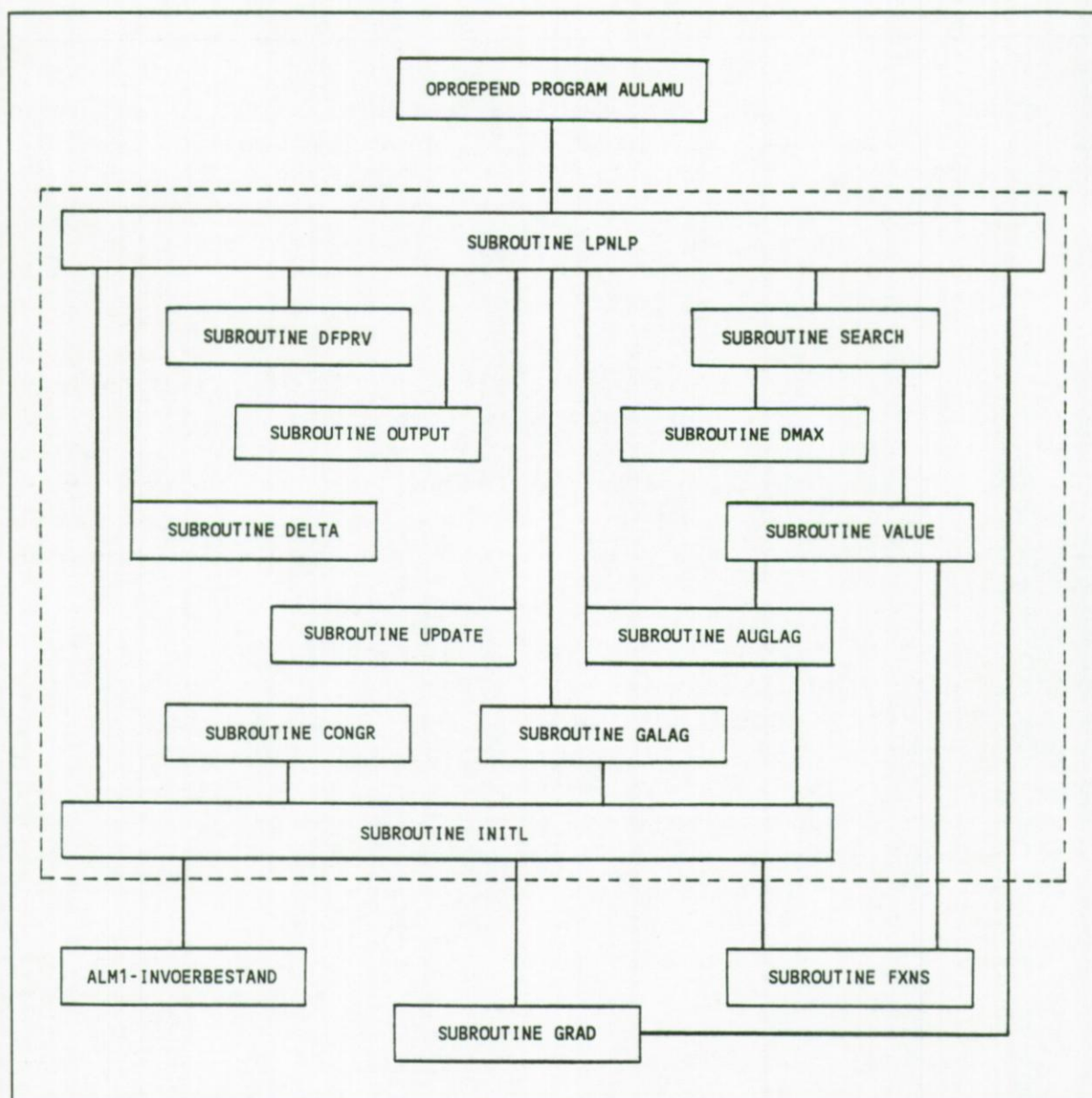


Fig. 5.5. Subroutines van het programma AULAMU.

De subroutines die gebruikt worden om het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme uit te voeren worden getoond in figuur 5.5. De algemene routine van de computercode bestaat uit twaalf subroutines die in deze figuur worden aangegeven binnen de stippellijnen. Deze subroutines zullen worden gebruikt in combinatie met drie routines, namelijk het oproepend program AULAMU en de twee probleemafhankelijke subroutines FXNS en GRAD. De computercode van de algemene routine blijft voor elk probleem constant, waardoor de twaalf subroutines worden beschouwd niet probleemafhankelijk te zijn. Enkel de drie overblijvende routines en het ALM1-invoerbestand vereisen afzonderlijke aanpassing van probleem tot probleem, daar zij

zorg dragen voor de specifieke mathematische voorstelling van elk probleem en daarbij ook de berekeningsmethoden van de algemene routine van informatie voorzien. De hiërarchie van de subroutines is in het volgende schema weergegeven:

- oproepend program AULAMU roept subroutine LPNLP;
- subroutine LPNLP roept subroutines INITL, DFPRV, SEARCH, GRAD, GALAG, DELTA, UPDATE, AUGLAG en OUTPUT;
- subroutine INITL roept subroutines CONGR, FXNS, GRAD, AUGLAG en GALAG;
- subroutine SEARCH roept subroutines VALUE en DMAX;
- subroutine VALUE roept subroutines FXNS en AUGLAG.

In de hiernavolgende paragrafen zal voor elke subroutine afzonderlijk een toelichting worden gegeven, waarbij hun specifieke functie in relatie tot het algoritme duidelijk zal worden gemaakt.

5.2.3.1. PROBLEEMAFHANKELIJKE ROUTINES

In het programma AULAMU verschaffen drie routines en één databestand, het ALM1-invoerbestand, de specifieke voorstelling voor om het even welk gegeven mathematisch probleem. Deze routines zijn het oproepend program AULAMU en de subroutines FXNS en GRAD. Het kort oproepend program AULAMU dimensioneert alle matrices op de in de computercode aangegeven manier en roept daarna de algemeen functionerende subroutine LPNLP op. Subroutine LPNLP op haar beurt beveelt subroutine INITL om initiële kondities en waarden voor vlaggen, tellers en parameters voorzien in het ALM1-invoerbestand af te lezen en om de zoekrichtingsmethoden van het aangevulde Lagrange-multiplieralgoritme in te stellen. Van zodra dit algoritme is geïntialiseerd, voert ze de maximalisatie van het probleem op sequentiële wijze uit, hierbij subroutines FXNS en GRAD oproepend telkens als een evaluatie van de probleemfuncties is vereist.

Subroutine FXNS heeft tot taak het aanduiden van de doelfunctie $f(x)$ en de functies van de gelijkheids- en ongelijkheidsvoorwaarden, respectievelijk $p_i(x)$ ($i=1,2,\dots,m_1$) en $q_j(x)$ ($j=1,2,\dots,m_2$). De gradiënt-komponenten van de probleemfuncties, diegenen die afhankelijk zijn van x , worden aangeduid in subroutine GRAD. De konstanten a_i 's van de gelijkheidsvoorwaarden, de konstanten b_j 's van de ongelijkheidsvoorwaarden, de ondergrenzen c_k 's en bovengrenzen d_k 's opgelegd aan de x_k 's worden toegekend via het ALM1-bestand, samen met alle konstante gradiënt-komponenten van de probleemfuncties die

niet gelijk zijn aan nul. In paragraaf 5.3.2.1 zal de wijze waarop de gegevens worden aangeduid in de subroutines FXNS en GRAD en in het invoerbestand ALM1 uitvoerig worden behandeld.

5.2.3.2. ALGEMENE PROBLEEMONAFHANKELIJKE ROUTINE

In deze paragraaf zal voor elke subroutine die deel uitmaakt van de algemene routine een korte uitleg worden gegeven. Het betreft hier de subroutines die in figuur 5.5 binnen de stippellijnen zijn aangegeven. In tabel 5.1 wordt de terminologie, die in de hieronder volgende tekst gebruikt zal worden, verklaard.

SUBROUTINE LPNLP. Subroutine LPNLP is het organiserende en opdrachtgevende programma. Ze bestuurt de maximalisatiesequentie zoals afgebeeld in figuur 5.4. Vanaf het moment dat haar de leiding wordt overhandigd door het oproepend program AULAMU, koördineert zij de werking van al de andere subroutines, totdat het algoritme wordt beëindigd. De leiding wordt dan terug overgedragen aan het oproepend program, welke tenslotte de uitvoering stopzet.

Door een oproep aan subroutine INITL wordt het algoritme geïntialiseerd en worden tevens de zoekrichtingsmethoden geïnstalleerd. Initieel ingesteld op nul zijn de algoritme-parameters IT, ITOT, KSRCH, IBSD, ISTOP, IFAIL, ICONV en NBD. Verder worden EPD, EPT en EPV respectievelijk gelijkgesteld aan $0,1\varepsilon_1$, $10\varepsilon_2$ en ε_2 . Nadat de functie-waarden van het initiële startpunt zijn bewaard, wordt door subroutine DFPRV de zoekrichting r (R) gegenereerd. Subroutine LPNLP roept hierna, in elk normaal geval, subroutine SEARCH op om de waarde ρ_s (RHO) van ρ te vinden. Indien er zich echter ongewone gevallen voordoen wordt de uitvoering van het algoritme direkt stopgezet en is het oproepen van een andere subroutine dus niet meer noodzakelijk. Ongewone gevallen treden bijvoorbeeld op wanneer subroutine DFPRV achtereenvolgens vijf gradiënt-zoekrichtingen ($NBD \geq 5$) heeft opgeleverd. De uitvoering van het programma wordt dan beëindigd, aangezien dergelijke opzoeken over het algemeen een trage konvergentie tot gevolg zullen hebben. Abnormale situaties kunnen ook veroorzaakt worden door onlogische functie-aanwijzingen in de subroutines FXNS en GRAD.

Als $\rho_s \neq 0$ dan wordt de gradiënt (GAL) van $L_s(x)$ geëvalueerd door een oproep aan subroutines GRAD en GALAG en wordt de opzoekingsstatus aangepast door subroutine DELTA.

Tab. 5.1. Verklaring van de notatie gebruikt in het programma AULAMU.

NAAM	OMSCHRIJVING
DELX	grootte van de verandering in x : $\ x^{k+1} - x^k\ $
DELG	grootte van de verandering in de gradiënt van $L_a(x)$: $\ \nabla L_a(x^{k+1}) - \nabla L_a(x^k)\ $
ε_1^\dagger	gebruikt in combinatie met GMAG ($\text{GMAG} < \varepsilon_1$) in een test voor definitieve convergentie
ε_2^\dagger	initiële waarde van EPV; aan ε_2 moet een waarde groter dan ε_1 worden toegekend
ε_3^\dagger	gebruikt in combinatie met DELX ($\text{DELX} < \varepsilon_3$), zowel in een test om na te gaan of multiplicatoraanpassingen zijn vereist als in een test voor definitieve convergentie
EPD	$0,1\varepsilon_1$
EPT	$10\varepsilon_2$
EPV	krijgt initieel de waarde van ε_2 toegekend, maar wordt terug ingesteld op de waarde van ε_1 wanneer GMAG na een multiplicatoraanpassing kleiner is dan EPT; wordt gebruikt in een aantal tests om vast te stellen of multiplicatoraanpassing is vereist
GMAG	$\ \nabla L_a(x^k)\ $
IBSD	teller voor de slechte zoekrichting; wordt initieel en na elke aanpassing van de multiplicatoren ingesteld op nul
ICONV	initieel ingesteld op nul; ingesteld op 1 wanneer aan de convergentievoorwaarden is voldaan
IFAIL	initieel ingesteld op nul en ook wanneer subroutine SEARCH een grotere waarde van $L_a(x)$ vindt; wordt vermeerderd met 1 telkens wanneer een eenrichtingsopzoeking er niet in slaagt een grotere waarde van $L_a(x)$ te vinden; $\text{IFAIL} \geq 4$ zorgt ervoor dat het algoritme wordt beëindigd
IMAX^\dagger	bovengrens op het aantal toegelaten eenrichtingsopzoeken
ISTOP	initieel ingesteld op nul; ingesteld op 1 wanneer de uitvoering van het programma beëindigd moet worden
IT	aantal oproepen aan subroutine SEARCH sinds de laatste oproep aan subroutine OUTPUT
ITOT	totaal aantal oproepen aan subroutine SEARCH
IUP	ingesteld op nul bij de start van subroutine SEARCH; $\text{IUP}=1$ wordt toegekend aan subroutine VALUE als subroutine SEARCH een grotere waarde van $L_a(x)$ vindt
KSRCH	aantal oproepen aan subroutine SEARCH sinds de laatste aanpassing van multiplicatoren; aan KSRCH wordt de waarde N toegekend wanneer $\text{IBSD}=2$
N^\dagger	aantal x_i 's
NBD	is afhankelijk van NG ($\text{NBD}=0$ als $\text{NG}>1$; $\text{NBD}=\text{NBD}+1$ als $\text{NG}=1$)
NEPI	getal dat gevormd wordt door de som van het aantal gelijkheidsvoorwaarden, het aantal ongelijkheidsvoorwaarden en het aantal begrensde variabelen
NG	ingesteld op 1 in subroutine DFPRV als de zoekrichting overeenkomt met de gradiënt-richting; in elk ander geval wordt NG in subroutine DFPRV vermeerderd met 1
NPRINT^\dagger	subroutine OUTPUT wordt opgeroepen wanneer IT gelijk is aan NPRINT
NSRCH^\dagger	een multiplicatoraanpassing wordt afgedwongen wanneer KSRCH de grens NSRCH nadert
$\rho_s(\text{RHO})$	waarde van ρ verkregen door subroutine SEARCH: $x^{k+1} = x^k + \rho_s r^k$

†. Door de gebruiker ingevoerd in het ALM1-invoerbestand.

Hierna worden de tellers ITOT, KSRCH en IT met één vermeerderd en wordt de opzoekingsstatus neergeschreven in het ALM2-uitvoerbestand. Vervolgens worden testen uitgevoerd om vast te stellen of de laatste eenrichtingsopzoeking een belangrijke verandering heeft teweeggebracht. Eén van de drie volgende mogelijkheden kunnen optreden:

1. De opzoeking wordt beëindigd wanneer kan worden afgeleid dat subroutine SEARCH er niet in is geslaagd een grotere waarde van $L_s(x)$ te vinden ($IUP=0$) en bovendien vier van zulke mislukkingen op een rij ondergaat ($IFAIL=4$), of wanneer $IUP \neq 0$ maar $DELX \leq \varepsilon_3$, $GMAG > EPV$, $DELG < EPV$, $DELG < EPD$, $KSRCH=1$ en $NG=1$.
2. De multiplicatoraanpassingsfase wordt opgeroepen wanneer mogelijkheid nummer één niet van toepassing is en wanneer aan één of meer van de volgende verzamelingen van kondities is voldaan:
 - $IUP=0$, $IFAIL < 4$ en $NG=1$ (de vorige zoekrichting was de gradiënt-richting) of $\rho_s=0$;
 - $IUP \neq 0$, $DELX < \varepsilon_3$ en $GMAG < EPV$;
 - $KSRCH > N$ en $GMAG \leq EPV$;
 - $KSRCH=NSRCH > N$;
 - $KSRCH > N$ en $IBSD \geq 3$.
3. Additionele testen worden gedaan om vast te stellen of een nieuwe zoekrichting gegenereerd moet worden of dat er een multiplicatoraanpassingsfase moet worden opgeroepen. Als $NEPI \neq 0$ worden de multiplicatoren aangepast en worden ook de tellers KSRCH en IBSD teruggezet op nul. Als na de aanpassing GMAG kleiner blijkt te zijn dan $10\varepsilon_2$, wordt aan EPV de waarde van ε_1 toegekend voor gebruik in de volgende testen voor multiplicatoraanpassing. Hierna worden nog even de konvergentievoorwaarden $GMAG \leq \varepsilon_1$ en $DELX \leq \varepsilon_3$ gecontroleerd: indien deze voorwaarden zijn vervuld worden de uiteindelijke resultaten bijgeschreven in het ALM2-uitvoerbestand. Indien ze niet zijn vervuld, keert de programmabesturing terug naar het punt waar subroutine INITL is ingeroepen.

SUBROUTINE INITL. Het doel van deze subroutine is het bewerkstelligen van de initialisatie van het algoritme. Vlaggen, tellers en bepaalde parameters worden vastgesteld door subroutine INITL, andere worden ingelezen uit het ALM1-invoerbestand (paragraaf 5.3.1.2). In deze subroutine worden, vooral de initialisatie plaatsvindt, alle gradiënt- en multiplicatorvectoren op nul gesteld. Enkel de componenten die niet gelijk zijn aan nul moeten nog worden ingevoerd en dat gebeurt

ofwel via het ALM1-bestand, ofwel in subroutine GRAD. De initiële x-waarden worden ingelezen, de strafgewichten worden vastgesteld, het mathematisch probleem wordt geëvalueerd en de aangevulde Lagrangiaan en zijn gradiënt worden geformuleerd. Subroutine INITL drukt dan nog eerst de initiële kondities van alle belangrijke variabelen, parameters en vlaggen af in het ALM2-uitvoerbestand, alvorens de leiding terug over te dragen aan subroutine LPNLP.

SUBROUTINE CONGR. Deze subroutine wordt opgeroepen door subroutine INITL. Zij geeft een uitvoer van de konstante gradiënt-komponenten die via het ALM1-bestand worden geïntialiseerd.

SUBROUTINE DFPRV. De taak van deze subroutine is het berekenen van de zoekrichting r (R). Er wordt hierbij gebruik gemaakt van de DFP (vergelijking (B.6)) en de SSVM (vergelijking (B.7)) gradiënt-metoden (bijlage B.4.1). In subroutine DFPRV wordt eerst de teller NG vermeerderd met 1, daarna worden de volgende kondities getest:

1. $RHO=0$.
2. $KSRCH=0$ en $IFAIL>0$.
3. $KSRCH=0$, $IRESET=1$ en $NG>N$.

Indien aan één of meer van deze kondities wordt voldaan, wordt de zoekrichting opnieuw geïntialiseerd door de teller NG terug in te stellen op 1, door H in te stellen op I (vergelijking (5.37)) en door de zoekrichting aan te stellen als de lopende gradiënt-richting. Als konditie 1 wordt vervuld, wil dat zeggen dat de laatste eenrichtingsopzoeking er niet in is geslaagd een beter punt te vinden. Als echter konditie 2 wordt vervuld dan komt de huidige opsporing overeen met de eerste opsporing van een nieuwe opzoekingscyclus ($KSRCH=0$) en is de voorgaande eenrichtingsopzoeking er niet in geslaagd een grotere waarde voor $L_a(x)$ te vinden ($IFAIL>0$). Het vervullen van konditie 3 houdt in dat de automatische terugstellings-procedure van de gradiënt-richting ($NG=1$, $H=I$ en $r^i=\nabla L_a(x^i)$) door de gebruiker werd aangeduid ($IRESET=1$), dat de huidige opsporing de eerste is van een nieuwe cyclus ($KSRCH=0$) en dat er minstens N eenrichtingsopzoekingen zijn verricht sinds de laatste keer dat een gradiënt-richting gegenereerd werd. Een cyclus bevat over het algemeen tussen de N+1 en NSRCH eenrichtingsopzoekingen (gewoonlijk is $NSRCH=2N+1$).

Wanneer aan geen van de drie kondities wordt voldaan, wordt H gegenereerd met de DFP- ($ISS=0$) of met de SSVM-metode ($ISS=1$). Indien één van de termen in de noemer van vergelij-

kingen (B.6) of (B.7) nul blijkt te zijn als gevolg van numerieke restricties, dan wordt de terugstellingsprocedure automatisch in werking gesteld.

Nadat H^i en r^i zijn gevormd, blijft er nog een laatste test over. Uitgaande van vergelijking (B.5) zal de hellingsgraad worden berekend, met behulp van de volgende vergelijking:

$$\text{SLOPE} = \left. \frac{dL_a}{d\rho} \right|_{\rho=0} = (r^i)^T \nabla L_a(x^i) \quad (5.40)$$

en RMAG wordt berekend door middel van:

$$\text{RMAG} = \|r^i\| = ((r^i)^T r^i)^{1/2} \quad (5.41)$$

De eenrichtingsopzoeking wordt enkel voor positieve stapgrootten ($\rho > 0$) uitgevoerd en dat is het geval wanneer de hellingsgraad van vergelijking (5.40) positief is. Daarom wordt, als de berekende SLOPE kleiner of gelijk is aan nul, teruggekeerd naar de gradiënt-zoekrichting (de automatische terugstellingsprocedure). De gegenereerde r^i wordt opgegeven als de richting voor de volgende opzoeking.

SUBROUTINE SEARCH. Deze subroutine bestuurt de kwadratisch-konvergerende eenrichtingsopzoeking (bijlage B.4.1.3).

SUBROUTINE VALUE. Subroutine VALUE wordt door subroutine SEARCH gebruikt bij het uitvoeren van een eenrichtingsopzoeking. Deze subroutine evalueert de probleemfuncties door een oproep te doen aan subroutine FXNS in een testpunt XT, welke op een bepaalde stapgrootte D gelegen is van het initiële punt X van de eenrichtingsopzoeking, langs de zoekrichting R. De aangevulde Lagrangiaan $L_a(x)$ (AL) wordt geformuleerd door het invoeren van subroutine AUGLAG. Hierna wordt $L_a(x)$ vergeleken met de beste waarde YS die door de opzoeking wordt opgeleverd. Indien $L_a(x)$ een betere waarde blijkt te hebben, zal die waarde worden beschouwd als de nieuwe beste waarde van de opzoeking en wordt de waarde van de stapgrootte D opgeslagen samen met de waarden van de probleemfuncties in XT.

SUBROUTINE DMAX. Subroutine DMAX maakt een schatting van het maximaal punt van $L_a(x)$. Zij doet dit door een kwadratische vorm te maken van 3 datawaarden die langs de zoekrichting zijn

gelegen. Afhankelijk van de beschikbare informatie zal ofwel een punt-gradiënt-puntsvorm, ofwel een 3-puntsvorm (bijlage B.4.1.3) gemaakt worden.

SUBROUTINE DELTA. Subroutine DELTA wordt door subroutine LPNLP opgeroepen van zodra subroutine SEARCH zijn beste punt oplevert. Subroutine DELTA past dan de zoekpuntsstatus voor het nieuwe punt aan en berekent DELX, DELG en GMAG, die door subroutine LPNLP worden gebruikt voor het toetsen van convergentie- en aanpassingscriteria, en door subroutine DFPRV voor het genereren van de volgende zoekrichting.

SUBROUTINE AUGLAG. Deze subroutine wordt opgeroepen door subroutine INITL bij het initialiseren van het algoritme, door subroutine SEARCH bij het besturen van een eenrichtingsopzoeking en door subroutine LPNLP na een multiplicator- en strafgewichtsaanpassing. Subroutine AUGLAG heeft tot taak het formuleren van de aangevulde Lagrangiaan $L_*(x)$ (AL) in een gegeven punt. Voor dit doel maakt ze gebruik van de waarden van de probleemfuncties, de multiplicatoren en de strafgewichten in dat punt (vergelijking (5.23)).

SUBROUTINE GALAG. Deze subroutine wordt opgeroepen door subroutine INITL bij de initialisering van het algoritme en door subroutine LPNLP wanneer subroutine SEARCH het beste punt gevonden heeft. Het doel van subroutine GALAG is om in het door subroutine SEARCH geleverde punt de gradiënt van de aangevulde Lagrangiaan $\nabla L_*(x)$ (GAL) te formuleren, uitgaande van de gradiënten van de probleemfuncties, de multiplicatoren en de strafgewichten (vergelijking (5.24)).

SUBROUTINE UPDATE. Deze subroutine zorgt dat voor elke zoekingscyclus een fundament wordt gelegd voor de systeemvoorwaarden, door de multiplicatoren aan te passen volgens de multiplicatorregels (vergelijkingen (5.31), (5.32) en (5.33)). Zij past ook de strafgewichten aan volgens de aanpassingsregel gegeven in betrekking (5.34).

SUBROUTINE OUTPUT. Alle algemene zoekpuntsinformatie voor het maximum van een eenrichtingsopzoeking wordt door subroutine OUTPUT geschreven in het ALM2-uitvoerbestand. Bij beëindiging van het algoritme (ISTOP=1), worden in dit bestand ook de uiteindelijke waarden van de probleemfuncties en van hun geassocieerde multiplicatoren bijgeschreven.

5.3. PROGRAMMAPAKKET VAN AULAMU

Het programmapakket van AULAMU is samengesteld uit het invoerprogramma FILALM en het eigenlijk rekenprogramma AULAMU. Het programma AULAMU is een in FORTRAN-computercode geschreven programma, welke een oplossing zoekt voor het algemeen voorwaardelijk niet-lineair optimaliseringsprobleem zoals dat van paragraaf 5.1.1 (betrekkingen (5.2), (5.3), (5.4) en (5.5)). De notatie die in dit programma gebruikt wordt om het optimaliseringsprobleem weer te geven, is geschematiseerd in tabel 5.2.

Tab. 5.2. FORTRAN-voorstelling van termen gebruikt om het algemeen niet-lineair probleem weer te geven.

MATEMATISCHE VOORSTELLING	FORTTRAN-VOORSTELLING
n	N
$x_k, \quad k = 1, 2, \dots, n$	$X(K), \quad K = 1, 2, \dots, N$
$f(x)$	F
$p_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m_1$ (b.v. $p_2(x) = 2x_1 + x_2$)	$FE(I), \quad I = 1, 2, \dots, NE$ ($FE(2)=2.*X(1)+X(2)$)
a_i	$A(I)$
$q_j(x), \quad j = 1, 2, \dots, m_2$ (b.v. $q_3(x) = x_1^2 + x_2$)	$FI(J), \quad J = 1, 2, \dots, NI$ ($FI(3)=X(1)**2+X(2)$)
b_j	$B(J)$
c_k	$C(K)$
d_k	$D(K)$
$\partial f / \partial x_k$	$GF(K)$
$\partial p_i / \partial x_k$	$GE(N*I-N+K)$
$\partial q_j / \partial x_k$	$GI(N*J-N+K)$

In de FORTRAN-voorstelling wordt de k^{de} variabele x_k aangeduid als $X(K)$ en de doelfunctie $f(x)$ voorgesteld als F . Het symbool $FE(I)$ wordt gebruikt om de i^{de} functie van de gelijkheidsvoorwaarden $p_i(x)$ aan te duiden, welke gedwongen wordt om de waarde van de constante $A(I)$ aan te nemen. Het symbool $FI(J)$ wordt toegewezen aan de j^{de} functie van de ongelijkheidsvoorwaarden $q_j(x)$, welke beperkt is tot waarden die kleiner of gelijk zijn aan $B(J)$. Aan elke $X(K)$ kan een expliciete ondergrens $C(K)$ en

bovengrens $D(K)$ worden opgelegd; het symbool NBV geeft hierbij het aantal variabelen aan dat een boven- of ondergrens of beide wordt toegewezen. De $FE(I)$'s, $FI(J)$'s en F krijgen functies toegekend die zowel lineair als niet-lineair kunnen zijn. Bovendien kan elk van de indexen NE, NI of NBV eventueel gelijk zijn aan nul. Indien alle drie de indexen gelijk zijn aan nul is er sprake van een onvoorwaardelijk probleem.

Het is niet nodig voor elk afzonderlijk optimalisatieprobleem de gehele computercode aan te passen. De algemene probleemafhankelijke routine (paragraaf 5.2.3.2) blijft namelijk voor elk probleem constant. Wat wel van probleem tot probleem moeten worden aangepast zijn het ALM1-invoerbestand, het kort oproepend program AULAMU en de subroutines FXNS en GRAD. Deze zorgen niet alleen voor de mathematische voorstelling van elk specifiek probleem, maar voorzien ook de informatie verschaffende berekeningsmethoden en de initiële kondities voor de algemene routine van het programma AULAMU. In de volgende paragrafen zullen de verschillende onderdelen van het programmapakket van AULAMU nader worden toegelicht.

5.3.1. INVOERPROGRAMMA FILALM

Het invoerprogramma FILALM zorgt voor de invoer van parameters die het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme definiëren. Dit programma zal meestal worden gebruikt bij de behandeling van een nieuw optimaliseringsprobleem. Via het invoerprogramma kunnen de algoritme-parameters voor dat welbepaald probleem dan interactief worden ingevoerd. Dit programma moet hiervoor eerst worden opgeroepen.

5.3.1.1. OPROEP VAN HET INVOERPROGRAMMA FILALM

Voor de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent is het besturingsbestand van het invoerprogramma FILALM, geschreven in UNIX-V3.0, als volgt samengesteld:

```
x.filalm $1.alm1
```

Deze besturingslijn is onder de procedurenaam p.filalm bewaard. Het invoerprogramma wordt via deze procedure opgeroepen door de volgende lijn in te voeren:

p.filalm (bestandsnaam)

5.3.1.2. HET ALM1-INVOERBESTAND

Het invoerprogramma FILALM creëert met behulp van de ingevoerde gegevens het ALM1-invoerbestand. Dit bestand vormt de invoergegevens voor het eigenlijk rekenprogramma AULAMU. Het ALM1-bestand wordt in de computercode verbonden met het nummer 41, hetgeen overeenkomt met parameter NF1 (NF1=41). Het invoerbestand is opgebouwd uit verschillende datalijnen. Deze geven aan het rekenprogramma informatie door over de initiële kondities van bepaalde variabelen, konvergentie- en aanpassingscriteria, berekeningsmethoden, stopvoorwaarden en printintervallen geassocieerd met de uitvoergegevens. De juiste volgorde en indeling van de datalijnen met de daarin vervatte parameter-definities zijn als volgt:

DATA 1:

```
READ (NF1,1170) (ID(L), L=1,18)
1170 FORMAT (18A4)
```

Deze lijn, die moet worden neergeschreven aan het begin van het ALM2-uitvoerbestand, geeft de titel aan van het programma: "AUGMENTED LAGRANGIAN OPTIMIZATION MODEL".

DATA 2:

```
READ (NF1,1000) N,NE,NI,NBV,IMAX,NPRINT,NUP,NSRCH,ISS,IRESET
1000 FORMAT (10I5)
```

N = het aantal variabelen.
 NE = het aantal gelijkheidsvoorwaarden.
 NI = het aantal ongelijkheidsvoorwaarden.
 NBV = het aantal variabelen die op één of andere manier begrensd zijn (aantal variabelen waarvoor eindige c_k 's of d_k 's of beide worden opgelegd).
 IMAX = de maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken; het rekenprogramma stopt vanzelf wanneer er IMAX-opzoeken zijn uitgevoerd.
 NPRINT = het printinterval: initiële waarden en informatie over het laatste zoekpunt worden automatisch neergeschreven door het rekenprogramma. Indien dit alle informatie is die men wenst, zet men NPRINT=0. Indien men echter na elke J opzoeken informatie over het zoekpunt wenst, zet men NPRINT=J, waarbij $J \in \{1, 2, \dots, IMAX\}$.

NUP = 0 zorgt ervoor dat de aanpassingsinformatie wordt neergeschreven telkens wanneer de multiplicatoren en strafgewichten zijn aangepast tijdens het oplossen van een voorwaardelijk probleem.
 = 1 onderdrukt elke weergave van de aanpassingsinformatie.
 NSRCH = het maximaal aantal eenrichtingsopzoeken voor elke cyclus. Multiplicatoren en strafgewichten worden aan het eind van elke opzoekingscyclus aangepast. Doorgaans gebruikt men voor NSRCH: $NSRCH = (2N+1)$.
 ISS = 0 geeft aanleiding tot een DFP-zoekrichtingsmethode.
 = 1 veroorzaakt een SSVM-zoekrichtingsmethode.
 IRESET = 0 veroorzaakt geen terugzetting op de gradiënt-richting aan het eind van een opzoekingscyclus.
 = 1 veroorzaakt wel een terugzetting op de gradiënt-richting aan het eind van een opzoekingscyclus, op voorwaarde dat er minstens N eenrichtingsopzoeken zijn uitgevoerd sinds de laatste terugzetting.

DATA 3:

```

READ (NF1,1000) NA,NB,IGF,IGE,IGI,IHE,IHI,IHVL,IHVU
1000 FORMAT (10I5)

```

NA = het aantal gelijkheidsvoorwaarden waarvan de rechterzijden niet gelijk zijn aan nul (aantal $A(I) \neq 0$).
 = 0 als $NE=0$ of als $A(I)=0$ voor alle I.
 NB = het aantal ongelijkheidsvoorwaarden, diegene die geassocieerd worden met FI's, waarvan de rechterzijden niet gelijk zijn aan nul (aantal $B(J) \neq 0$).
 = 0 als $NI=0$ of als $B(J)=0$ voor alle J.
 IGF = het aantal constante gradiënt-komponenten GF van de doelfunctie F die niet gelijk zijn aan nul en van het ALM1-bestand moeten worden afgelezen. $IGF \in [0, N]$.
 = 0 als er geen constante gradiënt-komponenten GF aanwezig zijn die niet gelijk zijn aan nul.
 IGE = het aantal constante gradiënt-komponenten GE van de gelijkheidsvoorwaarden FE die niet gelijk zijn aan nul en van het ALM1-bestand moeten worden afgelezen. $IGE \in [0, N*NE]$.
 = 0 als $NE=0$ of als er geen constante gradiënt-komponenten GE zijn die niet gelijk zijn aan nul.
 IGI = het aantal constante gradiënt-komponenten GI van de ongelijkheidsvoorwaarden FI die niet gelijk zijn aan nul en van het ALM1-bestand moeten worden

- afgelezen. $IGI \in [0, N \cdot NI]$.
- = 0 als $NI=0$ of als er geen constante gradiënt-komponenten zijn die niet gelijk zijn aan nul.
- IHE = het aantal multiplicatoren HE van de gelijkheidsvoorwaarden die geïnitieerd moeten worden naar een bepaalde constante die niet gelijk is aan nul (aantal HE(I) $\neq 0$). $IHE \in [0, NE]$.
- = 0 als $NE=0$ of als alle multiplicatoren van de gelijkheidsvoorwaarden initieel gelijk moeten zijn aan nul.
- IHI = het aantal multiplicatoren HI van de ongelijkheidsvoorwaarden die geïnitieerd moeten worden naar een bepaalde positieve constante die niet gelijk is aan nul (aantal HI(J) > 0). $IHI \in [0, NI]$.
- = 0 als $NI=0$ of als alle multiplicatoren van de ongelijkheidsvoorwaarden initieel gelijk moeten zijn aan nul.
- IHVL = het aantal multiplicatoren geassocieerd met die variabelen die een ondergrens bevatten en die geïnitieerd moeten worden naar een bepaalde positieve constante die niet gelijk is aan nul (aantal HVL(K) > 0). $IHVL \in [0, N]$.
- = 0 als $NBV=0$ of als alle voorwaardelijke multiplicatoren die een ondergrens bevatten geïnitieerd moeten worden naar nul (als initieel $HVL(K)=0$ voor alle X(K) die een ondergrens worden opgelegd).
- IHVU = het aantal multiplicatoren geassocieerd met die variabelen die een bovengrens bevatten en die geïnitieerd moeten worden naar een bepaalde positieve constante die niet gelijk is aan nul (aantal HVU(K) > 0). $IHVU \in [0, N]$.
- = 0 als $NBV=0$ of als alle voorwaardelijke multiplicatoren die een bovengrens bevatten geïnitieerd moeten worden naar nul (als initieel $HVU(K)=0$ voor alle X(K) die een bovengrens worden opgelegd).

DATA 4:

```

READ (NF1,1010) EPS1,EPS2,EPS3
1010 FORMAT (8E10.5)

```

- EPS1 = deel van het konvergentiecriterium; het rekenprogramma stopt wanneer $GMAG < EPS1$ en $DELX < EPS3$. Deze test wordt uitgevoerd op het einde van een opzoekingscyclus, wanneer de multiplicatoren en strafgewichten reeds zijn aangepast. Waarden van EPS1 zijn bijvoorbeeld (1.E-04) tot (1.E-08).
- EPS2 / EPS3 = deel van het aanpassingscriterium; multiplicatoren en strafgewichten worden aangepast

wanneer $DELX < EPS3$ en $GMAG < EPV$. $EPS2$ hoeft niet noodzakelijk gelijk te zijn aan $EPS3$. Voorbeelden van ingegeven waarden zijn $(0,01; 0,01)$ tot $(0,0001; 0,0001)$.

DATA 5:

```
      READ (NF1,1010) (X(L), L=1,N)
1010 FORMAT (8E10.5)
```

Deze regel verschaft de initiële x_i -waarden. Noteer 8 waarden per regel gebruikmakend van het indelingsveld (E10.5) en gebruik zoveel regels als nodig om alle N waarden $X(1), \dots, X(N)$ op te nemen. De laatste regel mag minder dan 8 waarden bevatten.

DATA 6:

```
      NEPI=NE+NI+NBV
      IF (NEPI.NE.0) READ (NF1,1010) W1,W2,W3,W1MAX,W2MAX,W3MAX,WF
1010 FORMAT (8E10.5)
```

Deze lijn voorziet de initiële strafgewichten. In geval van een onvoorwaardelijk probleem ($NE+NI+NBV=0$) moet deze lijn niet worden opgenomen. In het overig geval worden de strafgewichten als volgt geïnitieëld:

W1 = het initieel strafgewicht voor alle gelijkheidsvoorwaarden.
 = 0 als $NE=0$.
 W2 = het initieel strafgewicht voor alle ongelijkheidsvoorwaarden en begrensde variabelen waarvan de geassocieerde multiplicatoren een positieve waarde bevatten.
 = 0 als $NI+NBV=0$.
 W3 = het initieel strafgewicht voor alle ongelijkheidsvoorwaarden en begrensde variabelen met geassocieerde multiplicatoren die gelijk zijn aan nul.
 = 0 als $NI+NBV=0$.
 W1MAX = de maximumwaarde van W1; W1 wordt constant gehouden op W1MAX, als $W1 \geq W1MAX$.
 = 0 als $NE=0$.
 W2MAX = de maximumwaarde van W2; W2 wordt op een vaste waarde W2MAX gehouden, wanneer $W2 \geq W2MAX$.
 = 0 als $NI+NBV=0$.
 W3MAX = de maximumwaarde van W3; W3 wordt vast gehouden op de waarde W3MAX, als $W3 \geq W3MAX$.
 = 0 als $NI+NBV=0$.

WF = een faktor waarmee W1, W2 en W3 worden aangepast door vermenigvuldiging met WF. Ingegeven waarden zijn bijvoorbeeld $2, 0 \leq WF \leq 4, 0$.

= 1,0 als de strafgewichten constant moeten worden gehouden op hun initiële waarde.

De parameters W1, W2 en W3 worden gewoonlijk geïnitieerd in het interval [0,25; 2] en W1MAX, W2MAX en W3MAX in het interval [8; 64]. Indien overschrijding van een systeemvoorwaarde plaatsvindt, hetgeen konvergentie zal verhinderen, moeten de initiële en maximale waarden van alle bovenstaande parameters, behalve die van WF, worden vermeerderd.

DATA 7:

```
IF (IGF.EQ.0) GOTO 20
READ (NF1,1090) (K(L),GF(K(L)), L=1,IGF)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
20 CONTINUE
```

Deze regel(s) verschaft(en) de constante gradiënt-komponenten van de doelfunctie. Indien IGF=0, hoeft(en) deze regel(s) niet te worden opgenomen. Indien IGF≠0 noteer dan voor elke komponent de index K(L) en de constante waarde GF(K(L)), gebruikmakend van het indelingsveld (I5,E15.5). Per regel zijn er vier van zulke velden beschikbaar, die een invoer toelaten van hoogstens vier indices en constante gradiënt-komponenten. Men mag zoveel mogelijk regels gebruiken om alle IGF-indices en gradiënt-komponenten neer te schrijven. De laatste regel mag wel minder dan vier velden bevatten. Constante gradiënt-komponenten die gelijk zijn aan nul (GF(K(L))=0) hoeven niet te worden afgelezen, aangezien alle gradiënt-komponenten op nul worden gesteld nog voordat deze dataregel(s) word(t)(en) afgelezen of subroutine GRAD wordt opgeroepen.

Opmerking: Indien NE=0 hoeven data 8, 9 en 10 niet aan het bestand te worden toegevoegd. In het ander geval zien ze er als volgt uit:

DATA 8:

```
IF (NA.NE.0) READ (NF1,1090) (I(L),A(I(L)), L=1,NA)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
```

Deze lijn(en) voorziet(n) in de constanten van de rechterzijden van de gelijkheidsvoorwaarden die niet gelijk zijn aan nul. De lijn(en) hoeft(en) niet te worden opgenomen als NA=0. Als NA≠0 noteer dan voor elke constante zowel de index I(L) als de waarde A(I(L)), gebruikmakend van de indeling

(I5,E15.5). Elke lijn bevat vier van zulke velden, die tot vier indices en constanten per lijn toelaten. Men mag zoveel mogelijk lijnen gebruiken om alle NA-indices en constanten te noteren. De laatste lijn mag minder dan vier velden bevatten. Constanten die gelijk zijn aan nul ($A(I(L))=0$) hoeven niet te worden afgelezen, daar alle $A(I(L))$ -waarden gelijkgesteld worden aan nul nog voordat deze lijn(en) word(t)(en) afgelezen.

DATA 9:

```
IF (IHE.NE.0) READ (NF1,1090) (I(L),HE(I(L)), L=1,IHE)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
```

Deze lijn(en) verschaf(t)(fen) de initiële waarden van de multiplicatoren van de gelijkheidsvoorwaarden die niet gelijk zijn aan nul. De lijn(en) moet(en) niet worden opgenomen indien $IHE=0$. Indien echter $IHE \neq 0$ noteer dan de index $I(L)$ en de waarde $HE(I(L))$ voor elke multiplicator, gebruikmakend van het indelingsveld (I5,E15.5). Per lijn zijn er vier van zulke velden die toelaten hoogstens vier indices en multiplicatoren per lijn op te nemen. Men gebruikt zoveel mogelijk lijnen als nodig om alle IHE-indices en multiplicatorwaarden in te voeren. De laatste lijn mag uit minder dan vier velden bestaan. Multiplicatoren die gelijk zijn aan nul ($HE(I(L))=0$) hoeven niet te worden afgelezen, aangezien alle $HE(I(L))$ -waarden op nul worden gezet alvorens deze lijn(en) word(t)(en) afgelezen.

DATA 10:

```
IF (IGE.EQ.0) GOTO 70
READ (NF1,1090) (I(L),GE(I(L)), L=1,IGE)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
70 CONTINUE
```

Deze regel(s) voorzie(t)(n) in de constante gradiënt-komponenten van de gelijkheidsvoorwaarden. Deze regel(s) moet(en) niet worden ingevoerd als $IGE=0$. Als $IGE \neq 0$, worden de constante gradiënt-komponenten afgelezen met dezelfde indelingsvelden als bij data 7.

Opmerking: Indien $NI=0$, hoeven data 11, 12 en 13 niet te worden opgenomen. In het ander geval zijn ze als volgt:

DATA 11:

```
IF (NB.NE.0) READ (NF1,1090) (J(L),B(J(L)), L=1,NB)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
```


Deze lijn(en) verschaf(t)(fen) de constanten van de rechterzijden van de ongelijkheidsvoorwaarden die niet gelijk zijn aan nul. De lijn(en) hoe(ft)(ven) niet te worden ingesloten als $NB=0$. Als $NB \neq 0$, dan worden de $B(J(L))$ -constanten afgelezen met dezelfde indelingsvelden als bij data 8.

DATA 12:

```
IF (IHI.NE.0) READ (NF1,1090) (J(L),HI(J(L)), L=1,IHI)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
```

Deze regel(s) verschaf(t)(fen) de positieve initiële waarden voor de multiplicatoren van de ongelijkheidsvoorwaarden die niet gelijk zijn aan nul. De regel(s) moet(en) niet worden opgenomen als $IHI=0$. Als $IHI \neq 0$, worden de positieve multiplicatoren die niet gelijk zijn aan nul afgelezen met dezelfde indelingsvelden als bij data 9.

DATA 13:

```
IF (IGI.EQ.0) GOTO 120
READ (NF1,1090) (J(L),GI(J(L)), L=1,IGI)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
120 CONTINUE
```

Deze lijn(en) lever(t)(en) de constante gradiënt-komponenten voor de functies van de ongelijkheidsvoorwaarden. De lijn(en) moet(en) niet worden bijgevoegd als $IGI=0$. Als $IGI \neq 0$, worden de constante gradiënt-komponenten afgelezen met dezelfde indelingsvelden als bij data 10.

Opmerking: Indien $NBV=0$, hoeven data 14, 15 en 16 niet te worden opgenomen; indien $NBV \neq 0$ zijn ze als volgt:

DATA 14:

```
IF (NBV.EQ.0) GOTO 180
READ (NF1,1100) (K(L),IX(K(L)),C(K(L)),D(K(L)), L=1,NBV)
1100 FORMAT (I5,I5,E15.5,E15.5,I5,I5,E15.5,E15.5)
180 CONTINUE
```

Deze lijn(en) bevat(ten) de boven- en ondergrenzen, respectievelijk $C(K(L))$ en $D(K(L))$, voor de $X(K(L))$ -variabelen. De lijn(en) moet(en) niet worden ingesloten als $NBV=0$. Als $NBV \neq 0$ worden voor elke begrensde variabele de index $K(L)$, de code van de gehele getallen $IX(K(L))$, de ondergrens $C(K(L))$ en de bovengrens $D(K(L))$ afgelezen, gebruikmakend van het indelingsveld (I5,I5,E15.5,E15.5). De code van de gehele getallen is als volgt:

- $IX(K(L)) = 0$ als $X(K(L))$ niet is begrensd,

- $IX(K(L)) = 1$ als $X(K(L))$ slechts van onder is begrensd,
- $IX(K(L)) = 2$ als $X(K(L))$ enkel van boven is begrensd en
- $IX(K(L)) = 3$ als $X(K(L))$ zowel van onderen als van boven is begrensd.

De componenten van de IX-vektor worden allemaal op nul gesteld voordat deze lijn(en) word(t)(en) afgelezen. Daarom moeten enkel de begrensde variabelen (code 1, 2 of 3) van deze data-lijnen worden afgelezen. Per lijn zijn er twee velden die toelaten voor twee variabelen per lijn, de index, de code van de gehele getallen en de onder- en bovengrens in te voeren. Men gebruikt zoveel lijnen als nodig zijn om alle begrensde NBV-verzamelingen op te nemen. De laatste lijn mag eventueel informatie voor slechts één variabele bevatten.

DATA 15:

```
IF (IHVL.NE.0) READ (NF1,1090) (K(L),HVL(K(L))), L=1,IHVL)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
```

Deze regel(s) voorzie(t)(n) de positieve initiële waarden, die niet gelijk zijn aan nul, van de multiplicatoren geassocieerd met de van onder begrensde $X(K(L))$ -variabelen. De regel(s) moet(en) niet worden opgenomen als $IHVL=0$. Als $IHVL \neq 0$ worden de positieve multiplicatoren die niet gelijk zijn aan nul afgelezen met dezelfde indelingsvelden als bij data 9.

DATA 16:

```
IF (IHVU.NE.0) READ (NF1,1090) (K(L),HVU(K(L))), L=1,IHVU)
1090 FORMAT (I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5,I5,E15.5)
```

Deze lijn(en) verschaf(t)(fen) de positieve initiële waarden, die niet gelijk zijn aan nul, van de multiplicatoren die geassocieerd zijn met de van boven begrensde $X(K(L))$ -variabelen. De lijn(en) hoe(ft)(ven) niet te worden opgenomen als $IHVU=0$. Als echter $IHVU \neq 0$ dan worden de positieve multiplicatoren die niet gelijk zijn aan nul afgelezen met dezelfde indelingsvelden als bij data 9.

AANPASSING VAN HET INVOERBESTAND. Indien men in het ALM1-bestand slechts enkele parameters wenst te veranderen, kan dat het vlugst door het bestand op te roepen. Na aanpassing van de parameters wordt het bestand dan terug weggeschreven. Op deze manier kan men, voor hetzelfde optimaliseringsprobleem, het programma zoveel malen laten lopen door telkens te werken met verschillende initiële kondities, verschillende grenzen op de variabelen, of met verschillende constanten aan de rechterzijde van de systeemvoorwaarden. Enkele voorbeelden van het

ALM1-bestand zijn opgenomen in bijlage B.4.3.

5.3.2. EIGENLIJK REKENPROGRAMMA AULAMU

Het eigenlijk rekenprogramma AULAMU bepaalt, met behulp van de via het ALM1-invoerbestand ingevoerde algoritme-parameters, een numeriek optimum voor het algemeen niet-lineair optimaliseringsprobleem (paragraaf 5.1.1). Dit programma omvat de twaalf subroutines van de algemene probleemafhankelijke routine (paragraaf 5.2.3.2). Deze subroutines worden gebruikt in combinatie met het ALM1-invoerbestand en de probleemafhankelijke routines (Fig. 5.5), namelijk het oproepend program AULAMU en de subroutines FXNS en GRAD. Deze door de gebruiker voorziene probleemafhankelijke routines zullen in deze paragraaf verder worden uiteengezet.

5.3.2.1. DOOR DE GEBRUIKER VOORZIENE ROUTINES

Hieronder zal voor elke routine waarvan de gegevens door de gebruiker zelf worden ingevoerd, telkens een korte beschrijving en een schematische voorstelling worden gegeven.

OPROEPEND PROGRAM AULAMU. Het oproepend program AULAMU is het hoofdprogramma, dat alle vektoren die door de algemene routine (paragraaf 5.2.3.2) worden gebruikt op de juiste wijze dimensioneert, zodat het algoritme van de juiste informatie kan worden voorzien. Daarna doet dit programma een passende oproep aan subroutine LPNLP en draagt aldus de leiding over aan de algemene routine. Nadat subroutine LPNLP de programmabesturing terug heeft overgegeven aan het oproepend program, wordt het berekeningsproces stopgezet. Het oproepend program heeft over het algemeen de volgende vorm:

```

      PROGRAM AULAMU
C
C  MAIN CALLING PROGRAM
C
      PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
      REAL *8 DLX(NVAR),DLG(NVAR),GAL(NVAR),GF(NVAR),GO(NVAR),
&R(NVAR),X(NVAR),XT(NVAR),H(NVAR*NVAR)
      REAL *8 A(NEVA),FE(NEVA),FES(NEVA),HE(NEVA),GE(NVAR*NEVA)
      REAL *8 B(NIVA),FI(NIVA),FIS(NIVA),HI(NIVA),GI(NVAR*NIVA)
      REAL *8 C(NVAR),D(NVAR),HVL(NVAR),HVV(NVAR)
      DIMENSION IX(NVAR)
      COMMON /NF1NF2/NF1,NF2

```



```

      CHARACTER *64 FILE41,FILE42
C
      NF1=41
      NF2=42
C
      NUMARG=IARGC()
      IF (NUMARG.NE.2) THEN
        WRITE(*,*) 'x.aulamu *.alm1 *.alm2'
        STOP
      ELSE
        CALL GETARG(1,FILE41)
        CALL GETARG(2,FILE42)
      ENDIF
C
      OPEN(41,FILE=FILE41)
      OPEN(42,FILE=FILE42)
C
      CALL LPNLP (A,B,C,D,DLX,DLG,FE,FES,FI,FIS,GAL,GE,GF,GI,GO,H,HE,
&HI,HVL,HVU,IX,R,X,XT)
C
      STOP
      END

```

De argumenten in de definitie van de dimensies zijn hier symbolisch voorgesteld. Tijdens de uitvoering van het programma worden op de corresponderende plaatsen de overeenkomstige gehele getallen ingevuld. Het symbool NVAR duidt op het aantal x_i -variabelen, NEVA op het aantal gelijkheidsvoorwaarden en NIVA op het aantal ongelijkheidsvoorwaarden. In het hierboven beschreven oproepend program zijn de argumenten NVAR, NEVA en NIVA gelijkgesteld aan 100.

SUBROUTINE FXNS. De door de gebruiker voorziene subroutine FXNS registreert de te optimaliseren doelfunctie (F), de linkerzijden van alle gelijkheidsvoorwaarden (FE) en de linkerzijden van alle ongelijkheidsvoorwaarden (FI). De rechterzijden van de gelijkheids- en ongelijkheidsvoorwaarden zijn de constante vektoren A en B van de vergelijkingen en worden ingevoerd via het ALM1-invoerbestand. Ook de begrensde variabelen worden, samen met hun boven- en ondergrenswaarden, via het ALM1-bestand ingevoerd. Door de constante termen van de vergelijkingen via dit bestand in te voeren, kunnen deze termen steeds gewijzigd worden en kan het programma opnieuw ten uitvoer worden gebracht zonder de vergelijkingen opgenomen in deze subroutine te moeten hercoderen. De subroutine FXNS heeft het volgende uitzicht:

```

      SUBROUTINE FXNS (X,F,FE,FI)
C
      PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)

```



```

C
      REAL *8 X(NVAR),FE(NEVA),FI(NIVA)
      COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
C
C OBJECTIVE FUNCTION F
C
      F=..... doelfunctie.
C
C LEFT-HAND SIDE OF EQUALITY CONSTRAINTS FE(1),...,FE(NE)
C
      FE(1)=..... NE gelijkheidsvoorwaarden;
      .               als NE=0, geen registratie.
      .
      .
      FE(NE)=.....
C
C LEFT-HAND SIDE OF INEQUALITY CONSTRAINTS FI(1),...,FI(NI)
C
      FI(1)=..... NI ongelijkheidsvoorwaarden;
      .               als NI=0, geen registratie.
      .
      .
      FI(NI)=.....
C
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE GRAD. De niet-constante gradiënt-komponenten zijn diegenen, die in tegenstelling tot de constante gradiënt-komponenten, op één of andere manier afhankelijk zijn van x . De door de gebruiker voorziene subroutine GRAD, verschaft aan het algoritme de niet-constante gradiënt-komponenten GF, GE en GI van de doelfunctie F en tevens die van alle gelijkheids- en ongelijkheidsvoorwaarden, respektievelijk FE en FI. De constante gradiënt-komponenten anderzijds, mogen worden ingevoerd via het ALM1-bestand. Subroutine GRAD wordt opgeroepen na elke eenrichtingsopzoeking waarbij er een nieuw punt gevonden is. Indien er geen niet-constante gradiënt-komponenten in de probleemfuncties aanwezig zijn (b.v. een lineair programmeringsprobleem), moeten de beweringen SUBROUTINE, REAL *8, RETURN en END toch door de gebruiker worden ingevoerd. Subroutine GRAD heeft over het algemeen de volgende vorm:

```

      SUBROUTINE GRAD (X,GF,GE,GI)
C
      PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
      REAL *8 X(NVAR),GF(NVAR),GE(NVAR*NEVA),GI(NVAR*NIVA)
      COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
C
C GRADIENT OBJECTIVE FUNCTION GF(1),...,GF(N)

```



```

C
GF(1)=..... N componenten van de gradiënt van F.
.           Indien een gegeven GF-komponent een
.           constante is, hoeft het hier niet ge-
.           registreerd te worden. Indien er geen
.           niet-constante GF-komponenten zijn,
GF(N)=..... is registratie overbodig.

C
C GRADIENT EQUALITY CONSTRAINTS GE(1),...,GE(N*NE)
C
GE(1)=..... N componenten van de gradiënt van FE(1),
.           dan N van zulke componenten voor FE(2),
.           ..., daarna N van zulke componenten voor
.           FE(NE). Als een gegeven GE-komponent een
.           constante is, hoeft het hier niet gere-
.           gistreerd te worden. Indien NE=0, is er
GE(N*NE)=..... geen registratie nodig.

C
C GRADIENT INEQUALITY CONSTRAINTS GI(1),...,GI(N*NI)
C
GI(1)=..... N componenten van de gradiënt van FI(1),
.           dan N van zulke componenten voor FI(2),
.           ..., daarna N van zulke componenten voor
.           FI(NI). Indien NI=0, is registratie
.           onnodig. Als een gegeven GI-komponent
.           een constante is, hoeft het hier niet
GI(N*NI)=..... geregistreerd te worden.

C
RETURN
END

```

De gradiënt-komponenten die gelijk zijn aan nul hoeven niet te worden aangeduid. Subroutine INITL stelt automatisch alle gradiënt-komponenten gelijk aan nul, nog voor de initialisatie van de constante componenten via het ALM1-bestand plaatsvindt en nog voor de eerste oproep aan subroutine GRAD wordt gemaakt.

5.3.2.2. OPROEP VAN HET EIGENLIJK REKENPROGRAMMA AULAMU

Het besturingsbestand dat geschreven is in UNIX-V3.0 voor de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent, nodig om het eigenlijk rekenprogramma AULAMU op te roepen, is als volgt:

```
x.aulamu $1.alm1 $1.alm2
```

Deze besturingslijn werd samengebracht onder de procedurenaam p.aulamu. Het eigenlijk rekenprogramma wordt opgeroepen door deze procedure op te starten. Dit gebeurt door het inbrengen

van de volgende lijn:

p.aulamu (bestandsnaam)

5.3.2.3. HET ALM2-UITVOERBESTAND

Tijdens de uitvoering van het rekenprogramma AULAMU, worden de gegevens voor het berekenen van het numeriek optimum afgelezen uit het ALM1-invoerbestand; tegelijkertijd wordt het ALM2-uitvoerbestand gecreëerd. In het ALM2-bestand, dat verbonden wordt met het nummer 42 (NF2=42), worden na elk gewenste aantal opzoekingen de resultaten van het berekeningsproces neergeschreven. Dit uitvoerbestand kan worden opgeroepen om de resultaten vlug na te zien of eventueel uit te printen.

De eerste lijnen van het ALM2-bestand zijn een echo van de gebruikte algoritme-parameters, die gelezen worden van het ALM1-bestand. Het zijn de parameters die het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme definiëren: de initiële kondities van de variabelen, convergentie- en aanpassingscriteria, berekeningsmethoden, stopvoorwaarden, printintervallen geassocieerd met de output en aanvangswaarden van de initieel gekozen variabelen en de probleefuncties.

Na deze lijnen wordt, indien gewenst (bij NPRINT=J, met $J \in \{1, 2, \dots, \text{IMAX}\}$), de algemene zoekpuntsinformatie voor het maximum van een eenrichtingsopzoeking gegeven. De zoekpuntsinformatie bestaat uit het aantal oproepen aan de subroutines FXNS en GRAD, de waarde van de doelfunctie, de waarde van de opzoekingsrichting en de waarde(n) van de variabele(n). Bij ingave van NUP=0 wordt bovendien ook de aanpassingsinformatie gegeven. Deze informatie bestaat uit de waarden van de probleefuncties, samen met de waarden van hun geassocieerde multiplicatoren.

Tenslotte wordt op de laatste lijnen van het uitvoerbestand een echo weergegeven van de uiteindelijke waarden van de probleefuncties en de waarden van hun geassocieerde multiplicatoren. Verder worden op deze lijnen ook het aantal oproepen aan de subroutines FXNS en GRAD, de opzoekingsrichting en de waarde(n) van de variabele(n) neergeschreven. In bijlage B.4.3 zijn voorbeelden opgenomen van het ALM2-bestand.

5.4. TESTPROBLEMEN VOOR HET PROGRAMMA AULAMU

In de voorgaande paragrafen van dit hoofdstuk werd de aandacht vooral gevestigd op de mathematische eigenschappen van de algemene formulering van het voorwaardelijk niet-lineair probleem. Het theoretisch raamwerk voor probleemformulering, identificatie van de optimale oplossing en een toepassing van deze theorie in een werkend algoritme, werden er tevens gepresenteerd. In deze paragraaf zal tot slot van dit hoofdstuk worden overgegaan op de toetsing van het programma AULAMU aan de hand van verschillende testproblemen afkomstig uit de literatuur. Voor elk testprobleem zal telkens een mathematische formulering worden gegeven, die vervolgens zal worden opgelost met behulp van het te testen programma. De doelfunctie en de eventueel bijbehorende systeemvoorwaarden zijn voor de testproblemen steeds expliciet geformuleerd. De waarden die bekomen worden met het programma AULAMU zullen telkens worden vergeleken met de waarden die in de literatuur voor hetzelfde probleem werden verkregen. Door van hetzelfde probleem de resultaten met elkaar te vergelijken, kunnen conclusies worden getrokken over het al dan niet wel functioneren van de computercode van het programma.

Het programma AULAMU zal in de hiernavolgende paragrafen eerst worden toegepast op een lineair probleem en vervolgens op verschillende vormen van niet-lineaire problemen. Alle testproblemen zullen worden opgelost met de vier verschillende zoekrichtingsmethoden:

1. De DFP-zoekrichtingsmethode ($ISS=0$ & $IRESET=0$).
2. De DFP-zoekrichtingsmethode met terugzetting op de gradiënt-richting na elke opzoekingscyclus van minstens N eenrichtingsopzoekingen sinds de laatste terugzetting ($ISS=0$ & $IRESET=1$).
3. De SSVM-zoekrichtingsmethode ($ISS=1$ & $IRESET=0$).
4. De SSVM-zoekrichtingsmethode met terugzetting op de gradiënt-richting na elke opzoekingscyclus van minstens N eenrichtingsopzoekingen sinds de laatste terugzetting ($ISS=1$ & $IRESET=1$).

De oplossing die met het programma AULAMU voor elk van deze vier zoekrichtingsmethoden wordt verkregen, wordt steeds vergeleken met de waarde uit de literatuur. Als maatstaf voor vergelijking van de vier methoden ten opzichte van elkaar, wordt hier gebruik gemaakt van de tijd die nodig is om voor de doelfunctie een optimale waarde te bekomen die goed overeenkomt met de literatuurwaarde. De vergelijking wordt dus gemaakt op basis van het aantal opzoekingen (iteraties), het

aantal oproepen aan subroutine FXNS en het aantal oproepen aan subroutine GRAD, nodig om het testprobleem te optimaliseren. Zo kan voor elk testprobleem afzonderlijk worden vastgesteld welk van de zoekrichtingsmethoden qua benodigde computertijd de voordeligste is. Hierbij moet wel worden opgemerkt dat de computertijd sterk kan variëren naargelang van de gebruikte computertaal en de soort computer waarop het programma wordt gelopen (KUESTER & MIZE, 1973; CHAPRA & CANALE, 1988). Ter duidelijkheid wordt hier vermeld dat de in deze paragraaf gepresenteerde testproblemen werden opgelost met het FORTRAN-code programma AULAMU, op de SIEMENS 7570-CX van het Academisch Rekencentrum van de Universiteit Gent. Er werd hiervoor gebruik gemaakt van een procedure geschreven in BS2000 V9.5.

5.4.1. EEN LINEAIR PROBLEEM

Een lineair probleem is een probleem waarvan zowel de doelfunctie als de functies van de systeemvoorwaarden lineair zijn. Het lineair testprobleem dat hier zal worden behandeld is gehaald uit het werk van KUESTER & MIZE (1973) en wordt mathematisch als volgt geformuleerd:

- zoek een punt $x=(x_1; x_2; x_3)$ om de doelfunctie $f(x)$ te maximaliseren:
 $\max f(x) = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$
- onderwerp dit punt aan de volgende systeemvoorwaarden:
 $2x_1 + 3x_2 \leq 8$
 $2x_2 + 5x_3 \leq 10$
 $3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 16$

Tab. 5.3. Het lineair testprobleem.

BEREKENINGS- WIJZE	METHODE		AANTAL ITERA- TIES	AANTAL OPROE- PEN AAN FXNS	AANTAL OPROE- PEN AAN GRAD	DOEL- FUNC- TIE $f(x)$	VARIABLEN		
	ISS	IRESET					x_1^*	x_2^*	x_3^*
WAARDE VERKREGEN MET PROGRAMMA AULAMU	0	0	15	49	16	18,93	2,54	0,98	1,61
	0	1	15	49	16	18,93	2,54	0,98	1,61
	1	0	16	54	17	18,93	2,54	0,98	1,61
	1	1	29	105	30	18,93	2,54	0,98	1,61
WAARDE UIT DE LITERATUUR						18,93	2,54	0,98	1,61

Voor dit probleem vonden KUESTER & MIZE (1973) een optimale waarde bij $x^*=(2,54; 0,98; 1,61)$, waarbij $f(x^*)$ de waarde heeft van 18,93 (Tab. 5.3).

Bovenstaand probleem werd als standaard lineair testprobleem opgelost met het programma AULAMU. De parameterinstellingen van het algoritme waren als volgt (paragraaf 5.3.1.2 en tabel 5.1):

- $N = 3$ (aantal variabelen);
- $\varepsilon_1 = 10^{-8}$ (deel van het convergentie criterium) en $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10^{-3}$ (deel van het aanpassingscriterium);
- NSRCH = 7 (maximaal aantal eenrichtingsopzoeken van elke opzoekingscyclus);
- IMAX = 1000 (maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken).

Het initiële startpunt van:

- $x_i = 1$, $i = 1, 2, 3$ (variabelen);
- $w_2 = 0,25$ en $w_3 = 0,25$ (strafgewichten);
- $w_{2\max} = 32$ en $w_{3\max} = 32$ (maximumwaarde voor de strafgewichten);
- WF = 4 (aanpassingsfaktor voor de strafgewichten);
- $\beta_j = 0$, $j = 1, 2, 3$ (multiplicatoren voor de ongelijkheidsvoorwaarden).

De resultaten van de vier zoekrichtingsmethoden zijn opgenomen in tabel 5.3. De gegevens van deze tabel werden uitgezet in figuren 5.6 en 5.7. Uit tabel 5.3 en figuur 5.6 kan worden opgemaakt dat voor elk van de vier methoden een maximumpunt gevonden wordt dat overeenkomt met $x^*=(2,54; 0,98; 1,61)$ en een doelfunctie-waarde van $f(x^*)=18,93$. De resultaten verkregen met het programma komen dus overeen met de literatuurwaarde. De overeenstemmende Lagrange-multiplicatoren bij dit maximumpunt zijn: $\beta^*=(1,0976; 0,5833; 0,2668)$.

Uit tabel 5.3 en figuur 5.7 kan worden afgeleid welk van de vier zoekrichtingsmethoden qua computertijd de voordeligste is. Bij vergelijking van het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD, kan worden geconcludeerd dat de beste berekeningsmethoden voor het oplossen van het lineair probleem, diegenen zijn met ISS=0. Aangezien het aantal iteraties en het aantal oproepen bij die berekeningsmethoden minder zijn, zal de berekeningstijd met de computer voor het bekomen van een maximumwaarde geringer zijn.

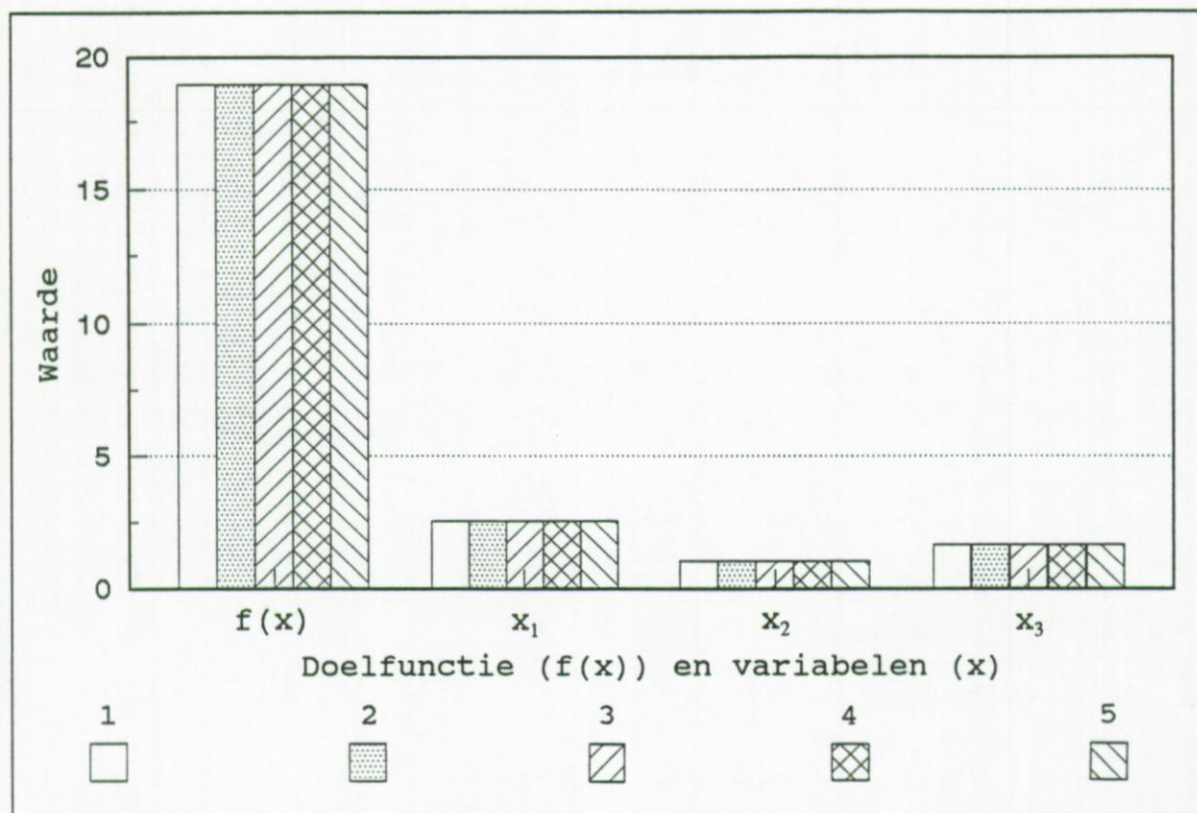


Fig. 5.6. Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het lineair testprobleem: 1. waarde uit de literatuur; 2. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=0; 3. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=1; 4. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=0; 5. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=1.

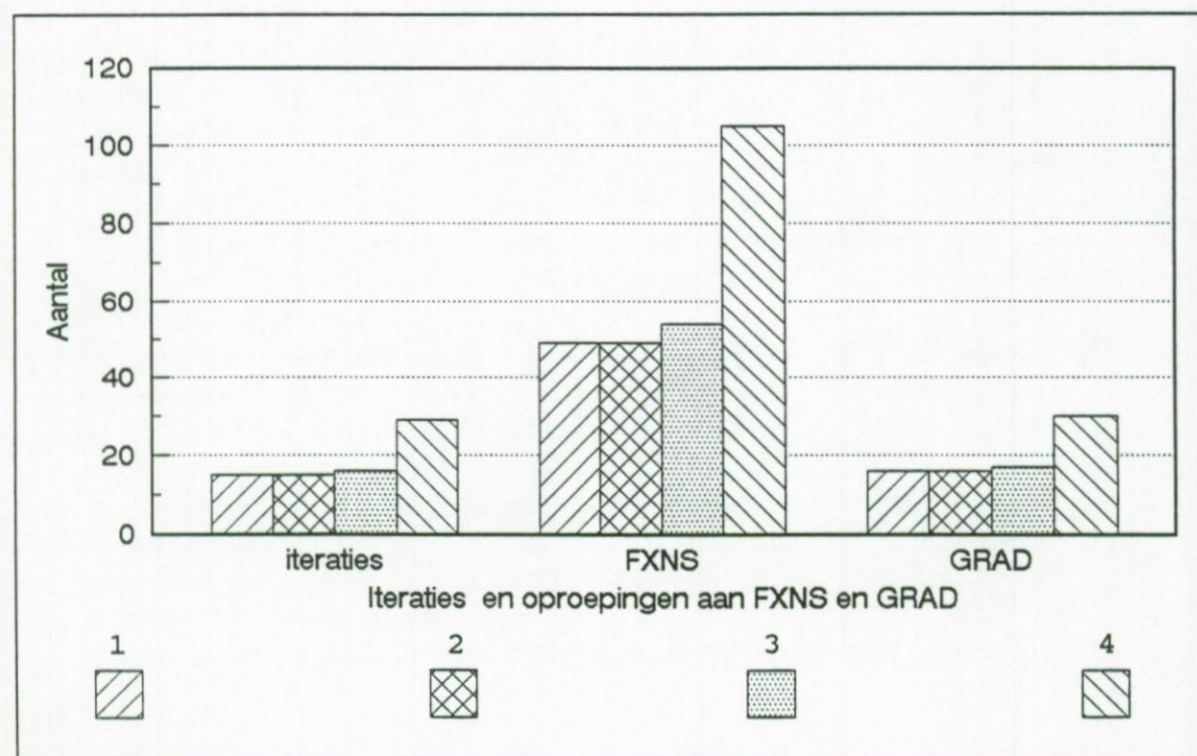


Fig. 5.7. Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het lineair testprobleem: 1. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=0; 2. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=1; 3. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=0; 4. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=1.

In bijlagen B.4.2.1 en B.4.3.1 zijn van het lineair testprobleem, bij de zoekrichtingsmethode ISS=0 en IRESET=0, een aantal bestanden opgenomen: de modificaties van subroutines FXNS en GRAD in het rekenprogramma AULAMU, het ALM1-invoerbestand en het ALM2-uitvoerbestand.

5.4.2. NIET-LINEAIRE PROBLEMEN

5.4.2.1. EEN PROBLEEM MET ÉÉN VARIABLE

Bij de problemen met één variabele onderscheidt men:

- de onvoorwaardelijke problemen met één variabele en
- de voorwaardelijke problemen met één variabele.

Het beschouwde onvoorwaardelijk probleem bevat slechts één variabele, die niet onderworpen is aan systeemvoorwaarden. Zou deze ene variabele echter wel onderworpen zijn aan één (meer) systeemvoorwaarde(n), dan zou men spreken van een voorwaardelijk probleem met één variabele. Het hier voorgelegde testprobleem is gebaseerd op een probleem beschreven door KUESTER & MIZE (1973) en wordt mathematisch geformuleerd als:

- zoek een punt $x=(x_1)$ om de doelfunctie $f(x)$ te maximaliseren:

$$\max f(x) = -x_1^4 + 12x_1^3 - 15x_1^2 - 56x_1 + 60$$

Bij het oplossen van het hierboven geformuleerd probleem verkregen KUESTER & MIZE (1973) een optimale waarde van $x^*=(0,87)$. De doelfunctie $f(x^*)$ heeft in dit punt een waarde van 88,9 (Tab. 5.4).

Tab. 5.4. Het testprobleem met één variabele.

BEREKENINGS- WIJZE	METHODE		AANTAL ITERA- TIES	AANTAL OPROE- PEN AAN FXNS	AANTAL OPROE- PEN AAN GRAD	DOEL- FUNCTIE $f(x^*)$	VARIABLE x_1^*
	ISS	IRESET					
WAARDE VERKREGEN MET PROGRAMMA AULAMU	0	0	12	37	13	88,9	-0,87
	0	1	10	27	11	88,9	-0,87
	1	0	12	37	13	88,9	-0,87
	1	1	10	27	11	88,9	-0,87
WAARDE UIT DE LITERATUUR						88,9	-0,87

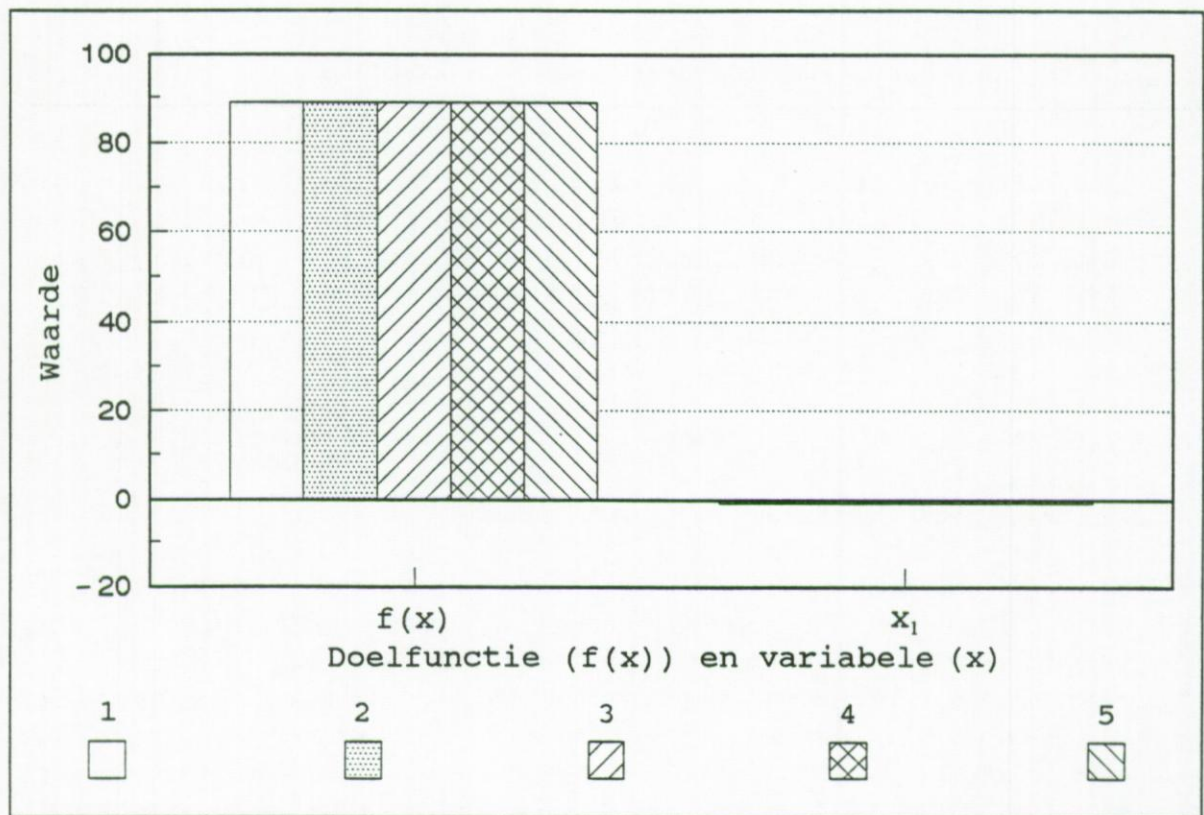


Fig. 5.8. Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het testprobleem met één variabele: 1. waarde uit de literatuur; 2. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=0; 3. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=1; 4. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=0; 5. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=1.

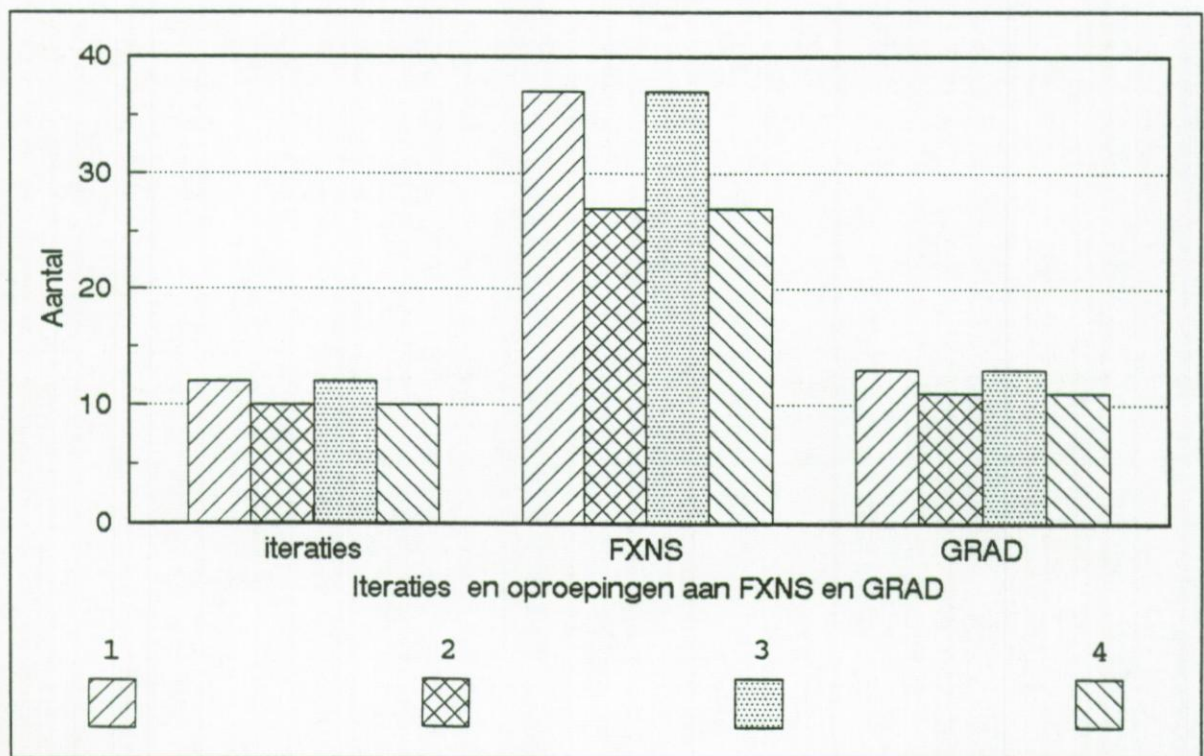


Fig. 5.9. Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het testprobleem met één variabele: 1. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=0; 2. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=1; 3. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=0; 4. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=1.

Hetzelfde probleem werd ook opgelost met behulp van het programma AULAMU. De volgende parameter-instellingen werden aangewend (paragraaf 5.3.1.2 en tabel 5.1):

- $N = 1$ (aantal variabelen);
- $\varepsilon_1 = 10^{-8}$ (deel van het konvergentiecriterium) en $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10^{-3}$ (deel van het aanpassingscriterium);
- NSRCH = 3 (maximaal aantal eenrichtingsopzoeken van elke opzoekingscyclus);
- IMAX = 100 (maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken).

Het initiële startpunt voor variabele $x_i=0$, $i=1$. De resultaten bekomen met de vier zoekrichtingsmethoden zijn aangegeven in tabel 5.4. Met behulp van de gegevens van deze tabel werden figuren 5.8 en 5.9 geconstrueerd. In tabel 5.4 en figuur 5.8 is te zien dat het maximumpunt dat voor alle vier methoden gevonden wordt gelijk is aan $x^*=(0,87)$ en dat de doelfunctie in dit punt een waarde heeft van $f(x^*)=88,9$. De met het programma verkregen waarden stemmen dus overeen met de literatuurwaarde.

Met behulp van tabel 5.4 en figuur 5.9 kan worden vastgesteld, dat bij een berekeningsmethode met IRESET=1 het aantal iteraties en aantal oproepen aan subroutine FXNS en GRAD duidelijk minder zijn ten opzichte van een berekeningsmethode met IRESET=0, waardoor de berekeningstijd met de computer voor het bekomen van de maximumwaarde ook beduidend minder zal zijn. Er kan dus worden gesteld dat de beste methoden voor het oplossen van een onvoorwaardelijk probleem met één variabele, die zijn waarbij IRESET=1.

5.4.2.2. PROBLEMEN MET MEERDERE VARIABELEN

5.4.2.2.1. Onvoorwaardelijk probleem met meerdere variabelen

Het onvoorwaardelijk probleem met meerdere variabelen dat hier als testprobleem zal worden aangewend, wordt opnieuw betrokken uit het werk van KUESTER & MIZE (1973). Dit testprobleem wordt mathematisch geformuleerd als:

- zoek een punt $x=(x_1; x_2)$ om de doelfunctie $f(x)$ te maximaliseren:

$$\max f(x) = 3803,84 + 138,08x_1 + 232,92x_2 - 123,08x_1^2 - 203,64x_2^2 - 182,25x_1x_2$$

KUESTER & MIZE (1973) vonden voor dit probleem een optimale waarde van $x^*=(0,2057; 0,4799)$, met een doelfunctie-waarde gelijk aan $f(x^*)=3873,9$ (Tab. 5.5).

Tab. 5.5. Het onvoorwaardelijk testprobleem met meerdere variabelen.

BEREKENINGS- WIJZE	METHODE		AANTAL ITERA- TIES	AANTAL OPROE- PEN AAN FXNS	AANTAL OPROE- PEN AAN GRAD	DOEL- FUNCTIE $f(x^*)$	VARIABLEN	
	ISS	IRESET					x_1^*	x_2^*
WAARDE VERKREGEN MET PROGRAMMA AULAMU	0	0	8	30	9	3873,9	0,2056	0,4799
	0	1	8	30	9	3873,9	0,2056	0,4799
	1	0	10	33	11	3873,9	0,2058	0,4797
	1	1	10	36	11	3873,9	0,2059	0,4797
WAARDE UIT DE LITERATUUR						3873,9	0,2057	0,4799

Hetzelfde probleem werd met het programma AULAMU opgelost. De parameter-instellingen hierbij waren (paragraaf 5.3.1.2 en tabel 5.1):

- $N = 2$ (aantal variabelen);
- $\varepsilon_1 = 10^{-8}$ (deel van het convergentiecriteria) en $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10^{-4}$ (deel van het aanpassingscriterium);
- NSRCH = 5 (maximaal aantal eenrichtingsopzoeken van elke opzoekingscyclus);
- IMAX = 100 (maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken).

Het initiële startpunt van de variabelen $x_1=1$ en $x_2=2$. De met het programma verkregen waarden zijn opgenomen in tabel 5.5. De gegevens van deze tabel worden in figuren 5.10 en 5.11 grafisch voorgesteld. Het maximumpunt dat voor elk van de vier zoekrichtingsmethoden bekomen wordt is ongeveer gelegen bij $x^*=(0,206; 0,480)$ en de waarde van de doelfunctie $f(x^*)$ bedraagt er 3873,9 (Tab. 5.5 en Fig. 5.10). Er kan dus worden aangenomen dat de resultaten van het programma AULAMU goed overeenstemmen met de door KUESTER & MIZE (1973) gevonden waarden.

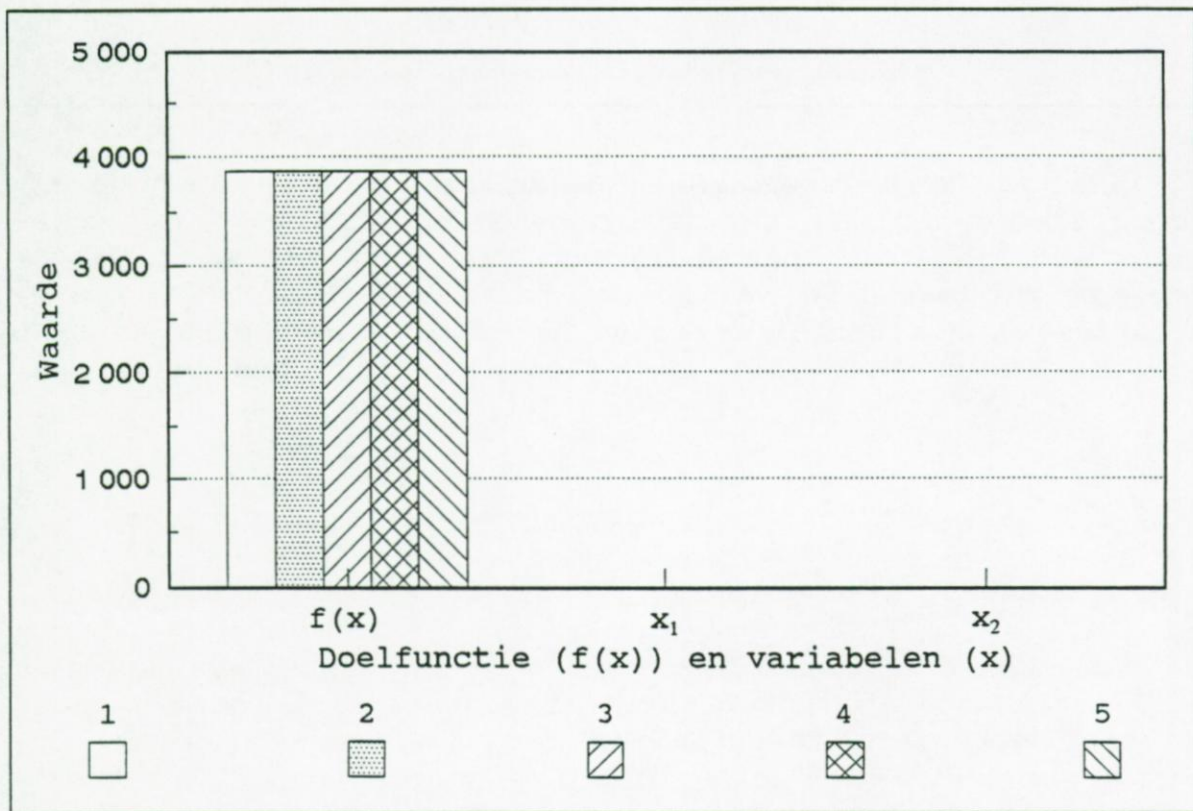


Fig. 5.10. Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het onvoorwaardelijk testprobleem met meerdere variabelen: 1. waarde uit de literatuur; 2. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=0; 3. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=1; 4. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=0; 5. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=1.

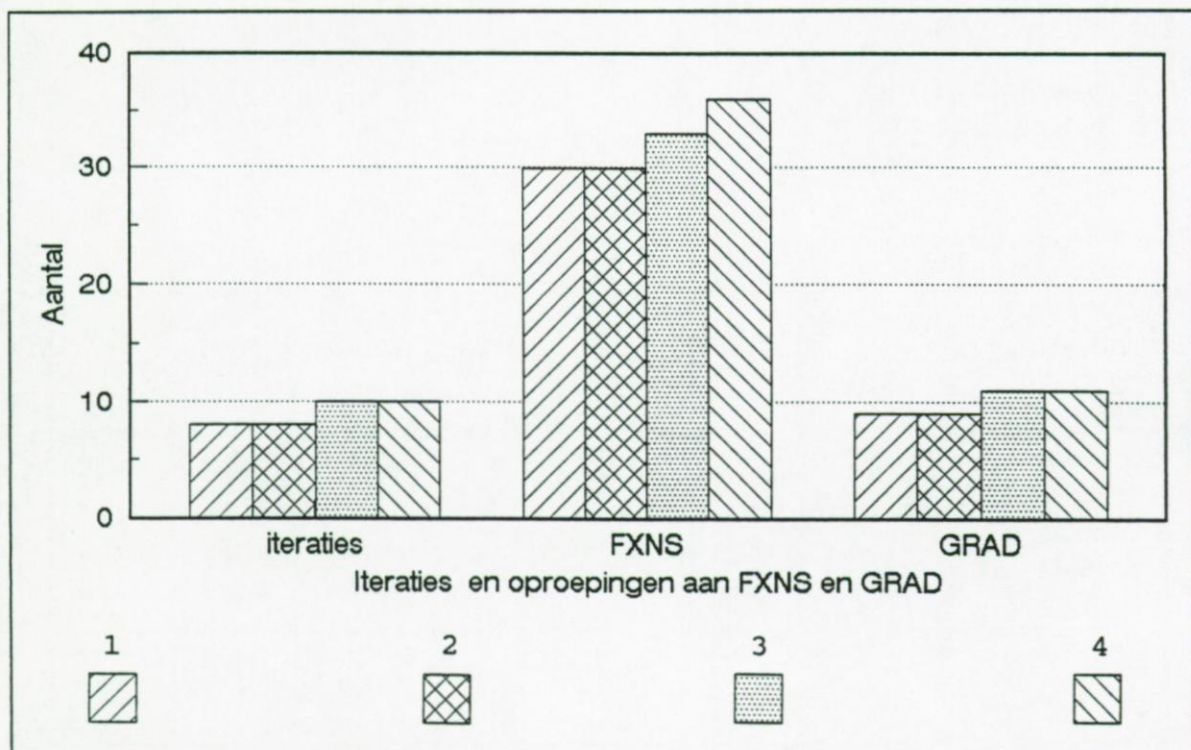


Fig. 5.11. Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het onvoorwaardelijk testprobleem met meerdere variabelen: 1. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=0; 2. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=1; 3. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=0; 4. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=1.

Aan de hand van tabel 5.5 en figuur 5.11 kan worden geconcludeerd dat de berekeningsmethoden met $ISS=0$ de voordeligste zijn voor het oplossen van het onvoorwaardelijk probleem met meerdere variabelen, daar met $ISS=0$ het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD kleiner zijn en bijgevolg ook de computertijd gereduceerd zal zijn.

5.4.2.2.2. Voorwaardelijke problemen met meerdere variabelen

5.4.2.2.2.1. Een voorwaardelijk probleem met twee variabelen

Van een voorwaardelijk probleem is sprake wanneer de doelfunctie aan minstens één systeemvoorwaarde is onderworpen. Het hier gebruikte testprobleem met twee variabelen is afkomstig uit KUESTER & MIZE (1973) en wordt mathematisch op de volgende wijze geformuleerd:

- zoek een punt $x=(x_1; x_2)$ om doelfunctie $f(x)$ te maximaliseren:

$$\max f(x) = 3803,84 + 138,08x_1 + 232,92x_2 - 123,08x_1^2 - 203,64x_2^2 - 182,25x_1x_2$$

- onderwerp dit punt aan de volgende systeemvoorwaarden:

$$0,0 \leq x_1 \leq 2,0$$

$$0,0 \leq x_2 \leq 2,5$$

Tab. 5.6. Het voorwaardelijk testprobleem met twee variabelen.

BEREKENINGS- WIJZE	METODE		AANTAL ITERA- TIES	AANTAL OPROE- PEN AAN FXNS	AANTAL OPROE- PEN AAN GRAD	DOEL- FUNCTIE $f(x^*)$	VARIABLEN	
	ISS	IRESET					x_1^*	x_2^*
WAARDE VERKREGEN MET PROGRAMMA AULAMU	0	0	7	35	8	3873,9	0,2057	0,4799
	0	1	7	35	8	3873,9	0,2057	0,4799
	1	0	13	41	14	3873,9	0,2057	0,4799
	1	1	12	47	13	3873,9	0,2059	0,4797
WAARDE UIT DE LITERATUUR						3873,9	0,2057	0,4799

KUESTER & MIZE (1973) verkregen voor dit probleem een optimale waarde van $x^*=(0,2057; 0,4799)$ met een doelfunctie-waarde $f(x^*)$ die in dit punt gelijk is aan 3873,9 (Tab. 5.6).

Het voorwaardelijk probleem met twee variabelen werd ook opgelost met het programma AULAMU. De parameter-instellingen waren hierbij als volgt (paragraaf 5.3.1.2 en tabel 5.1):

- $N = 2$ (aantal variabelen);
- $\varepsilon_1 = 10^{-8}$ (deel van het convergentie criterium) en $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10^{-4}$ (deel van het aanpassingscriterium);
- NSRCH = 5 (maximaal aantal eenrichtingsopzoeken van elke opzoekingscyclus);
- IMAX = 100 (maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken).

Het initiële startpunt van:

- $x_i = 1$, $i = 1, 2$ (variabelen);
- $w_3 = 0,25$ (strafgewicht);
- $w_{3\max} = 32$ (maximumwaarde voor de strafgewicht);
- WF = 4 (aanpassingsfaktor voor de strafgewicht);
- $\beta_j = 0$, $j = 1, 2, 3, 4$ (multiplicatoren voor de ongelijkheidsvoorwaarden).

Voor de resultaten die met het programma AULAMU verkregen werden, wordt verwezen naar tabel 5.6. Met de informatie gehaald uit deze tabel werden figuren 5.12 en 5.13 opgesteld. Zowel uit tabel 5.6 als uit figuur 5.12 blijkt dat het gevonden maximumpunt ongeveer gelijk is aan $x^*=(0,2057; 0,4799)$, met een doelfunctie-waarde van $f(x^*)=3873,9$. Bijgevolg kan worden gesteld dat de resultaten redelijk goed overeenstemmen met de literatuurwaarde. De bijbehorende Lagrange-multiplicatoren voor dit maximumpunt komen overeen met $\beta^*=(0; 0; 0; 0)$. De multiplicatoren zijn respectievelijk geassocieerd met $x_1 \geq 0,0$, $x_1 \leq 2,0$, $x_2 \geq 0,0$ en $x_2 \leq 2,5$.

Uit tabel 5.6 en figuur 5.13 kan het verschil in werkwijze tussen de vier zoekrichtingsmethoden van het programma AULAMU worden afgeleid. Het is duidelijk dat met ISS=0 het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD minder zijn, waardoor de berekeningstijd met de computer voor het vinden van een maximumwaarde relatief zal zijn afgenomen. Er mag hieruit dus worden opgemaakt dat de berekeningsmethoden met ISS=0 voor dit probleem vrijuit de betere methoden zijn.

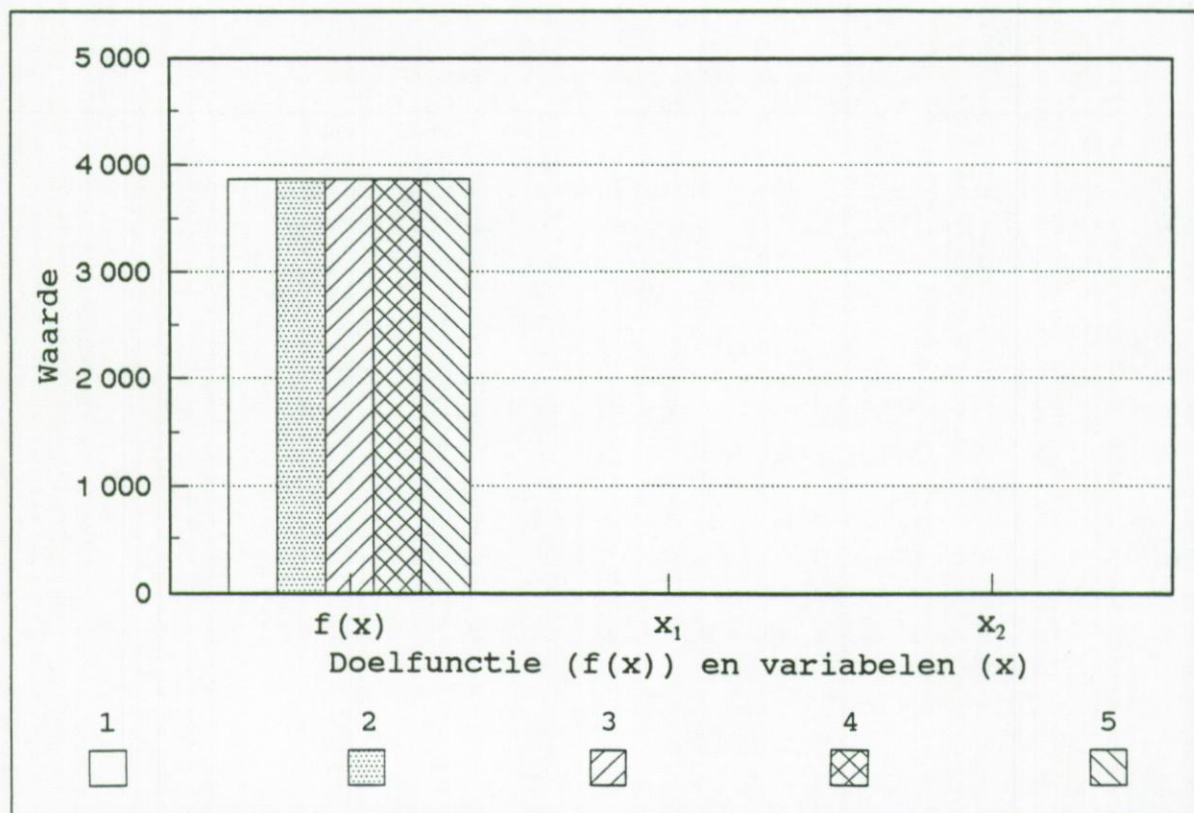


Fig. 5.12. Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het voorwaardelijk testprobleem met twee variabelen: 1. waarde uit de literatuur; 2. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=0; 3. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=1; 4. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=0; 5. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=1.

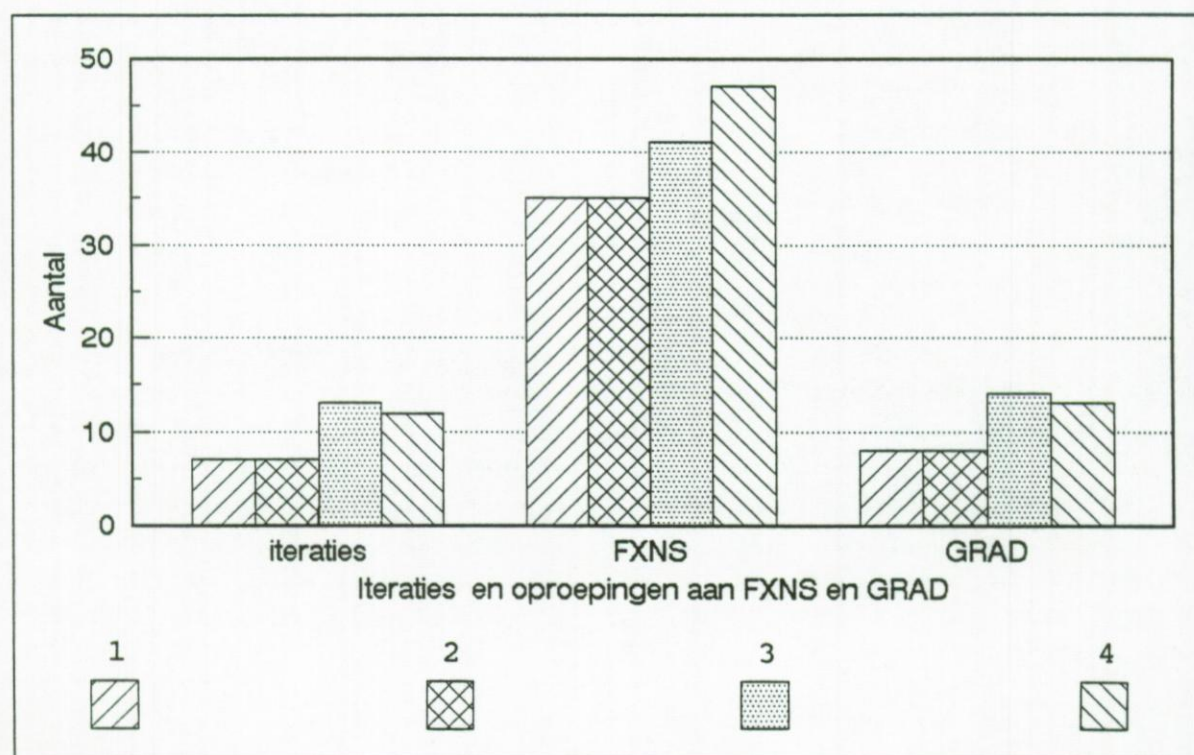


Fig. 5.13. Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het voorwaardelijk testprobleem met twee variabelen: 1. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=0; 2. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=1; 3. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=0; 4. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=1.

5.4.2.2.2. Een voorwaardelijk probleem met zeven variabelen

Het hier behandelde voorwaardelijk probleem met zeven variabelen is afkomstig uit PIERRE (1973):

- zoek een punt $x=(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7)$ om doelfunctie $f(x)$ te maximaliseren:

$$\max f(x) = 5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_1x_3 + 6x_4 + \frac{5x_5}{1+x_5} + \frac{8x_6}{1+x_6} + 10\{1 - 2\exp(-x_7) + \exp(-2x_7)\}$$

- onderwerp dit punt aan de volgende systeemvoorwaarden:

$$2x_4 + x_5 + 0,8x_6 + x_7 = 5$$

$$x_2^2 + x_3^2 + x_5^2 + x_6^2 = 5$$

7

$$\sum_{i=1}^7 x_i \leq 10$$

i=1

4

$$\sum_{i=1}^4 x_i \leq 5$$

i=1

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_6^2 - x_7^2 \leq 5$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

Voor dit probleem vond PIERRE (1973) een maximumwaarde van $x^*=(3,2418; 0; 1,6342; 0,1240; 0,8896; 1,2402; 2,8702)$, met een doelfunctie-waarde van $f(x^*)=44,4687$. Bovenstaand probleem werd opgelost met het programma AULAMU. De parameter-instellingen waren als volgt (paragraaf 5.3.1.2 en tabel 5.1):

- $N = 7$ (aantal variabelen);
- $\varepsilon_1 = 10^{-4}$ (deel van het convergentiecriterium) en $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10^{-1}$ (deel van het aanpassingscriterium);
- $NSRCH = 15$ (maximaal aantal eenrichtingsopzoeken van elke opzoekingscyclus);
- $IMAX = 100$ (maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken).

Het initiële startpunt van:

- $x_i = 0,1, \quad i = 1, 2, \dots, 7$ (variabelen);
- $w_1 = w_2 = w_3 = 1$ (strafgewichten);
- $w_{1\max} = w_{2\max} = w_{3\max} = 32$ (maximumwaarde voor de strafgewichten);
- $WF = 4$ (aanpassingsfaktor voor de strafgewichten);
- $\alpha_1 = 0$ en $\alpha_2 = 0$ (multiplicatoren voor de gelijkheidsvoorwaarden);
- $\beta_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 10$ (multiplicatoren voor de ongelijkheidsvoorwaarden).

Tab. 5.7. Het voorwaardelijk testprobleem met zeven variabelen.

BEREKENINGS- WIJZE	METHODE		AANTAL ITERA- TIES	AANTAL OPROE- PEN AAN FXNS	AANTAL OPROE- PEN AAN GRAD	DOEL- FUNCTIE $f(x^*)$	VARIABLEN						
	ISS	IRESET					x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	x_5^*	x_6^*	x_7^*
WAARDE	0	0	34	112	35	44,4684	3,2418	0	1,6341	0,1240	0,8896	1,2402	2,8702
VERKREGEN	0	1	45	140	46	44,4706	3,2419	0	1,6343	0,1243	0,8892	1,2403	2,8700
MET PROGRAMMA	1	0	50	164	51	44,4688	3,2422	0	1,6336	0,1240	0,8892	1,2413	2,8697
AULAMU	1	1	85	300	86	44,4689	3,2420	0	1,6339	0,1241	0,8903	1,2401	2,8695
WAARDE UIT DE LITERATUUR						44,4687	3,2418	0	1,6342	0,1240	0,8896	1,2402	2,8702

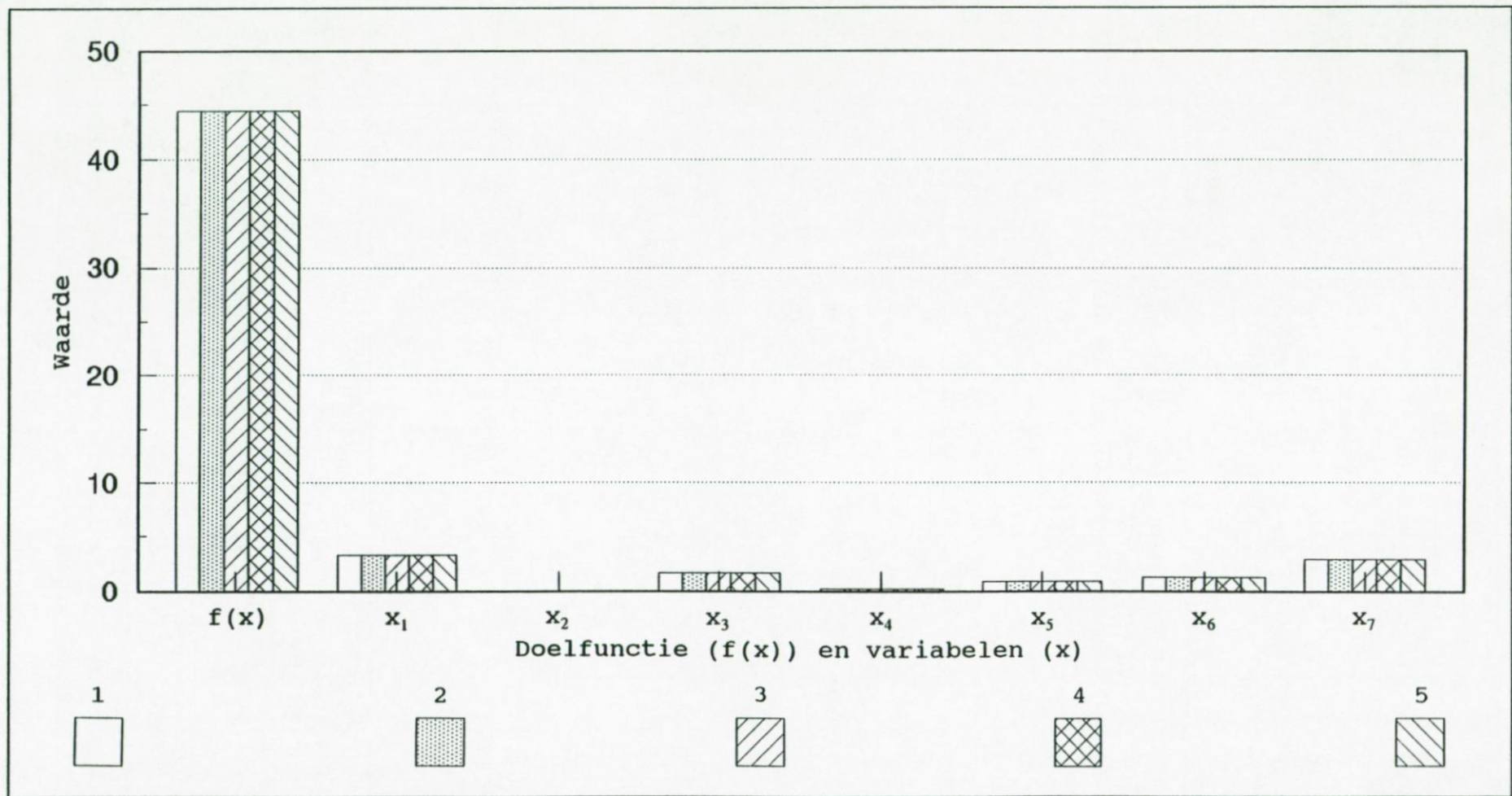


Fig. 5.14. Vergelijking tussen de waarden uit de literatuur en de waarden verkregen met het programma AULAMU voor het voorwaardelijk testprobleem met zeven variabelen: 1. waarde uit de literatuur; 2. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=0; 3. waarde met programma AULAMU bij ISS=0 & IRESET=1; 4. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=0; 5. waarde met programma AULAMU bij ISS=1 & IRESET=1.

De resultaten die bekomen werden met de vier zoekrichtingsmethoden zijn aangeduid in tabel 5.7. Deze resultaten worden in figuren 5.14 en 5.15 nogmaals weergegeven. Uit tabel 5.7 en figuur 5.14 blijkt dat met het programma een maximum gevonden wordt bij een waarde die ongeveer gelijk is aan $x^*=(3,2418; 0; 1,6341; 0,1240; 0,8896; 1,2402; 2,8702)$. De doelfunctie-waarde in dit punt is gelijk aan $f(x^*)=44,4684$. Er kan dus worden gesteld dat de resultaten vrij goed overeenkomen met de literatuurwaarde. De Lagrange-multipliatoren die bij dit maximaal punt horen zijn: $\alpha^*=(-0,3180; 0,1770)$ en $\beta^*=(1,3816; 5,2443; 0; 0; 1,6362; 0; 0; 0; 0; 0)$, waarbij de laatste zeven componenten van de β -multipliatoren geassocieerd zijn met $x_i \geq 0, i=1,2,\dots,7$.

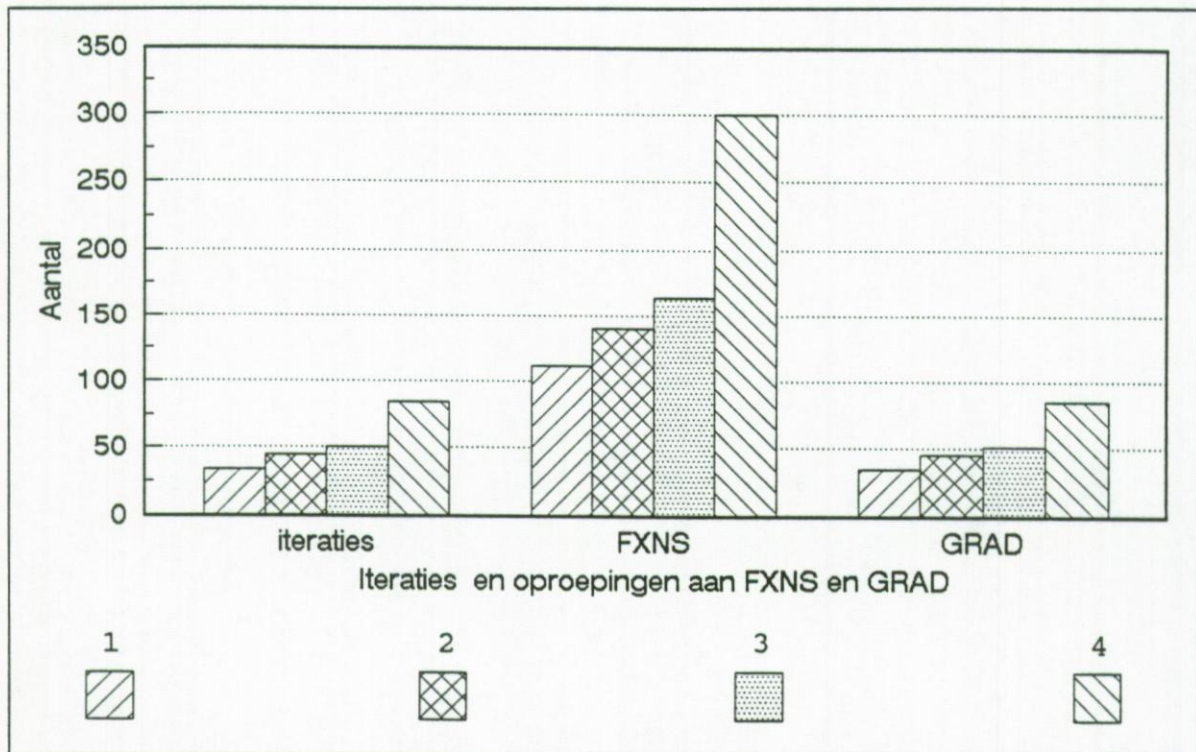


Fig. 5.15. Vergelijking tussen het aantal iteraties en het aantal oproepen aan subroutines FXNS en GRAD voor het voorwaardelijk testprobleem met zeven variabelen: 1. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=0; 2. zoekrichtingsmethode ISS=0 & IRESET=1; 3. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=0; 4. zoekrichtingsmethode ISS=1 & IRESET=1.

Aan de hand van tabel 5.7 en figuur 5.15 kan worden vastgesteld dat de betere zoekrichtingsmethoden voor het oplossen van het voorwaardelijk probleem met zeven variabelen die zijn met ISS=0 en IRESET=0, aangezien met die methoden minder itera-

ties en oproepen aan subroutines FXNS en GRAD worden gedaan, waardoor het vinden van een voorwaardelijk maximum minder tijd vergt. Voor dit probleem zijn voor een berekeningsmethode met ISS=0 en IRESET=0 in bijlagen B.4.2.2 en B.4.3.2 een aantal bestanden opgenomen: de modificaties van subroutines FXNS en GRAD in het rekenprogramma AULAMU, het ALM1-invoerbestand en het ALM2-uitvoerbestand.

Teneinde de doeltreffendheid van het programma AULAMU te toetsen werden een aantal testproblemen onderworpen aan het algoritme van dit programma. De eigenlijke toetsing wordt uitgevoerd door de resultaten van alle behandelde testproblemen verkregen met dit programma, te vergelijken met resultaten die voor hetzelfde probleem werden opgenomen in de literatuur. Aangezien de resultaten met het programma voor de verscheidene testproblemen over het algemeen overeenkomen met de oplossingen uit de literatuur, kan worden gesteld dat de computercode van programma AULAMU voldoet aan de verwachtingen.

HOOFDSTUK 6

HYDROGEOLOGISCH OPTIMALISATIEMODEL VOOR DE BEREKENING VAN EEN PUTTENCONFIGURATIE

In de voorgaande hoofdstukken zijn reeds de verschillende aspecten naar voren gebracht die bij de bepaling van een optimale puttenconfiguratie in een waterwinningsgebied in aanmerking genomen moeten worden. Het ligt in de bedoeling, via een hydrogeologisch optimalisatiemodel, al deze aspecten te integreren in één algemene computercode, die in staat zal zijn voor om het even welk hydrogeologisch probleem van de vorm van paragraaf 2.4 een puttenconfiguratie te berekenen in termen van optimale werkvoorwaarden en minimale kosten.

Bij de ontwikkeling van het hydrogeologisch optimalisatiemodel werd eerst het probleem van de maximaal toegestane verlaging tengevolge van een waterwinning in rekening gebracht. Hiervoor werden twee programma's voorgesteld, namelijk SIPURE en Mulpum (hoofdstuk 3). Deze programma's zijn in staat gebleken om de verlagingen in een veellagig grondwaterreservoir te berekenen en bieden dus een goed hulpmiddel om bij het zoeken naar optimale condities voor een waterwinning de mogelijke verlagingen over een bepaalde periode te controleren. De programma's SIPURE en Mulpum geven aldus voor de betrekkingen (2.28) en (2.30) van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem, het impliciet verband weer tussen enerzijds de veranderlijken, namelijk het aantal putten (x_1) en de minimale lengte van afvoerleidingen (x_2), en anderzijds het pompingsdebiet en de verlagingen.

In een tweede stap werd het probleem van de minimale lengte aangepakt. Het programma DISMOD gaf hiervoor een passende oplossing (hoofdstuk 4). Dit programma berekent voor een welbepaalde puttenconfiguratie in een grondwaterreservoir van een modelgebied, de minimale lengte van afvoerleidingen nodig om alle putten onderling te verbinden.

Vervolgens werd het programma AULAMU voorgesteld (hoofdstuk 5), welke in staat is voor een stelsel van expliciet geformuleerde wiskundige betrekkingen een numeriek optimum (x^*) te berekenen. Indien dus een gegeven optimaliseringsprobleem expliciet kan worden geformuleerd, dan kan over het algemeen met dit programma een optimale oplossing bekomen worden. In de praktijk is het helaas niet altijd even goed mogelijk alle probleemfuncties van een welbepaald probleem exact te formuleren, bijvoorbeeld omdat er enkel kwalitatieve informatie

beschikbaar is. In dergelijke gevallen is een berekening van een optimale oplossing vrijwel onmogelijk, tenzij het oorspronkelijk probleem in een expliciet geformuleerd probleem getransformeerd kan worden. Dit is bijvoorbeeld het geval voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem van paragraaf 2.4 (vergelijkingen (2.25), (2.28), (2.30) en (2.31)). Aangezien in dit probleem de veranderlijke x_2 (vergelijking (2.25)) en de probleemfuncties (2.28) en (2.30) allen een impliciete relatie uitdrukken, kan met het programma AULAMU voor dergelijk stelsel nooit een optimale oplossing gevonden worden. De toepasbaarheid van dit programma op het hydrogeologisch probleem schiet hierdoor sterk tekort. De enige manier om voor het impliciet hydrogeologisch optimalisatieprobleem toch nog een optimale oplossing te kunnen berekenen, is een computercode te ontwikkelen die in staat zal zijn ook impliciete verbanden bij de oplossingsprocedure te betrekken. Dergelijke eigenschappen vindt men terug in het hydrogeologisch optimalisatiemodel HYDALM.

Het model HYDALM wordt bekomen door samenvoeging van de programma's SIPURE, MULPUM, DISMOD en AULAMU (Fig. 2.32). Door koppeling van de eigenschappen van de programma's SIPURE, MULPUM en DISMOD aan die van het programma AULAMU, kan voor elk hydrogeologisch probleem geformuleerd zoals in paragraaf 2.4, een optimale oplossing gevonden worden voor wat betreft de optimale plaatsing van het aantal potentiële putten dat overeenstemt met een minimum aan kosten (vergelijking 2.25)). De plaatsing van deze putten gebeurt dusdanig dat er voldaan kan worden aan het vooropgestelde debiet (vergelijking (2.28)), de maximaal toegestane verlaging (betrekking (2.30)) en de grenzen van het waterwinningsgebied (betrekking (2.31)). Deze grenzen geven het gebied aan waarin de putten moeten worden geïnstalleerd.

In de komende paragrafen zal uitgebreid worden ingegaan op de werking van het model HYDALM. Eerst wordt in paragraaf 6.1 de theoretische achtergrond gegeven van het model. In paragraaf 6.2 wordt het programmapakket, welke is samengesteld uit drie invoerprogramma's en een eigenlijk rekenprogramma, besproken. De interactieve invoerprogramma's zorgen voor de invoerbestanden die het optimalisatieprobleem kunnen definiëren. Het eigenlijk rekenprogramma berekent aan de hand van de gegevens uit deze bestanden een optimale puttenconfiguratie in het grondwaterreservoir van het modelgebied. Dit rekenprogramma creëert gedurende zijn uitvoering verschillende uitvoerbestanden, welke alle resultaten van het berekenings-

proces bevatten. In paragraaf 6.3 wordt vervolgens de werking van het model HYDALM getest. Hiervoor zal gebruik worden gemaakt van het kunstmatig optimalisatieprobleem (paragraaf 3.3). Tenslotte wordt in paragraaf 6.4 het hydrogeologisch optimalisatieprobleem opgelost met het model HYDALM. Voor dit probleem wordt voor een waterwinning in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan (L2) in het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke, een optimale puttenconfiguratie berekend, een simulatie van de grondwaterverlagingen gegeven en de uitbatingskosten in termen van het aantal putten en meters afvoerleidingen geschat. Bij de uitgevoerde modelberekeningen wordt rekening gehouden met de op het terrein verzamelde gegevens (paragrafen 2.2 en 2.3).

6.1. OMSCHRIJVING VAN HET OPTIMALISATIEMODEL HYDALM

Het in FORTRAN-computercode geschreven mathematisch model HYDALM berekent voor elk hydrogeologisch optimalisatieprobleem, dat voldoet aan de structuur voorgesteld in paragraaf 2.4, een optimale oplossing met behulp van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme (hoofdstuk 5). Het model werkt in combinatie met het axiaal symmetrisch tweedimensionaal (AS2D) programma SIPURE (paragraaf 3.1). De computercode van het model komt tot stand door aanpassing van de programma's MULPUM (paragraaf 3.2), DISMOD (hoofdstuk 4) en AULAMU (hoofdstuk 5). Hierbij worden de programma's MULPUM en DISMOD als subroutines verwerkt in het programma AULAMU (Fig. 6.1). De computercodes van deze drie programma's worden zodanig gewijzigd dat het hydrogeologisch probleem kan worden opgelost. Dit probleem bestaat uit:

- een expliciete doelfunctie met de impliciete veranderlijke x_2 (vergelijking (2.25));
- een impliciete gelijkheidsvoorwaarde, namelijk de debietsfunctie (vergelijking (2.28));
- een impliciete ongelijkheidsvoorwaarde, te weten de verlagingsfunctie (betrekking (2.30));
- de expliciete randvoorwaarden (betrekking (2.31)).

De probleemafhankelijke subroutines van de computercode, die in figuur 6.1 worden aangegeven binnen de stippellijnen, bestaan uit de 12 subroutines van de algemene routine van het programma AULAMU (Fig. 5.5) met daarnaast 3 subroutines van het programma MULPUM (Fig. 3.6) en 5 subroutines van het programma DISMOD (Fig. 4.5).

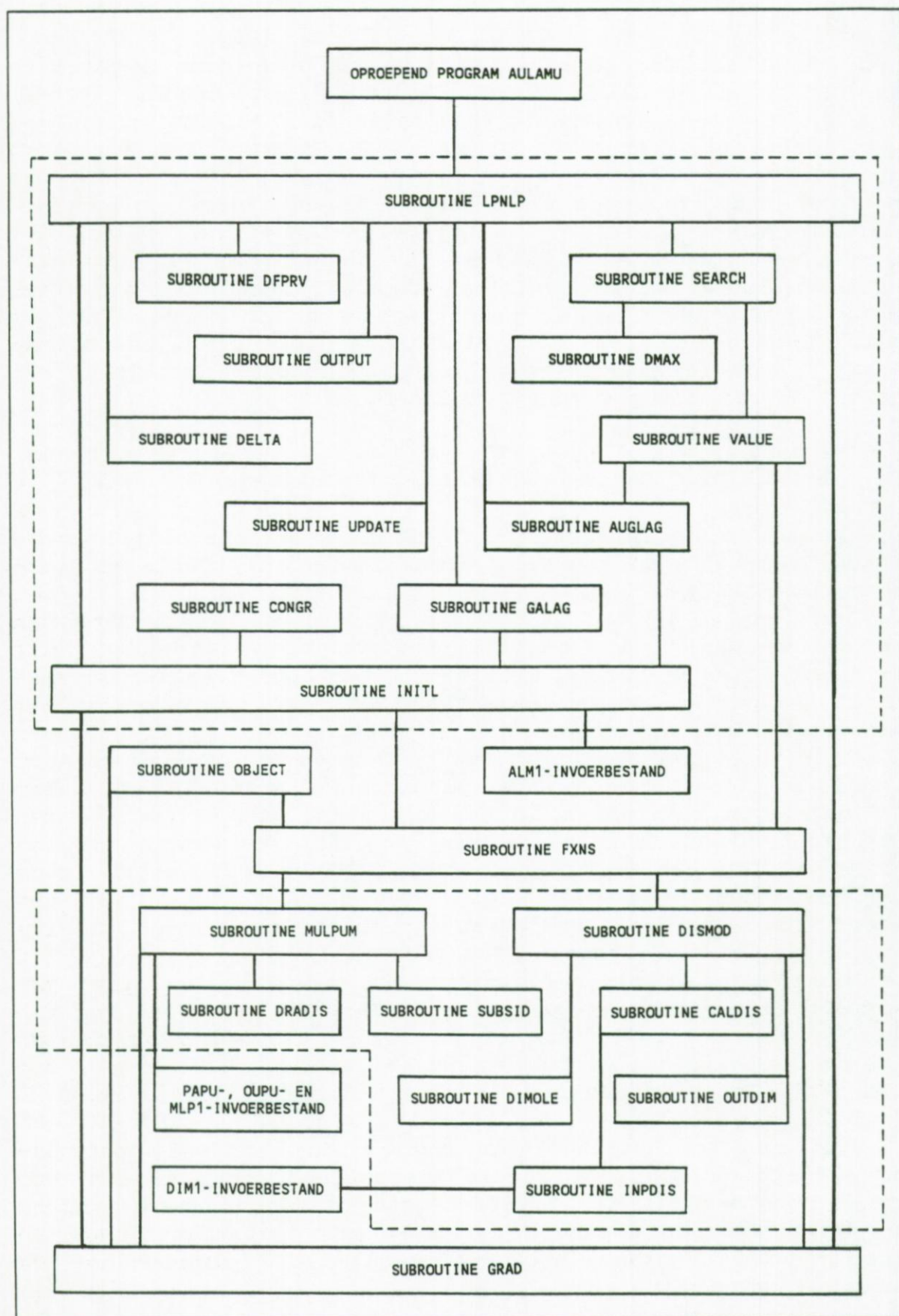


Fig. 6.1. Subroutines van het model HYDALM.

Er zijn dus 20 probleemafhankelijke subroutines, die in combinatie worden gebruikt met 5 databestanden (de PAPU-, OUPU-, MLP1-, DIM1- en ALM1-invoerbestanden) en 4 probleemafhankelijke routines (het oproepend program AULAMU en de subroutines OBJECT, FXNS en GRAD). De computercodes van de probleemafhankelijke subroutines blijven voor elk willekeurig hydrogeologisch optimalisatieprobleem constant. De 4 routines en de 5 databestanden moeten wel voor ieder optimalisatieprobleem afzonderlijk worden aangepast, daar zij voor elk probleem de specifieke voorstelling verschaffen en tevens de berekeningsmethoden van het model HYDALM van informatie voorzien. De databestanden en routines zullen in paragraaf 6.2 uitvoerig worden behandeld.

Teneinde het model HYDALM ten uitvoer te kunnen brengen is van het modelgebied een nauwkeurige kennis vereist van enerzijds de litostratigrafische en de hydrogeologische opbouw van het veellagig grondwaterreservoir en anderzijds de hydraulische parameters van de verschillende lagen. Deze parameters kunnen worden afgeleid op basis van pompproefgegevens. In het model HYDALM is de verticale discretisatie (Z-richting) van het gelaagd grondwaterreservoir identiek aan die van het programma SIPURE. Zodoende kan van hetzelfde PAPU-invoerbestand (Tab. 3.1) gebruik worden gemaakt. Bij de verticale discretisatie worden de verschillende litologische lagen onderverdeeld in een aantal homogene doorlatende, slecht doorlatende en zeer slecht doorlatende lagen. Deze lagen hebben een constante dikte en worden genummerd van onderen naar boven. De opdeling van het grondwaterreservoir in een willekeurig aantal horizontale lagen is vooral gebaseerd op de hydrogeologische en de litostratigrafische gegevens van het modelgebied, maar ook de ligging van het filterelement in elke bestaande put speelt hierbij een even belangrijke rol. Men moet er bovendien rekening mee houden dat de totale dikte van het grondwaterreservoir steeds gelijk moet zijn aan de som van de dikten van alle lagen. Dit grondwaterreservoir wordt van boven begrensd door de watertafel en de grens van de onderste laag, laag 1, wordt steeds als ondoorlatend verondersteld.

Elke horizontale laag wordt in het model HYDALM gekarakteriseerd door een horizontale doorlatendheid (k^h) en een specifieke elastische berging (S_A). De hydraulische weerstand (c) wordt tussen de middens van iedere laag beschouwd. De hoeveelheid water die geleverd wordt door een daling van de watertafel met een eenheid wordt in het model aangegeven als de bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S_0).

Naast de verticale discretisatie van het grondwaterreservoir in lagen, wordt in het model HYDALM ook iedere willekeurige laag horizontaal opgedeeld in een aantal vierkante cellen die samen een rechthoekig rooster vormen (Fig. 3.3). Dit rooster valt samen met de oppervlakte van het beschouwde modelgebied. Elk roosterpunt wordt gekarakteriseerd door ten opzichte van de oorsprong van een rooster de X- en Y-coördinaat te bepalen. De plaatsen van de putten ofwel de knooppunten worden op gelijkaardige wijze vastgesteld. In het model wordt het filterelement van elke put over de volledige dikte van de aangepompte laag aangebracht. Een quasi-driedimensionale voorstelling van het grondwaterreservoir (Fig. 3.4) kan worden bekomen door plaatsing van roosters in het midden van iedere laag van het axiaal symmetrisch netwerk. In het model HYDALM wordt deze voorstelling van het grondwaterreservoir als representatief beschouwd voor de werkelijke hydrogeologische opbouw van een groot gedeelte van het gebied.

Het model HYDALM moet steeds gebruikt worden in combinatie met het axiaal symmetrisch tweedimensionaal programma SIPURE. Dit programma vormt tijdens de uitvoering van zijn berekeningen een OUPU-bestand, waarin de verlaginggegevens van het axiaal symmetrisch netwerk tengevolge van een pumping met één put worden neergeschreven. De berekening van de verlagingen is gebaseerd op gegevens verzameld via een pompproef en de daaruit afgeleide hydraulische parameters. Het model HYDALM wordt aan dit OUPU-bestand gekoppeld (Fig. 6.1). Het axiaal symmetrisch netwerk bestaat uit een aantal opeenvolgende coaxiale ringen rond de pompput (Fig. 3.1). De hoogten van deze ringen komen overeen met de dikten van de lagen en de stralen nemen logaritmisch toe. De verste ring wordt op een zodanig grote afstand geplaatst dat de horizontale stroming doorheen de buitenste wand zo klein mogelijk blijft tot op het eind van de gesimuleerde tijd. Voor iedere ring wordt aan de nodale cirkel een waarde voor de verlaging toegekend in functie van de tijd. De verlagingen worden berekend door toepassing van een hybride eindig-verschil eindig-element methode op de wet van Darcy en op de continuïteitswet. Deze methode wordt aangewend om de numerieke basisvergelijkingen van de grondwaterstroming in een grondwaterreservoir op te lossen. Het bekomen stelsel van vergelijkingen wordt opgelost met de afwisselende richting iteratieve methode. Via deze methode kan met behulp van het THOMAS-algoritme, de theoretische verlaging worden berekend voor de nodale cirkels van de verschillende ringen op welbepaalde afstanden tot een put, in het midden van de verschillende lagen en op verschillende tijdstippen na het

starten van de pomp. Het programma SIPURE werd, zoals vroeger vermeld, ook gebruikt voor het invers model (paragraaf 2.3.5.1) en voor het programma MULPUM (paragraaf 3.2).

Met behulp van het geschematiseerd grondwaterreservoir en het OUPU-bestand kan voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem een optimale oplossing worden bekomen. Deze oplossing geeft aan welke het aantal putten is dat met een minimum aan kosten kan worden geplaatst. Tegelijkertijd voldoet de oplossing ook aan het vooropgestelde debiet, de maximaal toegestane verlaging en de grenzen van het waterwinningsgebied. Om de impliciete eigenschappen van de veranderlijke x_2 (minimale lengte van afvoerleidingen) en de betrekkingen (2.28) en (2.30) te omzeilen, is het wenselijk dat het hydrogeologisch probleem eerst wordt getransformeerd. De omzetting van het probleem gebeurt als volgt. De bepaling van een waarde voor x_2 geschiedt in het model HYDALM door subroutine DISMOD op te roepen. De berekeningswijze van deze subroutine is gebaseerd op het principe van het driestaps-algoritme (paragraaf 4.1.1). Subroutine DISMOD berekent de waarde van x_2 met behulp van de op het moment beschikbare X-coördinaten van de potentiële putten (de te bepalen variabelen), de ingevoerde X-coördinaten van de bestaande putten en de ingevoerde Y-coördinaten van zowel de bestaande als de potentiële putten. De minimale lengte wordt maar bereikt indien alle putten van het desbetreffende netwerk met elkaar in verbinding staan. Eenmaal x_2 is gekend, kan met de ingevoerde waarde van het totaal aantal putten (veranderlijke x_1), de waarde van de doelfunctie (2.25) worden afgeleid; dit gebeurt via subroutine OBJECT. Hierbij is het totaal aantal putten steeds gelijk aan de som van het aantal potentiële en het aantal bestaande putten. Voordat het model HYDALM kan worden opgestart, moet echter eerst nog voor de impliciete gelijkheidsvoorwaarde (2.28) en de ongelijkheidsvoorwaarde (2.30) een oplossing worden gevonden. Dit gebeurt door de debietsfunctie (2.28) op voorhand om te vormen met relatie (3.4). Op deze manier kunnen per put de onttrokken debieten in het model worden ingevoerd. Subroutine MULPUM berekent vervolgens aan de hand van zowel de ingevoerde debieten, de X- en Y-coördinaten van alle putten als de verlagingen van het axiaal symmetrisch netwerk in het OUPU-bestand, een waarde voor de impliciete verlagingsfunctie (2.30) ofwel de maximale verlaging in het modelgebied. In deze subroutine is de berekening van de verlagingen gebaseerd op het principe van de superpositie (paragraaf 3.2.1). Voor elke welbepaalde puttenconfiguratie wordt aldus de verlaging gesimuleerd in iedere willekeurige laag van het grondwaterreservoir, voor

ieder rooster- en knooppunt en op elk tijdstip na het starten van de waterwinning. Bij het begin van de simulatie geldt, dat de berekende verlagingsverdeling voor dezelfde tijden en plaatsen rondom een put zeer goed overeenstemt met deze waargenomen tijdens de pompproef, zodat kan worden aangenomen dat het model is geijkt aan de feitelijke toestand. Het model mag bijgevolg worden toegepast voor de berekening van het effect van een waterwinning op het hydrogeologisch systeem voor wat betreft de verlagingen in de verschillende lagen, op verschillende afstanden van de putten en op verschillende tijdstippen na het op gang brengen van de pomp.

In het hierboven getransformeerd hydrogeologisch optimalisatieprobleem zijn de enige nog te bepalen variabelen van de probleemfuncties de X-coördinaten van de potentiële putten (x_N 's). Deze onbekende variabelen worden in het model HYDALM berekend via de methode van de aangevulde Lagrangianen. Bijgevolg wordt de optimale puttenconfiguratie, die kan voldoen aan alle functies van het hydrogeologisch probleem, voor een welbepaald grondwaterreservoir slechts afgeleid uit de berekende optimale X-putcoördinaten. De Y-coördinaten van elke put worden samen met de X-coördinaten van de bestaande putten, gedurende de berekeningen van het model constant gehouden. Alvorens de berekeningen van de X-coördinaten kunnen worden uitgevoerd moeten in het model de volgende data worden ingebracht (Fig. 6.1):

1. Het PAPU-invoerbestand met gegevens over de verticale discretisatie van het grondwaterreservoir, de hydraulische parameters en de parameters die het eindig-verschilnetwerk definiëren: het aantal lagen, het aantal ringen per laag, het aantal tijdsintervallen, de aanvangstijd, de aanvangsstraal (binnenstraal van de kleinst beschouwde ring) en de faktor die de verhouding bepaalt tussen de binnen- en buitendiameter van een ring enerzijds en de verhouding tussen de begin- en eindtijd van een behandeld tijdsinterval anderzijds.
2. Het OUPU-invoerbestand met de verlagingen berekend in het axiaal symmetrisch netwerk voor één welbepaalde put.
3. Het MLP1-invoerbestand met informatie over de horizontale discretisatie van het grondwaterreservoir (de zijde van de vierkante eenheidscel en de lengte en breedte van het modelgebied), de berekeningswijze voor de verlagingen, de gekozen laag voor de berekening van deze verlagingen, de geselecteerde tijdsduur van pompen, het totaal aantal putten met hun Y-coördinaten en debieten en de X-coördinaten van de bestaande putten.

4. Het DIM1-invoerbestand met de gegevens van de berekeningswijze van het driestaps-algoritme voor de bepaling van de minimale lengte, het totaal aantal putten met hun Y-coördinaten en de X-coördinaten van de bestaande putten.
5. Het ALM1-invoerbestand met de initiële waarden voor de X-coördinaten van de potentiële putten (x_N 's), de konstanten a_i 's van de gelijkheidsvoorwaarden, de konstanten b_j 's van de ongelijkheidsvoorwaarden, de ondergrenzen c_N 's en bovengrenzen d_N 's opgelegd aan de x_N 's, de konstante gradiënt-komponenten van de probleemfuncties die niet gelijk zijn aan nul, de kondities voor de uitvoering van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme en de zoekrichtingsmethode van de eenrichtingsopzoeking.
6. Modificaties aan subroutines OBJECT, FXNS en GRAD voor de aanduiding van de probleemfuncties van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem.

Met deze ingebrachte gegevens berekent het model, voor de gekozen laag en bij het opgegeven tijdstip na het starten van de pomp, een optimale puttenconfiguratie via de X-coördinaten van de potentiële putten. De subroutines die worden gebruikt ter uitvoering van het model HYDALM zijn weergegeven in figuur 6.1. De hiërarchie van deze subroutines wordt voorgesteld in het volgende schema:

- oproepend program AULAMU roept subroutine LPNLP;
- subroutine LPNLP roept subroutines INITL, DFPRV, SEARCH, GRAD, GALAG, DELTA, UPDATE, AUGLAG en OUTPUT;
- subroutine INITL roept subroutines CONGR, FXNS, GRAD, AUGLAG en GALAG;
- subroutine SEARCH roept subroutines VALUE en DMAX;
- subroutine VALUE roept subroutines FXNS en AUGLAG;
- subroutine FXNS roept subroutines DISMOD, OBJECT en MULPUM;
- subroutine GRAD roept subroutines DISMOD, OBJECT en MULPUM;
- subroutine DISMOD roept subroutines CALDIS, DIMOLE en OUTDIM;
- subroutine CALDIS roept subroutine INPDIS;
- subroutine MULPUM roept subroutine DRADIS ofwel subroutine SUBSID en daarna subroutine DRADIS.

De 20 niet-probleemafhankelijke subroutines werden reeds allen in de voorgaande paragrafen behandeld. Voor de werking van de subroutines LPNLP, INITL, CONGR, DFPRV, SEARCH, VALUE, DMAX, DELTA, AUGLAG, GALAG, UPDATE en OUTPUT wordt verwezen naar paragraaf 5.2.3.2. Subroutine DISMOD vindt men terug in paragraaf 4.2.2.1, terwijl de subroutines CALDIS, INPDIS, DIMOLE en OUTDIM in paragraaf 4.1.2.2 worden toegelicht. De subroutines MULPUM, DRADIS en SUBSID worden respectievelijk in

paragrafen 3.2.2.1.2, 3.2.2.1.3 en 3.2.2.1.4 nader uiteengezet. Het oproepend program AULAMU dimensioneert eerst alle matrices op de vastgestelde manier en roept daarna meteen de algemeen werkende subroutine LPNLP op. Vanaf dit moment coördineert deze de werking van al de andere subroutines, totdat het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme wordt beëindigd. De leiding wordt dan terug overgedragen aan het oproepend program, welke tenslotte de uitvoering stopzet. Subroutine LPNLP beveelt subroutine INITL om initiële kondities en waarden voor vlaggen, tellers en parameters, voorzien in het ALM1-invoerbestand, af te lezen en om de zoekrichtingsmethoden van het algoritme in te stellen. De invoerbestanden PAPU, OUPU en MLP1 en het invoerbestand DIM1 worden opgeroepen door respectievelijk de subroutines MULPUM en INPDIS. Eenmaal het algoritme is geïntialiseerd, voert zij de maximalisatie van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem op sequentiële wijze uit (Fig. 5.4), hierbij subroutines FXNS en GRAD oproepend telkens wanneer een herevaluatie van de probleemfuncties noodzakelijk is. Voor deze evaluatie wordt steeds, via subroutines FXNS en GRAD, subroutine OBJECT opgeroepen.

Het model HYDALM berekent voor de te bepalen variabelen (x_N 's) van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem een optimum volgens het algoritme van de aangevulde Lagrange-multiplicatormethode. Het principe van deze methode is gesteund op het omvormen van de oorspronkelijke doelfunctie tot een nieuwe doelfunctie, door deze te verenigen met de systeemvoorwaarden en vervolgens aan te vullen met straftermen. De nieuwe doelfunctie is de onvoorwaardelijke aangevulde Lagrange-multiplicatorfunctie $L(x, \alpha, \beta, w)$ (betrekking (5.23)). Deze wordt op iteratieve wijze opgelost met het algoritme welke is beschreven in paragraaf 5.2.2. Met iteratief wordt hierbij bedoeld, dat bij het begin van het rekenproces een initiële verzameling van variabelen x_N^0 voor het optimum wordt opgegeven, waarna het probleem herhaaldelijk volgens het algoritme wordt opgelost via een sequentie van eenrichtingsopzoekingen in de variabele ruimte. De iteratieve procedure heeft de volgende vorm (vergelijking (5.7)):

$$x^{k+1} = x^k + \rho r^k \quad (6.1)$$

waarin k het iteratiegetal is, r de vektoriële zoekrichting in de variabele ruimte en ρ een parameter, die de afstand welke moet worden afgelegd in de zoekrichting r definieert. Voor de bepaling van de zoekrichting is het algoritme uitgerust met vier zoekrichtingsmethoden:

1. De Davidon-Fletcher-Powell (DFP) methode (bijlage B.4.1.1) met de algoritme-instellingen $ISS=0$ & $IRESET=0$.
 2. De DFP-methode met terugzetting op de gradiëntrichting na elke opzoekingscyclus van minstens NSRCH eenrichtingsopzoeken sinds de laatste terugzetting ($ISS=0$ & $IRESET=1$).
 3. De zelf-schalende variabel-metrische (SSVM) methode (bijlage B.4.1.2) met $ISS=1$ & $IRESET=0$.
 4. De SSVM-methode met terugstelling op de gradiënt-richting na elke opzoekingscyclus van minstens NSRCH eenrichtingsopzoeken sinds de laatste terugstelling ($ISS=1$ & $IRESET=1$).
- De parameter ρ van vergelijking (6.1) wordt berekend met behulp van de kwadratisch-konvergerende eenrichtingsopzoeking (bijlage B.4.1.3).

Bij de initialisatie van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme worden enkele willekeurig gekozen aanvangswaarden gebruikt. Deze initiële waarden beïnvloeden het berekeningsresultaat en zijn medebepalend voor de wijze waarop het algoritme convergeert, d.w.z. dat zij samen met de aard van het probleem het aantal iteraties bepalen dat vereist is om tot een aanvaardbare oplossing te komen. Slecht gekozen aanvangswaarden kunnen als gevolg hebben dat het algoritme zeer traag naar een aanvaardbare oplossing convergeert en in het slechtste geval kan zelfs divergentie optreden. Indien dergelijke situaties zich voordoen wordt het rekenproces van het model HYDALM meestal automatisch stilgelegd (paragraaf 5.2.3.2). De oplossing die hierbij gevonden wordt kan, afhankelijk van de mate waarin er reeds convergentie bereikt is, weer worden aangewend als aanvangswaarde voor de volgende iteratie. Hierdoor zal in de meeste gevallen het aantal iteraties nodig voor het bekomen van de optimale oplossing verminderd worden en kan er bijgevolg kostbare rekentijd worden bespaard. Het spreekt voor zichzelf, dat indien er in het voorgaande geval sprake was van een divergerende oplossing, er best met een heel nieuwe reeks van initiële waarden wordt gestart, aangezien met de vorige waarden de kans groot is dat men nooit tot een aanvaardbare oplossing komt.

Bij de berekeningen van het model HYDALM worden enkel de eerste-orde-afgeleiden van de variabelen van de aangevulde Lagrange-multiplicatorfunctie in rekening gebracht (bijlage B.4.1). Met de meerdere-orde-afgeleiden wordt hier geen rekening gehouden, waardoor het afgeleide optimum na de eerste berekening slechts zal resulteren in een schatting van het echte optimum. Het iteratief proces van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme wordt daarom zoveel malen her-

haald, totdat de berekende eerste afgeleide van de Lagrangiaanse functie iets dichterbij nul gekomen is en de waarde van de doelfunctie en de aangevulde Lagrangiaanse functie ongeveer aan elkaar gelijk zijn (paragraaf 5.2.2). Na elke iteratie worden de konvergentievoorwaarden $GMAG \leq \varepsilon_1$ en $DELX \leq \varepsilon_3$ (Tab. 5.1) gecontroleerd. ε_1 en ε_3 geven de waarden aan van de toegestane afwijkingen. De uitvoering van het model wordt beëindigd op het moment dat het grootste verschil tussen twee opeenvolgende berekende optima (DELX) en de gradiënt van de aangevulde Lagrange-multiplicatorfunctie ∇L_a (GMAG) kleiner zijn dan de vooraf opgegeven afwijkingen. De berekeningen worden ook onderbroken indien het maximum aantal iteraties dat mag worden uitgevoerd overschreden wordt of wanneer kan worden afgeleid dat subroutine SEARCH er niet in geslaagd is een grotere waarde van de aangevulde Lagrange-multiplicatorfunctie L_a te vinden (IUP=0) en bovendien vier van zulke mislukkingen op een rij ondergaat (IFAIL=4), of wanneer $IUP \neq 0$ maar $DELX \leq \varepsilon_3$, $GMAG > EPV$, $DELG < EPV$, $DELG < EPD$, $KSRCH=1$ en $NG=1$ (paragraaf 5.2.3.2).

Om een compleet overzicht te verkrijgen van alle door het model HYDALM uitgevoerde berekeningen, worden de resultaten van het berekeningsproces neergeschreven in vier uitvoerbestanden: het ALM2-, het DIM2-, het MLP2- en het MAPU-bestand. Deze zullen in paragraaf 6.2.2.3 worden behandeld.

6.2. PROGRAMMAPAKKET VAN HET MODEL HYDALM

Het hydrogeologisch optimalisatiemodel HYDALM, geschreven in FORTRAN-computercode, moet bij iedere uitvoering worden gekoppeld aan het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk van het programma SIPURE. Het model kan door toepassing van de aangevulde Lagrange-multiplicatormethode, voor elk hydrogeologisch optimalisatieprobleem opgesteld als in paragraaf 2.4, een optimale oplossing berekenen. De oplossing is een puttenconfiguratie die geldig is voor een welbepaald tijdstip na het starten van de pomp in het beschouwd grondwaterreservoir van het modelgebied. De notatie van de probleemfuncties, die in het model gebruikt wordt om het optimaliseringsprobleem weer te geven, is geschematiseerd in tabel 5.2. Het grondwaterreservoir wordt voorgesteld door een combinatie van een axiaal symmetrisch netwerk en een rechthoekig rooster met vierkante cellen. Om het model ten uitvoer te kunnen brengen is het noodzakelijk van het modelgebied een grondige voorafgaandelijke kennis te hebben van de hydrogeologische samenstelling

van het veellagig grondwaterreservoir en van de hydraulische parameters van de verscheidene lagen.

Het programmapakket van het model HYDALM is samengesteld uit de volgende programma's:

- het programma SIPURE,
- de drie invoerprogramma's, te weten FIMUPU, FIDIMO en FIALMM, en
- het eigenlijk rekenprogramma HYDALM.

Het programma SIPURE is samen met de PAPU- (Tab. 3.1) en DAPU- (Tab. 3.2) invoerbestanden reeds uitvoerig behandeld in paragraaf 3.1.2. De PAPU- en DAPU-bestanden zijn in de computercode respektievelijk verbonden met de nummers 26 en 28. Het programma SIPURE komt bij de uitvoering van de berekeningen door het model HYDALM slechts tussen in de aanmaak van het OUPU-invoerbestand. Het OUPU-bestand, in het model gekoppeld aan het nummer 27, bevat de gegevens van de verlagingen in de verschillende lagen, ringen en tijdstippen van het axiaal symmetrisch netwerk. Dit bestand kan worden gebruikt bij het uitzetten van de resultaten in tijd-verlagings- en afstand-verlagingsgrafieken van een pumping met één put.

De invoerprogramma's FIMUPU, FIDIMO en FIALMM zijn interactief, waarmee wordt aangegeven dat er tijdens de uitvoering van elk programma aan de gebruiker een reeks vragen worden gesteld die rechtstreeks aan de terminal worden beantwoord. Op deze manier worden de programma's gevoed met gegevens die direkt in respektievelijk de databestanden MLP1, DIM1 en ALM1 worden neergeschreven. De invoerprogramma's zullen gewoonlijk maar worden gebruikt, telkens wanneer er een nieuw probleem ter behandeling wordt voorgelegd. Hiervoor moeten deze programma's eerst worden opgeroepen. De besturingsbestanden van de invoerprogramma's en van het eigenlijk rekenprogramma HYDALM, voor de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent, zijn geschreven in UNIX-V3.0.

Niet voor ieder hydrogeologisch optimalisatieprobleem moet steeds de gehele computercode worden aangepast. De 20 subroutines die in figuur 6.1 binnen de stippellijnen zijn aangegeven, blijven meestal voor elk afzonderlijk probleemgeval dezelfde. Het oproepend program AULAMU, de subroutines OBJECT, FXNS en GRAD en de invoerbestanden PAPU, OUPU, MLP1, DIM1 en ALM1 moeten wel naargelang van het probleem enkele modificaties ondergaan. Zij geven namelijk voor ieder apart probleem de karakteristieke voorstelling weer en bezorgen

tevens de informatie verschaffende berekeningsmethode en de initiële kondities voor het eigenlijk rekenprogramma HYDALM. In de volgende paragrafen zal dieper worden ingegaan op de verschillende onderdelen van het programmapakket van het model HYDALM.

6.2.1. INVOERPROGRAMMA'S

6.2.1.1. HET INVOERPROGRAMMA FIMUPU

6.2.1.1.1. Oproep van het invoerprogramma FIMUPU

Het besturingsbestand van het invoerprogramma FIMUPU, nodig om dit programma op te roepen, bestaat uit de volgende lijn:

```
x.fimupu $1.mlp1
```

Deze lijn is bewaard onder de procedurenaam p.fimupu. Het invoerprogramma wordt door middel van deze procedure opgeroepen door de volgende lijn in te geven:

```
p.fimupu (bestandsnaam)
```

6.2.1.1.2. MLP1-invoerbestand

Het MLP1-invoerbestand wordt in het model HYDALM verbonden met het nummer 31. De volgorde en de indeling van de gegevens in dit bestand zullen hieronder worden besproken.

DATA 1:

```
READ (31,91) IDRSUB
READ (31,91) IOPDRA
READ (31,93) DIPUWE
91 FORMAT (I2)
93 FORMAT (F20.9)
```

IDRSUB = 00 zet de berekeningswijze voor de verlagingen in werking.

= 01 zet de berekeningswijze voor de subsidentie in werking.

IOPDRA = 0 veroorzaakt een berekening van de verlagingen in de knoop- en roosterpunten van het modelgebied.

= 1 geeft aanleiding tot een berekening van de

verlagingen in alleen de knooppunten.
DIPUWE = de diameter van een put (m).

Opmerking: Indien IDRSUB=01 moeten eerst data 12, 13 en 14 worden ingebracht. Is IDRSUB=00 dan hoeven deze data niet te worden toegevoegd. In het hier behandelde onderzoek wordt, zoals vermeld in paragraaf 3.2, de berekeningswijze van de subsidentie niet gebruikt.

DATA 2:

```
READ (31,91) ICONTR
91 FORMAT (I2)
```

ICONTR = 00 leidt niet tot een uitvoer van de veranderlijken van het axiaal symmetrisch netwerk.
= 01 geeft wel een uitvoer van de veranderlijken van het axiaal symmetrisch netwerk; deze worden neergeschreven in het MLP2-uitvoerbestand.

DATA 3:

```
READ (31,91) LAYO
91 FORMAT (I2)
```

LAYO = de laag waarin de verlagingen of de subsidenties worden berekend.

DATA 4:

```
READ (31,111) TIME
111 FORMAT (F8.0)
```

TIME = de tijd (minuten) na het aanzetten van de pomp waarvoor de verlagingen of de subsidenties worden berekend; de opgegeven tijd moet gelegen zijn tussen de aanvangstijd T1 en de tijd T2 (Tab. 3.1) die het laatst behandelde tijdsinterval aanduidt.

DATA 5:

```
READ (31,110) WIDTH
110 FORMAT (3F8.2)
```

WIDTH = de breedte van het rechthoekig rooster van het modelgebied.

DATA 6:

```
READ (31,110) LENGTH
110 FORMAT (3F8.2)
```


LENGTH = de lengte van het rooster.

DATA 7:

```
READ (31,110) SISQUC
110 FORMAT (3F8.2)
```

SISQUC = de zijde van de vierkantige eenheidscel; het rooster mag hoogstens 100 kolommen en 100 rijen omvatten.

DATA 8:

```
READ (31,110) SCALE
110 FORMAT (3F8.2)
```

SCALE = de schaalverdeling ($1/\{\text{SCALE}\}$) van de isolijnenkaart.

DATA 9:

```
READ (31,712) NMW,NEW,NUMWEL
712 FORMAT (5I5)
```

NMW = het aantal potentiële pomp- of injectieputten.

NEW = het aantal bestaande pomp- of injectieputten.

NUMWEL = het totaal aantal pomp- of injectieputten, namelijk de som van NMW en NEW.

DATA 10:

```
DO 130 J=1,NUMWEL,1
  READ (31,706) YWELL(J),QWELL(J)
  706 FORMAT (2F8.2)
  130 CONTINUE

  IF (NEW.EQ.0.AND.NMW.EQ.NUMWEL) GOTO 703
  READ (31,110) (XWEL(NMW+J), J=1,NEW)
  110 FORMAT (3F8.2)
  703 CONTINUE
```

De eerste invoerlijn(en) omvat(ten) de Y-coördina(a)t(en) en het(de) debiet(en) van de put(ten), respectievelijk YWELL(J) en QWELL(J) (m^3/d). Bij pompingen worden positieve debieten ingevoerd, injecties worden als negatieve waarden opgenomen. De waarden van de Y-coördinaten en de debieten van de NUMWEL putten worden genoteerd volgens het indelingsveld (F8.2). Per lijn zijn er twee velden die ieder door één put worden ingenomen. Er mogen zoveel lijnen worden ingenomen als nodig zijn om alle waarden op te schrijven. Indien het aantal bestaande putten niet gelijk is aan nul, moeten na deze lijnen ook de X-coördinaten van deze putten worden opgegeven volgens indeling (F8.2). Hiervoor moeten op één lijn drie waarden worden genoteerd. De laatste lijn mag minder dan drie waarden bevatten.

DATA 11:

```
READ (31,04) MULFAC
04 FORMAT (F8.3)
```

MULFAC = de faktor waarmee de gesimuleerde verlagingen of subsidenties vermenigvuldigd worden, vooraleer ze worden neergeschreven in het MAPU-uitvoerbestand; de faktor 1,000 wordt meestal ingevoerd voor verlagingen, voor subsidenties is deze 1000,000.

DATA 12:

```
READ (31,02) IANSPO
02 FORMAT (I2)
```

IANSPO = 00 wijst aan dat de porositeiten van de lagen in het grondwaterreservoir allemaal dezelfde zijn; in dit geval wordt data 13 bij de berekeningsprocedure betrokken terwijl data 14 mag worden weggelaten.

= 01 duidt aan dat de porositeiten van de lagen verschillende waarden hebben, waardoor data 13 kan worden overgeslagen en enkel data 14 worden opgenomen.

DATA 13:

```
READ (31,04) POROS1
04 FORMAT (F8.6)
```

POROS1 = de vaste waarde voor de porositeit van alle lagen in het grondwaterreservoir.

DATA 14:

```
DO 122 J=2,N9P1,1
  READ (31,04) POROSI(J)
  04 FORMAT (F8.6)
122 CONTINUE
```

Deze invoerregels voorzien de waarden van de porositeiten van alle lagen van het grondwaterreservoir. Per regel wordt steeds een waarde voor de porositeit (POROSI(J)) van laag J opgeschreven, hierbij gebruikmakend van de indeling (F8.6). Het aantal regels komt overeen met het aantal lagen.

6.2.1.2. HET INVOERPROGRAMMA FIDIMO

6.2.1.2.1. Oproep van het invoerprogramma FIDIMO

Het besturingsbestand van het invoerprogramma FIDIMO is op de volgende wijze samengesteld:

```
x.fidimo $1.dim1
```

Deze besturingslijn is te vinden onder de procedurenaam p.fidimo. Het invoerprogramma wordt via deze procedure opgeroepen door de volgende lijn in te voeren:

```
p.fidimo (bestandsnaam)
```

6.2.1.2.2. DIM1-invoerbestand

De via het invoerprogramma FIDIMO ingevoerde gegevens worden neergeschreven in het DIM1-bestand. Dit bestand wordt gekoppeld aan het nummer 21, hetgeen in de computercode overeenkomt met de parameter NFDM1 (NFDM1=21). De juiste volgorde en indeling van de gegevens en de daarin vervatte parameter-definities zijn als volgt:

DATA 1:

```
READ (NFDM1,1000) N,NEW,NTW,IDIS
1000 FORMAT (4I10)
```

N = het aantal potentiële knooppunten in het netwerk.

NEW = het aantal bestaande knooppunten.

NTW = het totaal aantal knooppunten, namelijk de som van N en NEW.

IDIS = 0 geeft aanleiding tot het opstarten van de berekeningsmethode voor de bepaling van de minimale lengte.
 = 1 duidt de berekeningsmethode aan voor de bepaling van de maximale lengte; deze methode wordt, zoals vermeld in paragraaf 4.1.1, buiten beschouwing gelaten.

DATA 2:

```
READ (NFDM1,1010) (M(I),YN(I), I=1,NTW)
1010 FORMAT (2(I10,E14.6))
```

Deze datalijn(en) verschaf(t)(fen) de waarden van de Y-coördinaten van al de knooppunten in het netwerk. Zowel de index M(I) (knooppuntnummer) als de waarden van de Y-coördinaten

YN(I) worden neergeschreven, hierbij gebruikmakend van het indelingsveld (I10,E14.6). Per lijn zijn er twee van zulke velden die elk twee indices en twee Y-coördinaten toelaten. Men mag zoveel mogelijk lijnen gebruiken om alle NTW-indices en YN-coördinaatwaarden van de knooppunten neer te schrijven. De laatste lijn mag minder dan twee velden bevatten.

DATA 3:

```
IF (NEW.EQ.0.AND.N.EQ.NTW) GOTO 30
READ (NFDM1,1010) (MX(N+I),XN(N+I), I=1,NEW)
1010 FORMAT (2(I10,E14.6))
30 STOP
```

Indien het aantal bestaande knooppunten niet gelijk is aan nul dan moeten van deze punten telkens de index MX(N+I) (knooppuntnummer) en de waarde van de X-coördinaat XN(N+I) worden opgegeven volgens het indelingsveld (I10,E14.6). Hiervoor moeten op een lijn twee velden worden gebruikt. De laatste lijn mag uit minder dan twee velden bestaan.

6.2.1.3. HET INVOERPROGRAMMA FIALMM

6.2.1.3.1. Oproep van het invoerprogramma FIALMM

Het besturingsbestand van het invoerprogramma FIALMM is als volgt samengesteld:

```
x.fialmm $1.alm1
```

Deze besturingslijn is opgeslagen onder de procedurenaam p.fialmm. Het invoerprogramma wordt met behulp van deze procedure opgeroepen door de volgende lijn in te voeren:

```
p.fialmm (bestandsnaam)
```

6.2.1.3.2. ALM1-INVOERBESTAND

Het invoerprogramma FIALMM bouwt met behulp van de ingevoerde gegevens het ALM1-bestand op, dat in de computercode verbonden wordt met het nummer 41 (NF1=41). Het bestand is samengesteld uit verschillende datalijnen die het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme definiëren. De datalijnen geven aan het rekenprogramma HYDALM informatie door over de initiële kondities van bepaalde variabelen, convergentie- en

aanpassingscriteria, berekeningsmethoden, stopvoorwaarden en printintervallen geassocieerd met de uitvoergegevens. De juiste volgorde en indeling van de datalijnen met de daarin vervatte parameter-definities zijn, met uitzondering van DATA 1, exact dezelfde als het ALM1-bestand van paragraaf 5.3.1.2.

DATA 1:

```

READ (NF1,1170) (ID(L), L=1,18)
READ (NF1,1010) FAINSE
READ (NF1,1000) IFLPRI
1170 FORMAT (18A4)
1010 FORMAT (8E10.5)
1000 FORMAT (10I5)

```

ID(L) = de eerste lijn die moet worden neergeschreven aan het begin van het ALM2-uitvoerbestand; deze lijn geeft de titel aan van het model HYDALM: "AUGMENTED LAGRANGIAN OPTIMIZATION MODEL".

FAINSE = de faktor waarmee de variabelen moeten vermenigvuldigd worden voor de berekening van de gradiënten van de doelfunctie (vergelijking (2.25)) en de ongelijkheidsvoorwaarde (betrekking (2.30)); ingegeven waarden zijn bijvoorbeeld $1,01 \leq \text{FAINSE} \leq 1,10$.

IFLPRI = een vlag voor het onderdrukken van de uitvoergegevens van de eerste IFLPRI-iteraties ter voorkoming van een overvloedige uitvoer van de DIM2-, MLP2 en MAPU-bestanden; bij de aanvang van de berekeningen wordt over het algemeen de waarde IFLPRI=IMAX-1 ingegeven, waarbij IMAX het maximaal aantal toegestane iteraties is.

DATA 2 TOT EN MET DATA 16: Voor deze data wordt verwezen naar de gegevens van DATA 2 tot en met DATA 16 van paragraaf 5.3.1.2.

6.2.1.4. AANPASSING VAN DE INVOERBESTANDEN

Indien men in de MLP1-, DIM1- en ALM1-invoerbestanden slechts een klein aantal parameters wenst te veranderen, dan kan men dat doen door het desbetreffende bestand op te roepen, de gewenste parameters aan te passen en daarna terug weg te schrijven. Dit is zoals gebleken de snelste en de efficiëntste wijze. Op deze manier kan men, voor hetzelfde hydrogeologisch optimalisatieprobleem, het model HYDALM zoveel malen laten lopen als men dat wil, met telkens verschillende initiële kondities, verschillende grenzen op de variabelen, verschil-

lende constanten aan de rechterzijde van de systeemvoorwaarden, een andere laag of een ander tijdstip. Enkele voorbeelden van deze bestanden zijn opgenomen in bijlage B.5.1.

6.2.2. EIGENLIJK REKENPROGRAMMA HYDALM

Het eigenlijk rekenprogramma HYDALM berekent voor elk hydrogeologisch optimalisatieprobleem, geformuleerd als in paragraaf 2.4, een optimale oplossing. Het eigenlijk rekenprogramma bestaat uit de 20 probleemafhankelijke subroutines, die samenwerken met 4 probleemafhankelijke routines (het oproepend program AULAMU en de subroutines OBJECT, FXNS en GRAD) en met de invoerbestanden PAPU, OUPU, MLP1, DIM1 en ALM1 (Fig. 6.1). Al de subroutines volgen op het oproepend program AULAMU. De probleemafhankelijke subroutines zijn in paragraaf 6.1 behandeld. De probleemafhankelijke routines moeten door de gebruiker worden voorzien en zullen in deze paragraaf worden toegelicht.

6.2.2.1. OPROEP VAN HET EIGENLIJK REKENPROGRAMMA HYDALM

Het besturingsbestand, nodig om het eigenlijk rekenprogramma HYDALM te kunnen oproepen, is als volgt samengesteld:

```
x.hydalm $1.dim1 $1.dim2 $1.mapu $1.papu $1.oupu $1.mlp1
$1.mlp2 $1.alm1 $1.alm2
```

Deze gegevens werden samengebracht onder de procedurenaam p.hydalm. Het eigenlijk rekenprogramma wordt via deze procedure opgeroepen door het inbrengen van de volgende lijn:

```
p.hydalm (bestandsnaam)
```

6.2.2.2. DE DOOR DE GEBRUIKER VOORZIENE ROUTINES

De door de gebruiker voorziene routines zijn het oproepend program AULAMU en de subroutines OBJECT, FXNS en GRAD. Hieronder zal voor elk van deze routines een korte beschrijving en een schematische voorstelling worden gegeven.

OPROEPEND PROGRAM AULAMU. Het oproepend program AULAMU maakt samen met de 20 probleemafhankelijke subroutines en de probleemafhankelijke subroutines OBJECT, FXNS en GRAD deel uit

van het eigenlijk rekenprogramma HYDALM. Het oproepend program is het hoofdprogramma en verzorgt samen met vijf invoerbestanden (PAPU, OUPU, MLP1, DIM1 en ALM1) de definiëring van een welbepaald hydrogeologisch optimalisatieprobleem. Dit programma bepaalt allereerst voor alle vektoren en matrices, die door subroutine LPNLP gebruikt worden, de dimensies. Daarna roept zij deze zelfde subroutine op om aldus de programmabesturing over te dragen. Pas wanneer subroutine LPNLP de besturing terug heeft overgegeven aan het oproepend program wordt het berekeningsproces beëindigd. Het oproepend program bestaat gewoonlijk uit de volgende lijnen:

```

      PROGRAM AULAMU
C
C  MAIN CALLING PROGRAM
C
      PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
      REAL *8 DLX(NVAR),DLG(NVAR),GAL(NVAR),GF(NVAR),GO(NVAR),
&R(NVAR),X(NVAR),XT(NVAR),H(NVAR*NVAR)
      REAL *8 A(NEVA),FE(NEVA),FES(NEVA),HE(NEVA),GE(NVAR*NEVA)
      REAL *8 B(NIVA),FI(NIVA),FIS(NIVA),HI(NIVA),GI(NVAR*NIVA)
      REAL *8 C(NVAR),D(NVAR),HVL(NVAR),HVV(NVAR)
      DIMENSION IX(NVAR)
      COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
      COMMON /FDM1/NFDM1,NFDM2
      CHARACTER *64 FILE21,FILE22,FILE25,FILE26,FILE27,FILE31,
&FILE32,FILE41,FILE42
C
      NF1=41
      NF2=42
      NFDM1=21
      NFDM2=22
C
      NUMARG=IARGC()
      IF (NUMARG.NE.9) THEN
        WRITE(*,*) 'x.hydalm *.dim1 *.dim2 *.mapu *.papu *.oupu
&*.mlp1 *.mlp2 *.alm1 *.alm2'
        STOP
      ELSE
        CALL GETARG(1,FILE21)
        CALL GETARG(2,FILE22)
        CALL GETARG(3,FILE25)
        CALL GETARG(4,FILE26)
        CALL GETARG(5,FILE27)
        CALL GETARG(6,FILE31)
        CALL GETARG(7,FILE32)
        CALL GETARG(8,FILE41)
        CALL GETARG(9,FILE42)
      ENDIF
C
      OPEN(21,FILE=FILE21)

```



```

OPEN(22,FILE=FILE22)
OPEN(25,FILE=FILE25,STATUS='UNKNOWN')
OPEN(26,FILE=FILE26)
OPEN(27,FILE=FILE27,FORM='UNFORMATTED')
OPEN(31,FILE=FILE31)
OPEN(32,FILE=FILE32)
OPEN(41,FILE=FILE41)
OPEN(42,FILE=FILE42)

```

C

```

CALL LPNLP (A,B,C,D,DLX,DLG,FE,FES,FI,FIS,GAL,GE,GF,GI,GO,H,HE,
&HI,HVL,HVU,IX,R,X,XT)

```

C

```

STOP
END

```

De argumenten in de definitie van de dimensies zijn hier symbolisch voorgesteld. Bij de uitvoering van het eigenlijk rekenprogramma worden daar echter de overeenstemmende gehele getallen ingevuld. In het oproepend program is aan de argumenten NVAR, NEVA en NIVA de waarde 100 toegekend.

SUBROUTINE OBJECT. Subroutine OBJECT heeft als taak het expliciet aanduiden van de doelfunctie (F). Bij het inbrengen van deze functie moet steeds rekening worden gehouden met vergelijking (5.1). De waarden van de doelfunctie moeten voor de uitvoering van de berekeningen door het model altijd op dezelfde grootte-orde worden gebracht als die van de systeemvoorwaarden. Om dit te bewerkstelligen wordt de doelfunctie van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (vergelijking (2.25)) gedeeld door een faktor 10.000. Het eindresultaat van deze functie moet dus achteraf weer met dezelfde faktor worden vermenigvuldigd.

De deling of vermenigvuldiging van een probleemfunctie met een welbepaalde schalingsfaktor kan namelijk de snelheid van konvergentie beïnvloeden. Bijvoorbeeld als de functie die gemaximaliseerd moet worden bolvormig is, met het maximum in het middelpunt van de bol, kan het maximum reeds na één iteratie bereikt worden, daar de gradiënt loodrecht op het bolvormig oppervlak staat en naar het middelpunt toe wijst. Indien men voor welke coördinaat dan ook de schaal verandert, zal het oppervlak ellipsoïdaal worden en zal de gradiënt over het algemeen niet naar het middelpunt toe wijzen. Hierdoor zal voor het vinden van het maximum meer dan één iteratie nodig zijn, hetgeen de snelheid van konvergentie zal doen afnemen. Uit voorgaande blijkt dat de konvergentiesnelheid van het algoritme gemakkelijk in positieve zin te beïnvloeden is, door gewoon de probleemfuncties op de juiste schaal te brengen en

wel zodanig dat de aangevulde Lagrange-functie bolvormig wordt ofwel de bolvorm zoveel mogelijk benadert. Teneinde de efficiëntie van het optimalisatieproces te vergroten, wordt daarom geopteerd voor een werkwijze waarbij eerst de doelfunctie geproportioneerd wordt vooraleer de berekeningen uit te voeren. Voor het hydrogeologisch probleem bestaat subroutine OBJECT uit de volgende lijnen:

```

      SUBROUTINE OBJECT (NTW,CST,F)
C
C   THE OBJECTIVE FUNCTION IS HERE DIVIDED BY 10000
C
      F=-1.*(50.*NTW+0.15*CST)
C
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE FXNS. Subroutine FXNS dient voor het registreren van de doelfunctie (F) en de linkerzijden van de functies van de gelijkheids- (FE) en de ongelijkheidsvoorwaarden (FI). De FORTRAN-voorstelling van deze functies geschiedt volgens de notatie in tabel 5.2. De rechterzijde van de gelijkheids- en ongelijkheidsvoorwaarden, respectievelijk de constante vectoren A en B, worden ingegeven via het ALM1-invoerbestand. Ook de begrensde variabelen van de randvoorwaarden worden, samen met hun boven- en ondergrenswaarden, via dit bestand ingebracht. De constante termen van de vergelijkingen in het bestand kunnen worden gewijzigd zonder deze subroutine te moeten hercoderen. De subroutine FXNS heeft voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4) het volgende uitzicht:

```

      SUBROUTINE FXNS (X,F,FE,FI)
C
C   PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
      REAL *8 X(NVAR),FE(NEVA),FI(NIVA)
      COMMON /C2/NFE,NGE
      COMMON /FAINSE/FAINSE
      COMMON /IFLPRI/IFPLRI
      COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
      COMMON /FDIS/NFDM1,NFDM2
C
      NFCA=1
C
C   OBJECTIVE FUNCTION F
C
      CALL DISMOD (X,NTW,CST,NFCA)
      CALL OBJECT (NTW,CST,F)
C
C   LEFT-HAND SIDE OF EQUALITY CONSTRAINTS FE(1),...,FE(NE)

```



```

C
C
C LEFT-HAND SIDE OF INEQUALITY CONSTRAINTS FI(1),...,FI(NI)
C
C      CALL MULPUM (X,FI(1),NFCA)
C
C      RETURN
C      END

```

SUBROUTINE GRAD. De niet-constante gradiënt-komponenten van de probleemfuncties, diegenen die afhankelijk zijn van x , worden aangeduid in subroutine GRAD. Deze verschaft aan het algoritme de niet-constante gradiënt-komponenten GF, GE en GI van achtereenvolgens de doelfunctie (F) en de gelijkheids- (FE) en de ongelijkheidsvoorwaarden (FI). De constante gradiënt-komponenten mogen via het ALM1-bestand worden ingevoerd. De gradiënt-komponenten die gelijk zijn aan nul hoeven daarentegen niet te worden aangeduid. Subroutine GRAD wordt steeds opgeroepen na elke eenrichtingsopzoeking waarbij er een nieuw punt gevonden is. In deze subroutine worden voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem de gradiënten van de probleemfuncties voor elke variabele als volgt berekend:

$$GFEI(I) = \frac{FEI_{FAINSE} - FEI}{X_{FAINSE}(I) - X(I)} \quad (6.2)$$

met $GFEI(I)$ = de gradiënt van de doelfunctie of van de ongelijkheidsvoorwaarde ten opzichte van de variabele I ;

$FAINSE$ = de faktor waarmee elke variabele wordt vermenigvuldigd voor de berekening van de gradiënten van de doelfunctie en de ongelijkheidsvoorwaarde;

FEI_{FAINSE} = de waarde van de doelfunctie of van de ongelijkheidsvoorwaarde bij een wijziging van alleen de variabele I met de vermenigvuldigingsfaktor $FAINSE$, terwijl de andere variabelen hun oorspronkelijke waarden behouden;

FEI = de oorspronkelijke waarde van de doelfunctie of van de ongelijkheidsvoorwaarde zonder aanpassing van een variabele;

$X_{FAINSE}(I)$ = de waarde van de variabele I na vermenigvuldiging met de faktor $FAINSE$;

$X(I)$ = de oorspronkelijke waarde van de variabele I .

Subroutine GRAD is van de volgende vorm:

```

      SUBROUTINE GRAD (X,GF,GE,GI)
C
      PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
      REAL *8 X(NVAR),GF(NVAR),GE(NVAR*NEVA),GI(NVAR*NIVA),
&XTS(NVAR),XOLD(NVAR),FI(NIVA),FIOLD1
      COMMON /C1/N,NE,NI,NBV,NEPI
      COMMON /C2/NFE,NGE
      COMMON /FAINSE/FAINSE
      COMMON /IFLPRI/IFLPRI
      COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
      COMMON /FDIS/NFDM1,NFDM2
C
      NGCA=2
C
C GRADIENT OBJECTIVE FUNCTION GF(1),...,GF(N)
C
C CALCULATION OF OLD F-VALUE
C
      CALL DISMOD (X,NTW,CST,NGCA)
      CALL OBJECT (NTW,CST,FOLD)
C
C CALCULATION OF NEW VARIABLE XTS FOR GRADIENT ANALYSIS
C
      DO 50 I=1,N
50 XTS(I)=X(I)*FAINSE
C
      DO 10 I=1,N
10 XOLD(I)=X(I)
C
C CALCULATION OF GRADIENT FOR THE OBJECTIVE FUNCTION GF
C
      DO 20 I=1,N
      XSEN=X(I)
      X(I)=XTS(I)
      CALL DISMOD (X,NTW,CST,NGCA)
      CALL OBJECT (NTW,CST,F)
      IF (X(I).EQ.XSEN) GF(I)=(F-FOLD)/(X(I)-XSEN+1.D-69)
      IF (X(I).NE.XSEN) GF(I)=(F-FOLD)/(X(I)-XSEN)
      X(I)=XOLD(I)
20 CONTINUE
C
C GRADIENT EQUALITY CONSTRAINTS GE(1),...,GE(N*NE)
C
C
C GRADIENT INEQUALITY CONSTRAINTS GI(1),...,GI(N*NI)
C
C CALCULATION OF OLD FI(1)-VALUE
C
      CALL MULPUM (X,FIOLD1,NGCA)
C
C CALCULATION OF NEW VARIABLE XTS FOR GRADIENT ANALYSIS

```



```

C      DO 60 I=1,N
60    XTS(I)=X(I)*FAINSE
C
      DO 30 I=1,N
30    XOLD(I)=X(I)
C
C      CALCULATION OF GRADIENT FOR THE INEQUALITY CONSTRAINTS GI
C
      DO 40 I=1,N
      XSENS=X(I)
      X(I)=XTS(I)
      CALL MULPUM (X,FI(1),NGCA)
      IF (X(I).EQ.XSENS) GI(I)=(FI(1)-FIOLD1)/(X(I)-XSEN+1.D-69)
      IF (X(I).NE.XSENS) GI(I)=(FI(1)-FIOLD1)/(X(I)-XSENS)
      X(I)=XOLD(I)
40    CONTINUE
C
      RETURN
      END

```

6.2.2.3. DE UITVOERBESTANDEN

Tijdens de uitvoering van het eigenlijk rekenprogramma HYDALM worden gedurende het verloop van de berekeningen, na elk gewenste aantal opzoekingen, gegevens neergeschreven in de ALM2-, DIM2-, MLP2- en MAPU-uitvoerbestanden. Deze worden gewoonlijk opgeroepen wanneer men de resultaten vlug op het scherm wil nazien of eventueel wenst uit te printen.

ALM2-UITVOERBESTAND. In het ALM2-uitvoerbestand, dat verbonden wordt met het nummer 42 (NF2=42), worden de resultaten van het berekeningsproces van het aangevulde Lagrange-multiplicator-algoritme neergeschreven. De inhoud van dit uitvoerbestand komt overeen met het ALM2-bestand van paragraaf 5.3.2.3.

DIM2-UITVOERBESTAND. Het DIM2-uitvoerbestand wordt in het eigenlijk rekenprogramma verbonden met het nummer 22 (NFDM2=22). De inhoud van het uitvoerbestand komt overeen met die beschreven in paragraaf 4.2.2.3. In dit bestand worden door subroutine OUTDIM de resultaten neergeschreven van het driestaps-algoritme.

MLP2-UITVOERBESTAND. De datalijnen van het begin van het MLP2-uitvoerbestand stemmen grotendeels overeen met de uitvoergegevens via de terminal van paragraaf 3.2.2.3. Naast deze gegevens worden door subroutine MULPUM voor elke put ook de minimale afstanden ten opzichte van de andere putten en de

verlagingen bijgeschreven. Het MLP2-bestand wordt in het programma verbonden met het nummer 32.

MAPU-UITVOERBESTAND. Het MAPU-bestand, waarin verlagingen van alle roosterpunten worden neergeschreven door subroutine MULPUM, wordt in het programma in verband gebracht met het nummer 25 (paragraaf 3.2.2.3). Dit bestand kan worden gebruikt bij het uitzetten van de resultaten in isolijnenkaarten. Door het uitzetten van de lijnen met gelijke verlagingen verkrijgt men een overzichtelijk beeld van de berekende resultaten.

6.3. EVALUATIE VAN DE WERKING VAN HET MODEL HYDALM

In deze paragraaf zal worden overgegaan op de evaluatie van de werking van het model HYDALM aan de hand van het kunstmatig optimalisatieprobleem (paragraaf 3.3). Met dit probleem werd gezocht naar het aantal putten x_1 en de minimale lengte van afvoerleidingen x_2 (m) die de doelfunctie $f(x_1; x_2)$ (BEF) van vergelijking (3.2) kan minimaliseren. De optimale oplossing van het probleem, namelijk $x^* = (8; 1308,65)$ bij $f(x^*) = 5,96 \cdot 10^6$ BEF, werd verkregen met behulp van de programma's SIPURE en MULPUM en voldeed aan de opgelegde systeemvoorwaarden (betrekkingen (3.3), (3.6) en (3.7)). De resultaten van de X-putcoördinaten die met deze programma's bekomen werden (Tab. 3.3) fungeren in het model HYDALM als aanvangswaarden voor de x_N -variabelen. Deze komen in het model overeen met de X-coördinaten van de potentiële putten. De met het model HYDALM in initiële toestand berekende waarden voor de minimale lengte, de kostenfunctie en de maximale verlaging kunnen vergeleken worden met de waarden die voor hetzelfde probleem verkregen werden met de programma's SIPURE en MULPUM. Door van hetzelfde probleem de uitkomsten met elkaar te vergelijken, kunnen conclusies worden getrokken over het al dan niet wel functioneren van de computercode van het model.

De berekeningen voor het oplossen van het kunstmatig probleem met het model HYDALM werden uitgevoerd op de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent. De invoergegevens voor de horizontale en de verticale discretisatie van het modelgebied, respectievelijk ingevoerd in het MLP1- en het PAPU-bestand, zijn behandeld in paragraaf 3.3.1. In figuur 3.7 worden voor het modelgebied de hydrogeologische gegevens van het verondersteld gelaagd grondwaterreservoir voorgesteld.

De mathematische formulering van het kunstmatig probleem (paragraaf 3.3.2) stemt in grote lijnen overeen met het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4). Het verschil in de formulering van de beide problemen ligt in de hoeveelheid te winnen grondwater, de maximaal toegestane verlaging en de randvoorwaarden die de begrenzing aangeven waarbinnen de putten moeten worden geplaatst. Aangezien deze gegevens niet worden opgenomen in de subroutines OBJECT, FXNS en GRAD van het model HYDALM, zullen de aanduidingen in deze subroutines voor de probleemfuncties van het kunstmatig probleem dezelfde zijn als voor het hydrogeologisch probleem (paragraaf 6.2.2.2). Het kunstmatig probleem wordt mathematisch als volgt geformuleerd:

- zoek de X-putcoördinaten ofwel $x=(x_1; x_2; \dots; x_N)$ die de doelfunctie $f(x)$ kunnen minimaliseren:

$$\text{minimaliseer } f(x) = 500\,000 \cdot \text{NTW} + 1500 \cdot \text{CST} \quad (6.3)$$

Het aantal variabelen of de X-coördinaten van de potentiële putten worden met de parameter N aangeduid. De kostenfunctie $f(x)$ (BEF) is afhankelijk van de veranderlijken NTW en CST, respectievelijk het totaal aantal pompputten en de minimale lengte van afvoerleidingen (m) die alle putten onder elkaar kan verbinden. NTW is een ingegeven veranderlijke en heeft een kost van 500.000 BEF per put. De veranderlijke CST, met een kost van 1500 BEF per meter afvoerleiding, wordt door het model afgeleid. Voor het kunstmatig probleem is de waarde van N gelijk aan NTW.

- onderwerp dit punt x aan de volgende systeemvoorwaarden:

$$q(x) \leq 100 \quad (6.4)$$

De ongelijkheidsvoorwaarde $q(x)$ geeft aan hoe groot de berekende verlaging van het piëzometrisch oppervlak voor een tijdsduur van ongeveer 19 jaar pompen maximaal mag zijn. De variabelen of X-coördinaten van de putten moeten door het model worden geplaatst tussen de waarden 293 en 1707 m. De randvoorwaarden worden aldus gedefinieerd als:

$$293 \leq x \leq 1707, \quad x = x_1, x_2, \dots, x_N \quad (6.5)$$

De gelijkheidsvoorwaarde $p(x)$ of de hoeveelheid te winnen grondwater die uit laag 7 zal worden opgepompt bedraagt $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$ en wordt in het model HYDALM steeds over alle

putten (NTW) gelijk verdeeld. De opgepompte debieten van iedere put QD (m^3/d), geregistreerd in het MLP1-bestand, worden berekend met vergelijking (3.4).

Om het model HYDALM te kunnen uitvoeren moeten initiële puttenconfiguraties worden uitgewerkt. Voor het kunstmatig probleem wordt een configuratie gekozen bestaande uit een batterij van pompputten die op één lijn gelegen zijn. De coördinaten van de putten P_a worden voorgesteld door:

$$P_a (X_a; Y_a), \quad a = 1, 2, \dots, \text{NTW} \quad (6.6)$$

Hierbij is a het put- of het knooppuntnummer. De X_a -coördinaten (m) van de configuraties met 6, 7, 8, 9 en 10 putten die in tabel 3.3 zijn opgenomen, zijn in het model de initiële waarden van de x_N -variabelen. De Y -coördinaat (m) van elke put wordt vastgelegd op één waarde (vergelijking (3.8)):

$$Y_a = 1000, \quad a = 1, 2, \dots, \text{NTW} \quad (6.7)$$

De Y -putcoördinaten worden opgegeven in het DIM1- en het MLP1-bestand. De lijn met pompputten, volgens welke alle putten met elkaar verbonden zijn, stemt overeen met de parameter CST. Bijgevolg zullen de putten steeds in de volgende opeenvolging verbonden worden: P_1 & P_2 , P_2 & P_3 en zo verder tot uiteindelijk $P_{\text{NTW}-1}$ & P_{NTW} .

Teneinde het model HYDALM te kunnen toepassen op het kunstmatig probleem wordt eerst het programma SIPURE tot uitvoering gebracht, daar de uitvoergegevens van dit programma als invoergegevens dienen voor het optimalisatiemodel. Dit programma berekent met behulp van de PAPU- en DAPU-bestanden de verlagingen in de verschillende lagen, op verschillende afstanden van een pompput en na verschillende tijden sinds het starten van de pomp (paragraaf 3.3.3). De berekende verlagingen worden opgeslagen in het OUPU-bestand.

De berekeningen van het model HYDALM worden gestart met een configuratie van 6 en verdergezet met configuraties van achtereenvolgens 7, 8, 9 en 10 pompputten. De parameter-instellingen van het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme worden ingebracht via het ALM1-bestand en zijn als volgt (paragrafen 5.3.1.2 en 6.2.1.3.2 en tabel 5.1):

- het aantal variabelen N is naargelang van de op te lossen puttenconfiguratie 6, 7, 8, 9 of 10;

- $\varepsilon_1 = 10^{-4}$ (deel van het konvergentie criterium), $\varepsilon_2 = 10^{-1}$ en $\varepsilon_3 = 10^{-4}$ (deel van het aanpassings criterium);
- NSRCH = $2N + 1$ (maximaal aantal eenrichtingsopzoeken van elke opzoekingscyclus);
- IMAX = 100 (maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken);
- de zoekrichtingsmethode en de parameter FAINSE (vermenigvuldigingsfactor voor elke variabele) van elke puttenconfiguratie zijn opgenomen in bijlage B.2.2.

Het initiële startpunt van:

- $x = (x_1; x_2; \dots; x_N)$ (variabelen) is voor elke puttenconfiguratie aangegeven in tabel 6.1;
- $w_2 = 2$ en $w_3 = 2$ (strafgewichten);
- $w_{2\max} = 64$ en $w_{3\max} = 64$ (maximumwaarde voor deze gewichten);
- $WF = 4$ (aanpassingsfactor voor de strafgewichten);
- $\beta_j = 0$, met $j = 1, 2, \dots, N+1$ (multiplicatoren voor de ongelijkheidsvoorwaarden).

Alvorens het model HYDALM zijn berekeningen kan uitvoeren worden eerst de invoergegevens van de bestanden PAPU, OUPU, MLP1, DIM1 en ALM1 ingebracht. Aan de hand van deze gegevens berekent het model voor het beschouwd grondwaterreservoir van het modelgebied een optimale configuratie via de X-coördinaten van de potentiële putten, voor een tijdstip van ca. 19 jaar na het starten van de waterwinning. In tabel 6.1 kunnen voor alle uitgevoerde berekeningen de resultaten worden teruggevonden. Voor elke berekening worden de volgende gegevens genoteerd:

- de uitkomsten van de programma's SIPURE en MULPUM (Tab. 3.3) en van het model HYDALM voor wat betreft de aanvangstoestand en de bekomen oplossing;
- het aantal pompputten NTW;
- het totaal onttrokken debiet $p(x)$ (m^3/j);
- het debiet per put QD (m^3/d);
- de minimale lengte van afvoerleidingen CST (m);
- de geschatte kosten $f(x)$ (BEF);
- de berekende maximale verlaging $q(x)$ (m);
- de afgeleide coördinaten van de putten; de verlagingen in deze putten zijn voor iedere puttenconfiguratie opgenomen in bijlage B.2.2.

De resultaten verkregen met het model HYDALM voor iedere puttenconfiguratie bij de initiële toestand kunnen worden vergeleken met de oplossingen van de programma's SIPURE en MULPUM. Hiervoor wordt, met behulp van de gegevens van tabel 6.1, figuur 6.2 opgesteld.

Tab. 6.1. Resultaten bekomen met het model HYDALM voor het kunstmatig probleem.

OP- LOS- SING	AANTAL POMP- PUT- TEN NTW	TOTAAL OPGEPOMPT DEBIET $p(x)$ (m ³ /j)	DEBIET PER PUT qd (m ³ /d)	MINI- MALE LENGTE CST (m)	KOSTEN- FUNC- TIE f(x) (BEF)	BEREKENDE MAXIMALE VERLAGING q(x) (m)	COÖRDINATEN VAN DE PUTTEN $p_a(x_a; y_a)$ (m) MET $a = 1, 2, \dots, 10$ (x_a -COÖRDINAAT IS DE x_N -VARIABLE x_1, \dots, x_{10} ; y_a -COÖRDINAAT IS VOOR ALLE PUTTEN GELIJK AAN 1000 m)									
							x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
A	6	350 000	159,71	1414,00	5 121 000	114,790	293,00	575,80	858,60	1141,40	1424,20	1707,00				
B	6	350 000	159,71	1414,00	5 121 000	114,790	293,00	575,80	858,60	1141,40	1424,20	1707,00				
C	6	350 000	159,71	1410,03	5 115 050	112,882	292,49	482,67	796,80	1127,37	1441,34	1702,52				
A	7	350 000	136,89	1414,02	5 621 000	103,413	293,00	528,67	764,34	1000,01	1235,68	1471,35	1707,02			
B	7	350 000	136,89	1414,02	5 621 000	103,413	293,00	528,67	764,34	1000,01	1235,68	1471,35	1707,02			
C	7	350 000	136,89	1405,76	5 608 640	104,602	292,81	429,91	671,39	934,84	1208,23	1474,34	1698,57			
A	8	350 000	119,78	1308,65	5 962 975	100,000	345,68	532,63	719,58	906,53	1093,48	1280,43	1467,38	1654,33		
B	8	350 000	119,78	1308,65	5 962 980	100,000	345,68	532,63	719,58	906,53	1093,48	1280,43	1467,38	1654,33		
C	8	350 000	119,78	1220,76	5 831 140	99,988	326,56	422,10	609,94	825,78	1044,90	1259,81	1440,47	1547,32		
A	9	350 000	106,47	1168,40	6 252 600	100,004	415,80	561,85	707,90	853,95	1000,00	1146,05	1292,10	1438,15	1584,20	
B	9	350 000	106,47	1168,40	6 252 600	100,004	415,80	561,85	707,90	853,95	1000,00	1146,05	1292,10	1438,15	1584,20	
C	9	350 000	106,47	1074,36	6 111 540	99,997	425,27	478,94	613,87	770,96	951,70	1154,18	1316,52	1424,10	1499,63	
A	10	350 000	95,82	1069,20	6 603 800	100,012	465,40	584,20	703,00	821,80	940,60	1059,40	1178,20	1297,00	1415,80	1534,60
B	10	350 000	95,82	1069,20	6 603 800	100,012	465,40	584,20	703,00	821,80	940,60	1059,40	1178,20	1297,00	1415,80	1534,60
C	10	350 000	95,82	976,72	6 465 080	99,995	477,34	514,11	614,55	735,90	869,80	1025,20	1189,66	1310,06	1383,98	1454,06

A. MET DE PROGRAMMA'S SIPURE EN MULPUM.
B. VOOR DE INITIËLE TOESTAND MET MODEL HYDALM.
C. VOOR DE OPTIMALE TOESTAND MET MODEL HYDALM.

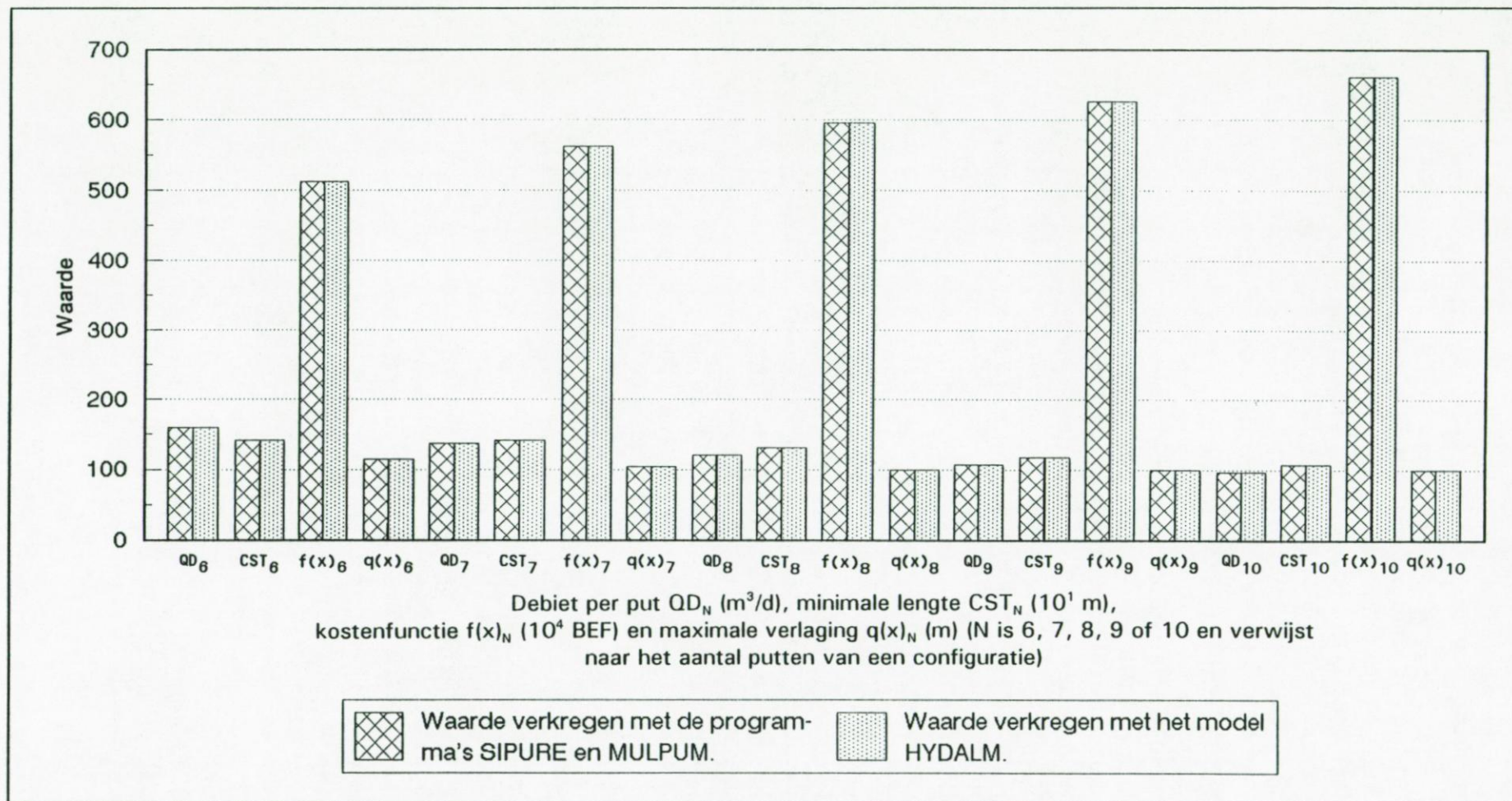


Fig. 6.2. Vergelijking tussen de oplossingen van de programma's SIPURE en MULPUM met die van de initiële toestand van het model HYDALM voor het kunstmatig probleem.

Indien voor elke puttenconfiguratie de respektieve waarden van het debiet per put, de minimale lengte, de kostenfunctie en de maximale verlaging onderling worden vergeleken (Fig. 6.2), dan kan worden vastgesteld dat er over het algemeen een goede overeenkomst bestaat tussen de resultaten die verkregen werden met de programma's SIPURE en MULPUM en de resultaten die met het model HYDALM worden berekend bij de initiële toestand. Er mag aldus worden aangenomen dat de computercode van het model HYDALM naar verwachting verloopt.

Met behulp van de voor de verschillende puttenconfiguraties afgeleide waarden van het model HYDALM (Tab. 6.1), kan voor het kunstmatig probleem een optimale oplossing worden bepaald. De oplossing moet voldoen aan de doelfunctie (vergelijking (6.3)) en de systeemvoorwaarden (betrekkingen (6.4) en (6.5)). Voor de configuraties van 6 en 7 pompputten konden met het model geen optimale oplossingen worden gevonden, daar de ongelijkheidsvoorwaarde (6.4) en de randvoorwaarden (6.5) bij deze configuraties worden overschreden. Optimale oplossingen konden wel worden berekend voor de configuraties van 8, 9 en 10 putten. Uit tabel 6.1 kan worden afgeleid dat uitsluitend de configuratie van 8 putten terzelfdertijd voldoet aan de voorwaarde van de minimale kosten van de doelfunctie en aan de systeemvoorwaarden. Deze configuratie is voor het kunstmatig probleem een optimaal punt dat met het model HYDALM gevonden wordt bij $x^* = (326,56; 422,10; 609,94; 825,78; 1044,90; 1259,81; 1440,47; 1547,32)$, waarbij het totaal aantal putten NTW, de minimale lengte CST en de kostenfunctie $f(x^*)$ de waarden hebben van respektievelijk 8, 1220,76 m en $5,83 \cdot 10^6$ BEF. De bijbehorende Lagrange-multiplicatoren komen overeen met $\beta^* = (4,933; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$. De eerste komponent van deze β -multiplicatoren is geassocieerd met de ongelijkheidsvoorwaarde, terwijl de laatste acht komponenten met de randvoorwaarden van elke variabele worden geassocieerd. De ongelijkheidsvoorwaarde bedraagt 99,988 m. In het optimaal punt zijn GMAG en DELX (Tab. 5.1) achtereenvolgens $3,53 \cdot 10^{-1}$ en $4,13 \cdot 10^{-1}$. De waarde van de gelijkheidsvoorwaarde $p(x^*)$ is gelijk aan $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$.

Vervolgens kan worden nagegaan of het optimaal punt van het model HYDALM een betere oplossing is ten opzichte van het optimaal punt dat gevonden wordt met de programma's SIPURE en MULPUM. Uit figuur 6.3a, opgemaakt aan de hand van de gegevens in tabel 6.1, blijkt dat de resultaten voor de minimale lengte en de kostenfunctie verkregen met het model HYDALM steeds iets

minder zijn dan die van de programma's SIPURE en MULPUM.

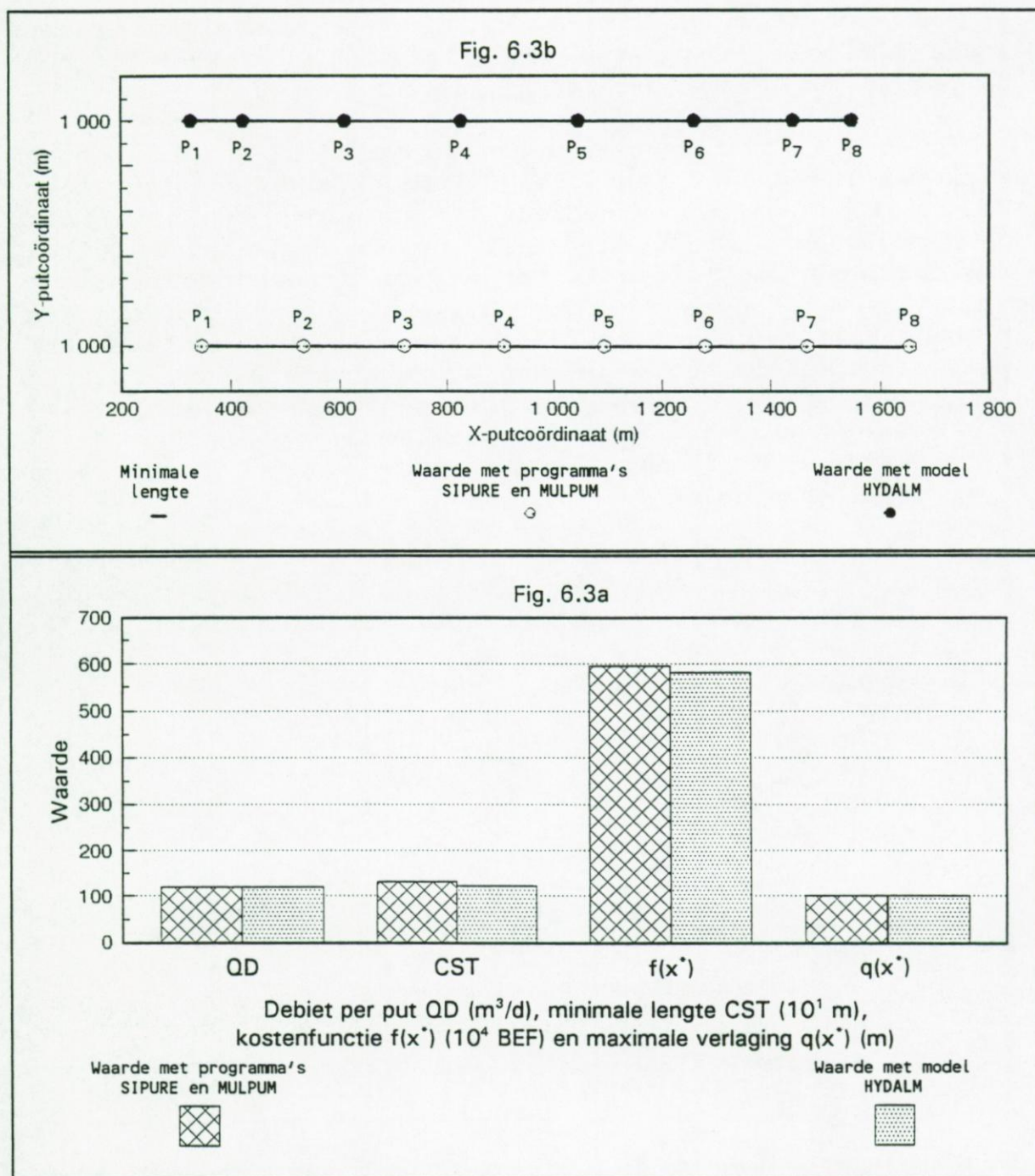


Fig. 6.3. Vergelijking tussen de optimale oplossingen van de programma's SIPURE en MULPUM en van het model HYDALM voor het debiet per put, de minimale lengte van afvoerleidingen, de kostenfunctie en de maximale verlaging (Fig. 6.3a) en voor de coördinaten van de configuratie met 8 pompputten, P_1, P_2, \dots, P_8 (Fig. 6.3b).

Tussen de waarden van het debiet per put en de berekende maximale verlaging zijn vrijwel geen verschillen. Door het uitzetten van de putcoördinaten van beide oplossingen (Fig. 6.3b) kan men afleiden dat het model over het algemeen een kleinere minimale lengte van afvoerleidingen berekent en ook de buitenste putten wat dichterbij elkaar brengt.

Figuur 6.4 wordt opgesteld aan de hand van de oplossingen die bekomen worden met het model HYDALM voor de configuraties van 6, 7, 8, 9 en 10 pompputten. Uit de figuur en tabel 6.1 kan het volgende worden afgeleid. Indien het aantal putten vermindert nemen de totale kosten af, maar nemen de debieten per put toe en hoeven de minimale lengte en de verlagingen niet noodzakelijk ook toe te nemen, aangezien het model HYDALM de plaatsing van de putten in het grondwaterreservoir zodanig berekent dat er rekening kan worden gehouden met het gebied waarin de putten moeten worden geplaatst alsook met de maximaal toegestane verlaging. Als het aantal putten vermeerderd zal het omgekeerde gelden.

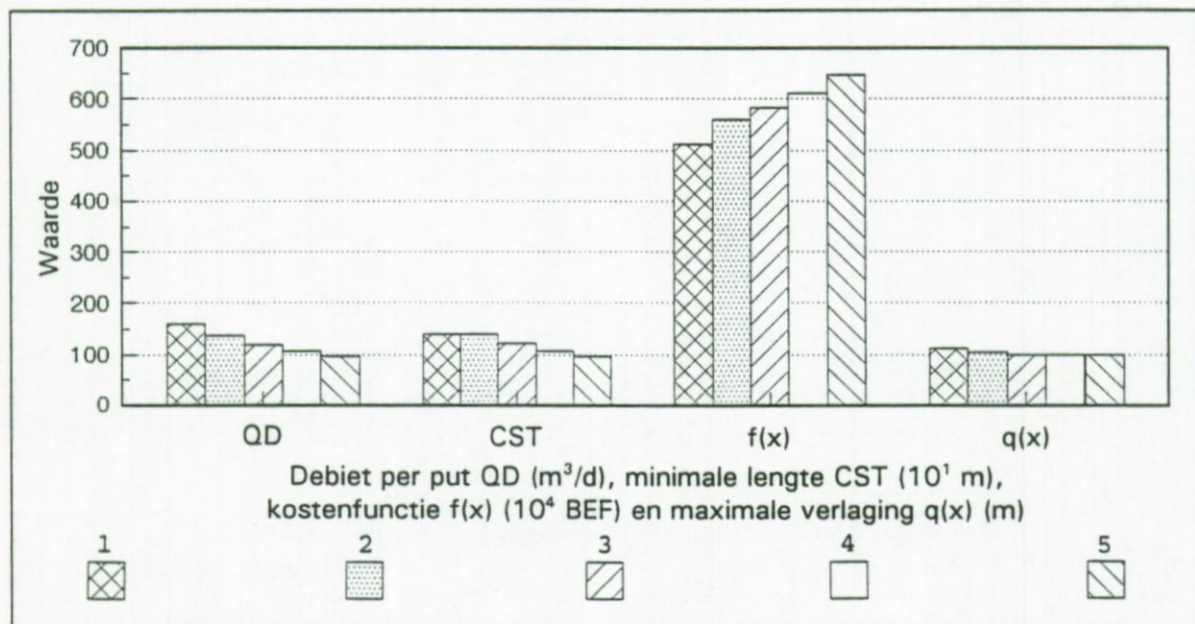


Fig. 6.4. Vergelijking tussen de oplossingen van het model HYDALM voor het kunstmatig probleem bij de configuraties van 6, 7, 8, 9 en 10 pompputten: 1. waarde bij een configuratie van 6 pompputten; 2. waarde bij een configuratie van 7 pompputten; 3. waarde bij een configuratie van 8 pompputten; 4. waarde bij een configuratie van 9 pompputten; 5. waarde bij een configuratie van 10 pompputten.

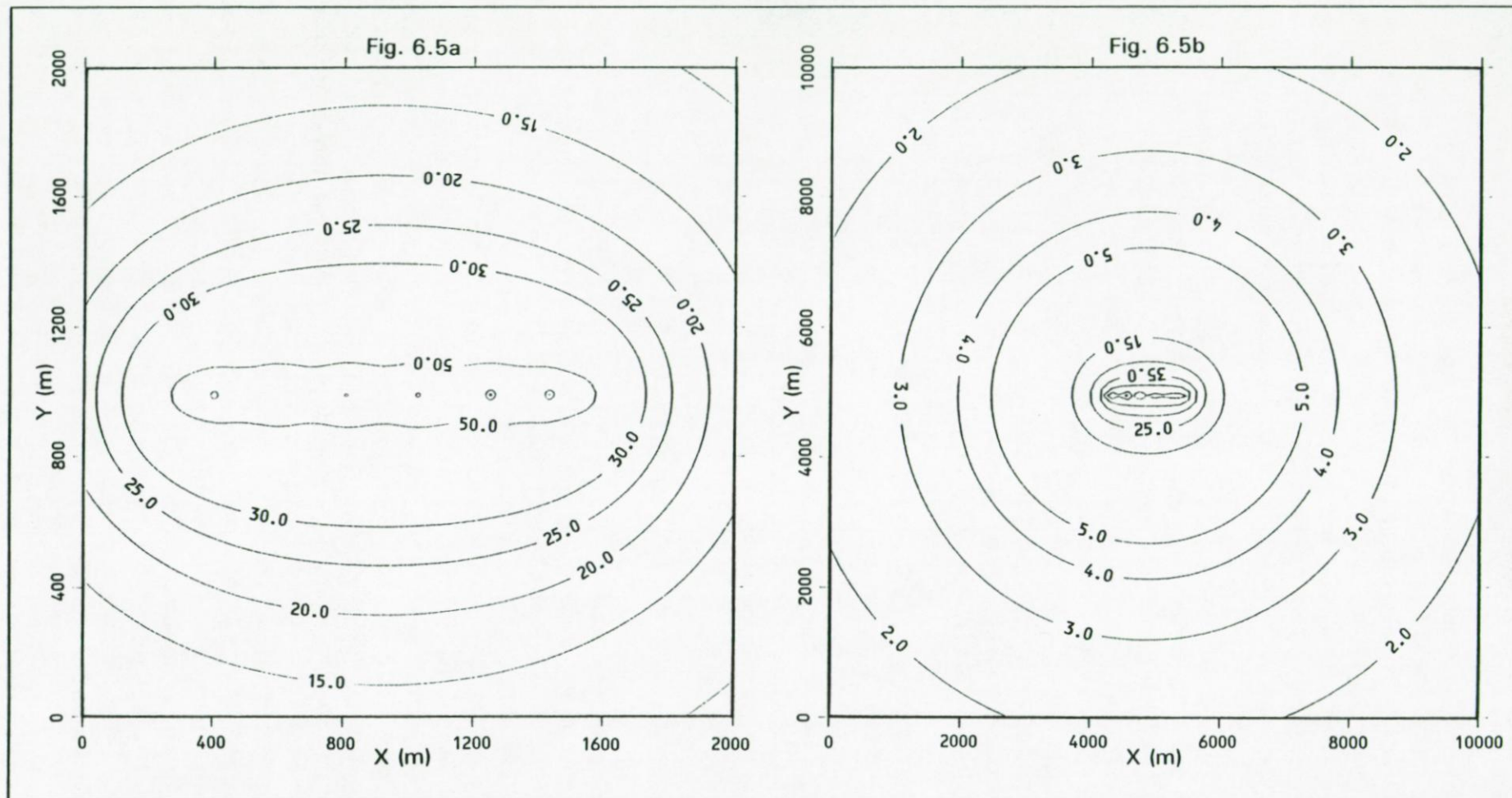


Fig. 6.5. Berekende verlagingen (m) in de aangepompte laag (laag 7) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 2 bij 2 km (Fig. 6.5a) en het verruimd gebied van 10 bij 10 km (Fig. 6.5b) van het kunstmatig probleem (8 pompputten van $119,78 \text{ m}^3/\text{d}$ die op één lijn worden geplaatst).

In figuur 6.5 worden voor de met het model HYDALM berekende optimale configuratie van 8 pompputten de isolijnenkaarten afgebeeld van enerzijds het beschouwd modelgebied met een zijde van 2000 m (Fig. 6.5a) en anderzijds het verruimd modelgebied met een zijde van 10 km (Fig. 6.5b). Door de verruiming van het gebied kan de invloed van de verlagingen op de omgeving van het waterwinningsgebied worden voorgesteld. Figuren 6.5a en 6.5b zijn een weergave van de berekende verlagingen die zouden kunnen optreden in de aangepompte laag, laag 7, na een tijdsbestek van ca. 19 jaar onafgebroken pompen met een totaal debiet van $0,35 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$. Uit deze figuren kan men afleiden dat de lijnen van gelijke verlagingen op een afstand van ongeveer 1000 m van de kern van de waterwinning over het algemeen elliptisch zijn van vorm. Op afstanden groter dan 1000 m worden de lijnen van gelijke verlagingen concentrische cirkels (Fig. 6.5b). De berekende verlagingen in de 8 pompputten zijn in bijlage B.2.2 opgenomen en variëren tussen 94,350 en 99,988 m. De maximale verlaging van 99,988 m treedt op in put P₆ (Fig. 6.3b). De waarde van de verlaging na ongeveer 19 jaar pompen neemt, weg van de puttenbatterij, snel af en bedraagt op ongeveer 1 km ca. 10 m. Vanaf ongeveer 1 km afstand ten opzichte van het zwaartepunt van de waterwinning nemen de verlagingen eerder geleidelijk aan af. Op een afstand van 5 km is de verlaging ca. 2 m.

6.4. HYDROGEOLOGISCH OPTIMALISATIEPROBLEEM

In voorgaande paragraaf werd de werking van het model HYDALM aangetoond door van hetzelfde kunstmatig probleem de resultaten van het model bij de initiële toestand te vergelijken met de uitkomsten van de programma's SIPURE en Mulpum. Dit model zal worden aangewend om het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4), welke is opgesteld voor het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke, op te lossen. Hiertoe werden drie spoelboringen (BL1, BL2 en BL3) uitgevoerd doorheen de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan (Fig. 2.20). De bouw van het grondwaterreservoir werd bepaald aan de hand van de boorbeschrijvingen en de geofysische boorgatmetingen (Fig. 2.23). In het duingebied werden, naast het uitvoeren van een pompproef, hydraulische stijghoogten gemeten en werden tevens grondwaterstalen verzameld en geanalyseerd. Op basis van deze gegevens werd voor het duingebied een hydrogeologisch optimalisatieprobleem geformuleerd dat als hulpmiddel kan dienen voor het plannen van een grondwaterwinning in het Boven-Landeniaan (L2).

De berekeningen voor het oplossen van het hydrogeologisch probleem werden uitgevoerd met de computercode van het mathematisch model HYDALM op de IBM RS/6000-220 van het Laboratorium voor Toegepaste Geologie en Hydrogeologie van de Universiteit Gent. De oplossing met het model omvat een berekening van een optimale puttenconfiguratie, een simulatie van de invloed van grondwaterverlagingen in de verschillende lagen en een raming van de uitbatingskosten in functie van het aantal pompputten en meters afvoerleidingen. De optimale puttenconfiguratie veronderstelt een constante hoeveelheid opgepompt grondwater per jaar. Teneinde voor het hydrogeologisch probleem een optimale oplossing te kunnen berekenen moet eerst het beschouwd grondwaterreservoir van het modelgebied worden geschematiseerd, het hydrogeologisch optimalisatieprobleem mathematisch worden geformuleerd en moeten voor de puttenconfiguratie aanvangswaarden worden uitgekozen.

6.4.1. MODELGEBIED VAN HET HYDROGEOLOGISCH PROBLEEM

Het modelgebied voor het optimaliseringsprobleem (paragraaf 2.4) is gelegen in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke (Fig. 2.1) en omvat het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht. Dit gebied bakent de grenzen af waarin de putten moeten worden geïnstalleerd. De situering van het modelgebied wordt weergegeven in figuur 6.6. De invoergegevens die voor de gesimuleerde waterwinning in het Boven-Landeniaan aan het model HYDALM zullen worden doorgespeeld, zijn afgeleid uit de gegevens van paragrafen 2.2 en 2.3.

De oorsprong (0; 0) van het vierkantig modelgebied met een zijde van 1750 m komt overeen met de Lambert-coördinaten (29.500; 201.500) (m). Deze coördinaten worden steeds aangeduid volgens de voorstelling (X_{Lambert} ; Y_{Lambert}). De west- en oostgrens van het modelgebied vallen respectievelijk samen met de X_{Lambert} -coördinaten van 29.500 en 31.250 m, terwijl de Y_{Lambert} -coördinaten variëren tussen 201.500 en 203.250 m. De zuidgrens is gelegen op een Y_{Lambert} -coördinaat van 201.500 m, de noordgrens op Y_{Lambert} -coördinaat 203.250 m; de X_{Lambert} -coördinaten hebben hier een waarde van 29.500 m in het westen tot 31.250 m in het oosten. Het verband tussen de modelcoördinaten (X_{model} ; Y_{model}) (m) en de Lambert-coördinaten (X_{Lambert} ; Y_{Lambert}) (m) kan worden voorgesteld door de volgende vergelijking:

$$(X_{\text{Lambert}}; Y_{\text{Lambert}}) = (X_{\text{model}} + 29\,500; Y_{\text{model}} + 201\,500) \quad (6.8)$$

De coördinaten van de putten P_i (X_i ; Y_i) worden in het model HYDALM weergegeven als in voorstelling (6.6). De ligging van de bestaande putten BL1 en BL3 met achtereenvolgens de modelcoördinaten (970; 1100) en (1170; 1110), wordt in figuur 6.6 aangeduid. De Lambert-coördinaten van deze putten zijn in tabel 2.8 en in bijlage B.1.1 opgenomen.

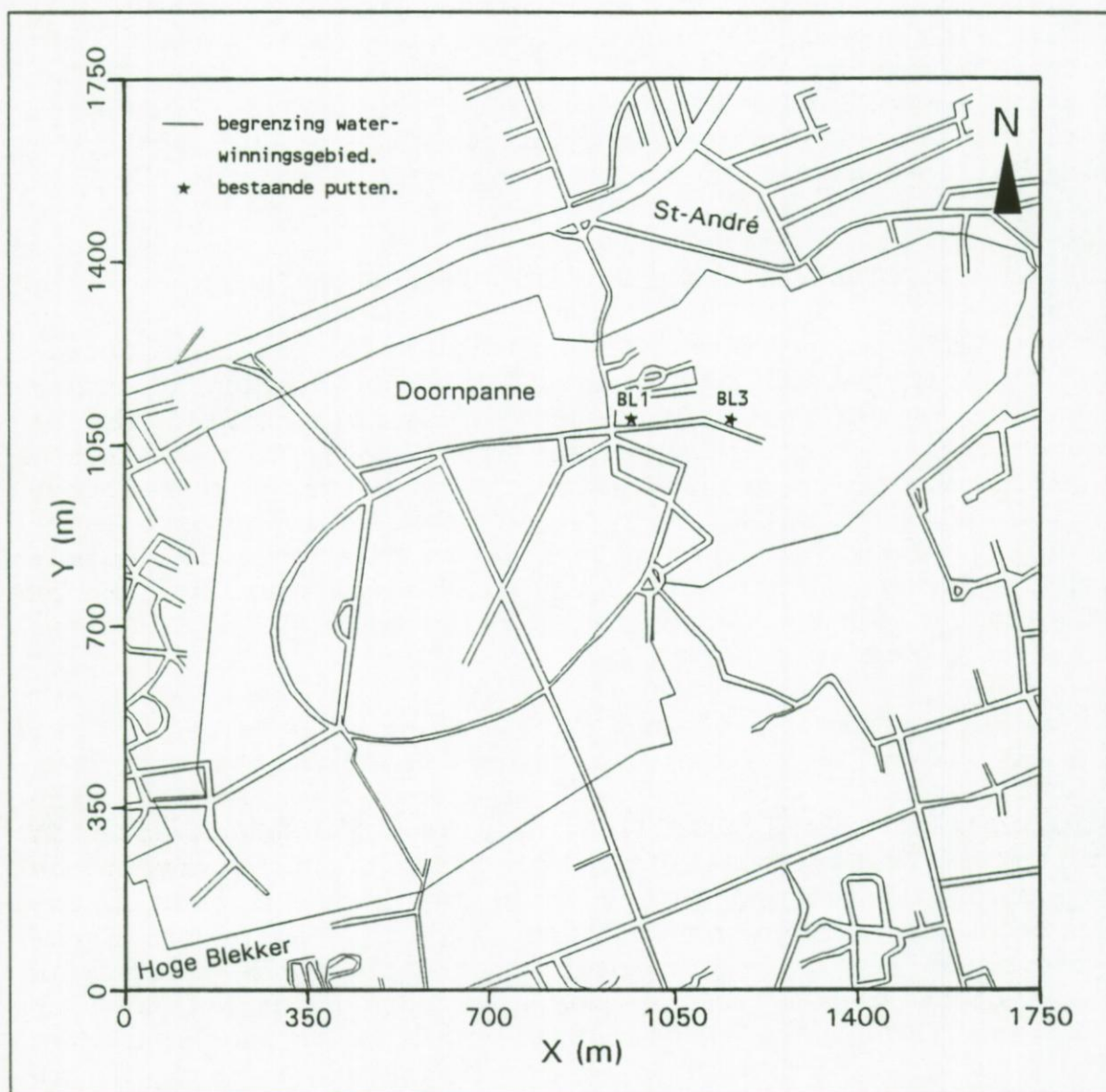


Fig. 6.6. Situering van het modelgebied in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke met aanduiding van de begrenzing van het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht en de ligging van de bestaande putten BL1 en BL3.

Put BL2 wordt in het model niet beschouwd als een bestaande put, daar deze tijdens het schoonpompen defect bleek te zijn (paragraaf 2.3.5.3.2 en bijlage B.1.1.2).

In het model HYDALM wordt het modelgebied vertikaal gediscretiseerd in een aantal lagen en horizontaal in een vierkantig rooster van gelijke cellen. De invoergegevens van de horizontale en de verticale opdeling worden respectievelijk ingevoerd in het MLP1- en het PAPU-bestand. Het rooster met een zijde van 1750 m, dat in iedere laag kan worden geplaatst, heeft een oppervlakte van 3,0625 km². Aangezien de zijde van de eenheidscel 25 m bedraagt, bestaat het rooster van 4900 punten steeds uit 70 kolommen en 70 rijen.

Het grondwaterreservoir van het modelgebied wordt in het model HYDALM vertikaal ingedeeld in veertien verschillende lagen. Deze indeling is identiek met de opdeling van het gelaagd grondwaterreservoir bij de interpretatie van de pomp-proef in het Boven-Landeniaan (Fig. 2.25). Het toekennen van de hydraulische parameters voor de veertien lagen gebeurt daarom op basis van de waarden die met deze pompproef werden afgeleid (paragraaf 2.3.5.3.4). De algemene toestand van de ondergrond voor wat betreft de litologie, de stratigrafie en de hydrogeologie van het veellagig grondwaterreservoir wordt in figuur 6.7 afgebeeld. Deze figuur, gebaseerd op de boor-gegevens (paragrafen 2.2.2 en 2.3), geeft een ruimtelijk overzicht weer van de bouw van het grondwaterreservoir in het modelgebied. In de figuur is slechts voor de diepste boring in het gebied, boring BGD35E142, de litologische kolom en de geofysische boorgatmeting van de natuurlijke gammastraling (GR) opgenomen. Deze boring heeft een aangeboorde diepte van 270,3 m en eindigt in de Sokkel (So).

Uit figuur 6.7 kan worden afgeleid dat het veellagig grondwaterreservoir van het modelgebied is samengesteld uit doorlatende, slecht doorlatende en zeer slecht doorlatende lagen. Dit grondwaterreservoir wordt van boven begrensd door de watertafel en van onderen door het als ondoorlatend verondersteld gedeelte van de Sokkel. Deze bestaat hoofdzakelijk uit groengrijze leistenen van Siluurouderdom. De onderste doorlatende laag, laag 1, stemt overeen met de bovenste 40 m van de Sokkel, die wordt beschouwd gebarsten en gespleten te zijn. Deze laag vormt de onderste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag en ligt tussen -298,45 en -258,45. Laag 1 heeft een horizontale doorlatendheid (k^h) van 0,75 m/d en een specifieke elastische berging (S_A) van $0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$.

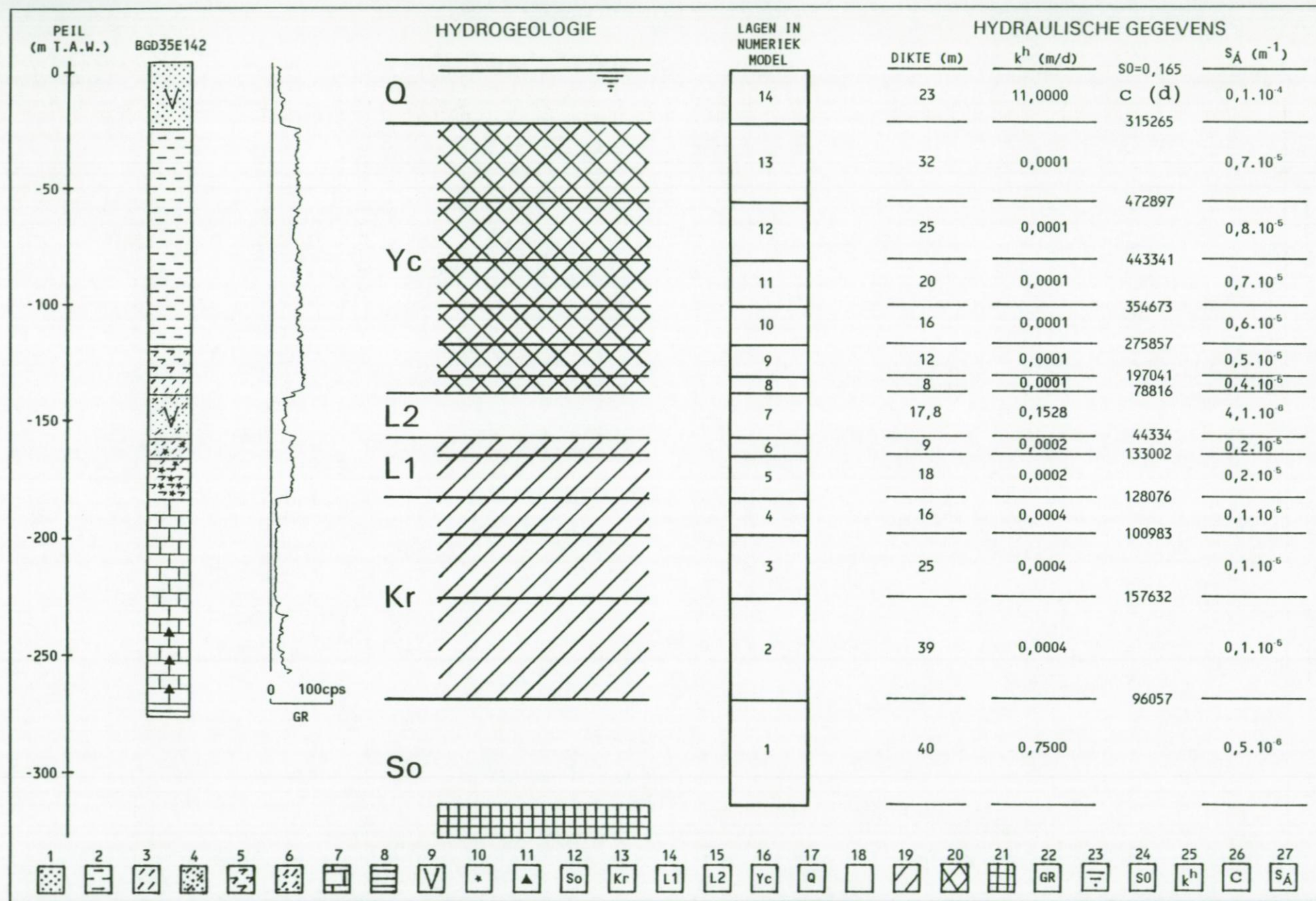


Fig. 6.7. Hydrogeologische gesteldheid van het modelgebied in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke: 1. zand; 2. klei; 3. leem; 4. leemhoudend fijn zand; 5. leemhoudende klei; 6. zandhoudend leem; 7. mergelig krijt; 8. leistenen; 9. schelpen; 10. glauconiet; 11. sillex; 12. Sokkel; 13. Krijt; 14. Onder-Landeniaan; 15. Boven-Landeniaan; 16. Ieperiaan; 17. Kwartair; 18. doorlatend; 19. slecht doorlatend; 20. zeer slecht doorlatend; 21. ondoorlatend; 22. natuurlijke gammastraling; 23. watertafel; 24. bergingscoëfficiënt nabij de watertafel; 25. horizontale doorlatendheid; 26. hydraulische weerstand; 27. specifieke elastische berging.

Op de Sokkel rust een afzetting van het Krijt (Kr). Deze bestaat grotendeels uit mergel en wit krijt van Turoonouderdom en bevat van onderen meestal silex. In het model wordt de Krijtafzetting opgedeeld in drie slecht doorlatende lagen, namelijk de lagen 2, 3 en 4 die respectievelijk een dikte hebben van 39, 25 en 16 m. Laag 2 bevindt zich tussen -258,45 en -219,45, laag 3 tussen -219,45 en -194,45 en laag 4 tussen -194,45 en -178,45. De horizontale doorlatendheid van de lagen 2, 3 en 4 is gelijk aan $0,0004 \text{ m/d}$, terwijl hun specifieke elastische berging een waarde heeft van $0,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. De hydraulische weerstanden (c) tussen de lagen 1 en 2, de lagen 2 en 3 en de lagen 3 en 4 bedragen achtereenvolgens 96.057, 157.632 en 100.983 d; het Krijt heeft een verticale doorlatendheid van $0,29 \cdot 10^{-3} \text{ m/d}$.

Boven het Krijt komt een afzetting voor van de Groep van Landen die uit twee formaties bestaat, de Formatie van Hannut (Onder-Landeniaan) en de Formatie van Tienen (Boven-Landeniaan). Het kleilig gedeelte van deze afzetting, de Formatie van Hannut (L1), is opgebouwd uit grijsgroen zandhoudend leem tot leemhoudende klei met glauconiet (soms met silex en zandsteen) en komt in het model overeen met de slecht doorlatende lagen 5 en 6. Laag 5 is 18 m dik en ligt tussen -178,45 en -160,45. Laag 6 ligt tussen -160,45 en -151,45 en is 9 m dik. Deze lagen hebben een horizontale doorlatendheid van $0,0002 \text{ m/d}$ en een specifieke elastische berging van $0,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. De hydraulische weerstanden tussen de lagen 4 en 5 en de lagen 5 en 6 zijn respectievelijk 128.076 en 133.002 d; de verticale doorlatendheid van de Formatie van Hannut bedraagt $0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m/d}$.

De schelphoudende zandige afzetting van de Groep van Landen, de Formatie van Tienen (L2), vormt laag 7 en is in het model tevens de aangepompte laag. De afzetting is opgebouwd uit groengrijs leemhoudend fijn zand waarin af en toe kleihoudende laagjes voorkomen. Laag 7 is de bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag. Deze laag heeft een dikte van 17,8 m en bevindt zich tussen -151,45 en -133,65. De horizontale doorlatendheid en specifieke elastische berging zijn respectievelijk $0,1528 \text{ m/d}$ en $0,411 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. De hydraulische weerstand tussen de lagen 6 en 7 bedraagt 44.334 d.

Op de Formatie van Tienen rust de afzetting van de Groep van Ieper (Formatie van Kortrijk) die overwegend bestaat uit een grijsblauwe stijve klei. Deze gaat onderaan geleidelijk aan over van leemhoudende klei tot leem. In het model wordt deze afzetting (Yc), gelegen tussen -133,65 en -20,65, in-

gedeeld in zes zeer slecht doorlatende lagen: de lagen 8, 9, 10, 11, 12 en 13. Deze lagen nemen in de richting van de top in dikte toe. Laag 8 met een dikte van 8 m bevindt zich tussen -133,65 en -125,65. Laag 9, gelegen tussen -125,65 en -113,65, is 12 m dik. Laag 10 ligt tussen -113,65 en -97,65 en heeft een dikte van 16 m. Laag 11, gelegen tussen -97,65 en -77,65, is 20 m dik. Vervolgens laag 12 tussen -77,65 en -52,65 die 25 m dik is en laag 13 die een dikte heeft van 32 m en gelegen is tussen -52,65 en -20,65. De horizontale doorlatendheid is voor al deze lagen gelijk aan $0,0001 \text{ m/d}$. De specifieke elastische bergingen van lagen 8, 9, 10, 11, 12 en 13 zijn achtereenvolgens $0,4 \cdot 10^{-5}$, $0,5 \cdot 10^{-5}$, $0,6 \cdot 10^{-5}$, $0,7 \cdot 10^{-5}$, $0,8 \cdot 10^{-5}$ en $0,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. De waarden van de hydraulische weerstanden tussen lagen 7 en 8, lagen 8 en 9, lagen 9 en 10, lagen 10 en 11, lagen 11 en 12 en lagen 12 en 13 bedragen respectievelijk 78.816, 197.041, 275.857, 354.673, 443.341 en 472.897 d; de Formatie van Kortrijk heeft een verticale doorlatendheid van $0,73 \cdot 10^{-4} \text{ m/d}$.

De bovenste laag van het grondwaterreservoir valt samen met de verzadigde kwartaire afzetting (Q) die de freatisch watervoerende laag vormt. Deze afzetting bestaat overwegend uit fijn tot middelmatige zanden en is aan de bovenzijde een weinig leemhoudend. Gans van onderen komt er nog een grof schelphoudend zand, een basisgrint, voor. Over het algemeen is de kwartaire afzetting van onderen naar boven opgebouwd uit Calais-, Duinkerken- en duinzandsedimenten. De kwartaire laag, laag 14, is in het model 23 m dik. Deze laag, met een horizontale doorlatendheid van 11 m/d en een specifieke elastische berging van $0,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$, bevindt zich tussen -20,65 en +2,35. Het maaiveld ligt in het model gemiddeld op +6,64. De hydraulische weerstand tussen de lagen 13 en 14 is gelijk aan 315.265 d. De bergingscoëfficiënt nabij de watertafel (S_0) heeft een waarde van 0,165.

Met behulp van bovenstaande hydrogeologische gegevens kunnen het programma SIPURE en het model HYDALM ten uitvoer worden gebracht. Voor het model moet echter eerst nog het hydrogeologisch optimalisatieprobleem mathematisch worden geformuleerd.

6.4.2. MATEMATISCHE FORMULERING VAN HET HYDROGEOLOGISCH PROBLEEM

In paragraaf 2.4 wordt voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem, dat gekarakteriseerd wordt door een doelfunctie

(vergelijking (2.25)) met systeemvoorwaarden (betrekkingen (2.28), (2.30) en (2.31)), een mathematische formulering gegeven. De doelfunctie, waarvan men beoogt die te minimaliseren, dient voor de raming van de kosten die bij de geplande grondwaterwinning zullen moeten worden gemaakt. De systeemvoorwaarden, onderverdeeld in gelijkheids-, ongelijkheids- en randvoorwaarden, leggen beperkingen op onder dewelke een optimale oplossing moet worden gevonden. Het hydrogeologisch probleem wordt in het model HYDALM als volgt weergegeven:

- bereken het punt $x=(x_1; x_2; \dots; x_N)$ dat de doelfunctie $f(x)$ kan minimaliseren:

$$\text{minimaliseer } f(x) = 500\,000 \cdot \text{NTW} + 1500 \cdot \text{CST} \quad (6.9)$$

- onderwerp dit punt x aan de volgende systeemvoorwaarde:

$$q(x) \leq 135 \quad (6.10)$$

De parameter N die in het punt x geïncorporeerd is, stelt het aantal variabelen of X -modelcoördinaten van de potentiële putten voor. In het model HYDALM is de waarde van N gelijk aan:

$$N = \text{NTW} - \text{NEW} \quad (6.11)$$

NEW is het aantal bestaande putten en heeft voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem een waarde van 2, hetgeen in overeenstemming is met de putten BL1 en BL3 (Fig. 6.6). Tijdens de berekeningen van het model moeten de X -coördinaten van de potentiële putten, de variabelen x_1, x_2, \dots, x_N , steeds binnen het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht gesitueerd worden (Fig. 6.6). Voor iedere variabele worden aldus randvoorwaarden opgesteld. In tabel 6.2 zijn voor elke berekening met het model HYDALM de randvoorwaarden opgegeven. Hierbij geldt:

$$\text{ondergrens} \leq x \leq \text{bovengrens}, \quad x = x_1, x_2, \dots, x_N \quad (6.12)$$

De doelfunctie $f(x)$ (BEF) van vergelijking (6.9) drukt hetzelfde uit als die van vergelijking (6.3). In beide vergelijkingen worden de kosten gedragen door het totaal aantal pompputten NTW en de minimale lengte van afvoerleidingen CST (m) die alle putten aan elkaar kan koppelen. NTW heeft een prijs van 500.000 BEF per put en is een door de gebruiker ingevoerde diskontinue-natuurlijke veranderlijke die nooit

kleiner mag worden dan één. CST daarentegen is een continue-reële positieve veranderlijke met een prijs van 1500 BEF per meter afvoerleiding; deze veranderlijke wordt door het model zelf berekend.

Tab. 6.2. Randvoorwaarden voor de X-coördinaten (x-variabelen) van de potentiële putten in het model HYDALM.

X _a -COÖRDI- NAAT VAN DE POTENTIËLE PUT MET a=1,...,N ^C	NTW ^A =12, NEW ^B =2 en N ^C =10		NTW ^A =13, NEW ^B =2 en N ^C =11		NTW ^A =14, NEW ^B =2 en N ^C =12		NTW ^A =15, NEW ^B =2 en N ^C =13	
	ONDER- GRENS	BOVEN- GRENS	ONDER- GRENS	BOVEN- GRENS	ONDER- GRENS	BOVEN- GRENS	ONDER- GRENS	BOVEN- GRENS
X ₁	100	500	100	500	100	500	100	500
X ₂	200	850	100	500	100	500	100	500
X ₃	200	1000	200	850	200	850	200	850
X ₄	200	1000	200	1000	200	1000	200	1000
X ₅	200	950	200	1000	200	1000	200	1000
X ₆	200	950	200	950	200	950	200	1000
X ₇	250	1400	200	950	200	950	200	950
X ₈	250	1400	200	1300	250	1400	200	950
X ₉	1100	1650	250	900	250	1400	250	1400
X ₁₀	1100	1700	1100	1650	250	900	250	1400
X ₁₁			1100	1700	1100	1650	1100	1650
X ₁₂					1100	1700	1100	1700
X ₁₃							1450	1700
A. TOTAAL AANTAL POMPPUTTEN. B. AANTAL BESTAANDE PUTTEN. C. AANTAL POTENTIËLE PUTTEN.								

De ongelijkheidsvoorwaarde $q(x)$ (vergelijking (6.10)) duidt de maximaal toegestane waarde aan voor de berekende verlagingen van het piëzometrisch oppervlak voor een tijdsduur van ongeveer 19 jaar (9.999.999 minuten) ononderbroken pompen in laag 7, dat is de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan (paragraaf 2.4.2.2.2). De berekende verlagingen mogen bij de optimale oplossing van het probleem de maximale waarde van 135 m niet overschrijden.

De gelijkheidsvoorwaarde $p(x)$ of de maximale hoeveelheid te winnen grondwater uit laag 7 bedraagt, uitgaande van een menging met $3 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ duinwater, $0,53 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$ (paragraaf 2.4.2.2.1). De hoeveelheid opgepompt grondwater wordt in het model HYDALM over alle putten (NTW) gelijkmatig verdeeld. Het debiet per put QD (m^3/d) wordt vastgesteld met vergelijking (3.4) en wordt voor iedere put afzonderlijk geregistreerd in het MLP1-invoerbestand.

Voor de aanduiding van de functies van het hydrogeologisch probleem in de subroutines OBJECT, FXNS en GRAD van het model HYDALM wordt verwezen naar paragraaf 6.2.2.2. Via het hierboven opgesteld hydrogeologisch optimalisatieprobleem zal vervolgens in het model worden gezocht naar het punt $x=(x_1; x_2; \dots; x_N)$ dat in staat is de doelfunctie te minimaliseren. Dit punt, de optimale oplossing x^* , dient ook te voldoen aan de opgelegde systeemvoorwaarden.

6.4.3. GEVOLGDE WERKWIJZE EN RESULTATEN MET HET MODEL HYDALM

Om de berekeningen met het model HYDALM te kunnen aanvangen moeten op voorhand enkele initiële puttenconfiguraties worden uitgewerkt. De modelcoördinaten van de putten $P_a (X_a; Y_a)$ (a is het put- of knooppuntnummer) worden, zoals vermeld in paragraaf 6.4.1, aangegeven volgens betrekking (6.6). Voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4) bestaan de willekeurig gekozen initiële configuraties uit 12, 13, 14 en 15 pompputten. Voor elk van deze configuraties zijn de respektieve modelcoördinaten opgenomen in tabel 6.3. In de tabel zijn ook de coördinaten van de bestaande putten BL1 (P_{NTW-1}) en BL3 (P_{NTW}) aangegeven. De initiële waarden van de X_a -coördinaten (m) van de potentiële putten $P_1, P_2, \dots, P_{NTW-2}$ zijn in het model de aanvangswaarden van de x_N -variabelen. De waarden van de Y_a -coördinaten (m) voor elke put worden samen met de X -coördinaten van de bestaande putten, gedurende de berekeningen van het model constant gehouden. Deze putcoördinaten worden opgegeven in het DIM1- en het MLP1-bestand.

Het model HYDALM kan maar op gang worden gebracht nadat eerst het programma SIPURE werd uitgevoerd. De uitvoergegevens van dit programma dienen namelijk als invoergegevens voor het model.

Het programma SIPURE berekent aan de hand van de gegevens in de PAPU- en DAPU-invoerbestanden de evolutie van de verlagingen in de nodale cirkels van de ringen in de verschillende lagen en na verschillende tijden sinds het aanzetten van de pomp. De berekende verlagingen, opgeslagen in het OUPU-bestand, worden gesimuleerd tot een tijdstip van $13 \cdot 10^6$ minuten (ca. 25 jaar). Het PAPU-bestand definieert het axiaal symmetrisch netwerk dat opgebouwd is uit 14 lagen en 58 ringen. De hydrogeologische opbouw, de dikten van de lagen en de hydraulische parameters worden in figuur 6.7 afgebeeld. Voor de aanvangsstraal wordt een waarde ingevoerd van 0,08 m, voor de aanvangstijd 1,0 minuut en voor $\log_{10} A$ een waarde van 0,1. De uit laag 7 opgepompte debieten QD (m^3/d), berekend met vergelijking (3.4), zijn in tabel 6.4 aangegeven. Het totaal opgepompte debiet bedraagt steeds $0,53 \cdot 10^6 m^3/j$.

Tab. 6.4. Waarden van de probleemfuncties bekomen met behulp van het model HYDALM voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem.

OP- LOS- SING	AANTAL POTEN- TIËLE PUTTEN N	AANTAL BESTAAN- DE PUT- TEN NEW	TOTAAL AANTAL POMP- PUTTEN NTW	TOTAAL OPGEpomPT DEBIET $p(x)$ (m^3/j)	DEBIET PER PUT QD (m^3/d)	MINI- MALE LENGTE CST (m)	KOSTEN- FUNC- TIE $f(x)$ (BEF)	BEREKENDE MAXIMALE VERLAGING $q(x)$ (m)
A	10	2	12	530 000	120,93	2235,71	9 353 560	171,064
B	10	2	12	530 000	120,93	2739,66	10 109 500	140,977
A	11	2	13	530 000	111,63	2539,40	10 309 100	155,835
B	11	2	13	530 000	111,63	3053,47	11 080 200	137,944
A	12	2	14	530 000	103,65	2290,74	10 436 100	163,813
B	12	2	14	530 000	103,65	2831,67	11 247 500	134,987
A	13	2	15	530 000	96,74	2805,93	11 708 900	132,271
B	13	2	15	530 000	96,74	2787,54	11 681 300	132,001
A. VOOR DE AANVANGSTOESTAND.						B. VOOR DE OPTIMALE TOESTAND.		

De berekende verlagingen in het axiaal symmetrisch netwerk kunnen logaritmisch worden uitgezet tegenover de logaritme van het overeenkomstig tijdstip sinds het starten van de

pomp en tegenover de logaritme van de overeenkomstige afstand tot een pompput. Door het grafisch uitzetten van deze verlagingen wordt een overzicht verkregen van de berekeningen met het programma SIPURE. De berekende verlagingen worden per laag weergegeven via continue lijnen in tijd-verlagings- en afstand-verlagingsgrafieken. Bij wijze van voorbeeld zijn in figuur 6.8 voor de pumping van een put met een debiet van $103,65 \text{ m}^3/\text{d}$ in laag 7 de berekende verlagingen afgebeeld voor de lagen 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 13 en 14. Voor de curves met debieten van $120,93$, $111,63$ en $96,74 \text{ m}^3/\text{d}$ wordt verwezen naar bijlage B.5.2.

Het model HYDALM wordt achtereenvolgens toegepast op configuraties met een totaal aantal pompputten NTW van respectievelijk 12, 13, 14 en 15. De instellingen van de parameters voor het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme, die moeten worden ingebracht via het ALM1-bestand, zijn als volgt (paragrafen 5.3.1.2 en 6.2.1.3.2 en tabel 5.1):

- het aantal variabelen N , afgeleid met vergelijking (6.11), is naargelang van de op te lossen puttenconfiguratie 10, 11, 12 of 13;
- de randvoorwaarden voor deze variabelen (Tab. 6.2);
- $\varepsilon_1 = 10^{-4}$ (deel van het konvergentiecriterium), $\varepsilon_2 = 10^{-1}$ en $\varepsilon_3 = 10^{-4}$ (deel van het aanpassingscriterium);
- $\text{NSRCH} = 2N + 1$ (maximaal aantal eenrichtingsopzoeken van elke opzoekingscyclus);
- $\text{IMAX} = 200$ (maximale iteratielimiet op het aantal eenrichtingsopzoeken);
- de zoekrichtingsmethode en de parameter FAINSE (vermenigvuldigingsfactor voor elke variabele) van elke puttenconfiguratie zijn opgenomen in bijlage B.5.3.

Het initiële startpunt van:

- $x = (x_1; x_2; \dots; x_N)$ (X-coördinaten van de potentiële putten) is voor elke puttenconfiguratie aangegeven in tabel 6.3;
- $w_2 = 8$ en $w_3 = 8$ (strafgewichten);
- $w_{2\text{max}} = 64$ en $w_{3\text{max}} = 64$ (maximumwaarde voor de strafgewichten);
- $\text{WF} = 4$ (aanpassingsfactor voor de strafgewichten);
- $\beta_j = 0$, $j = 1, 2, \dots, N+1$ (multiplicatoren voor de ongelijkheidsvoorwaarden).

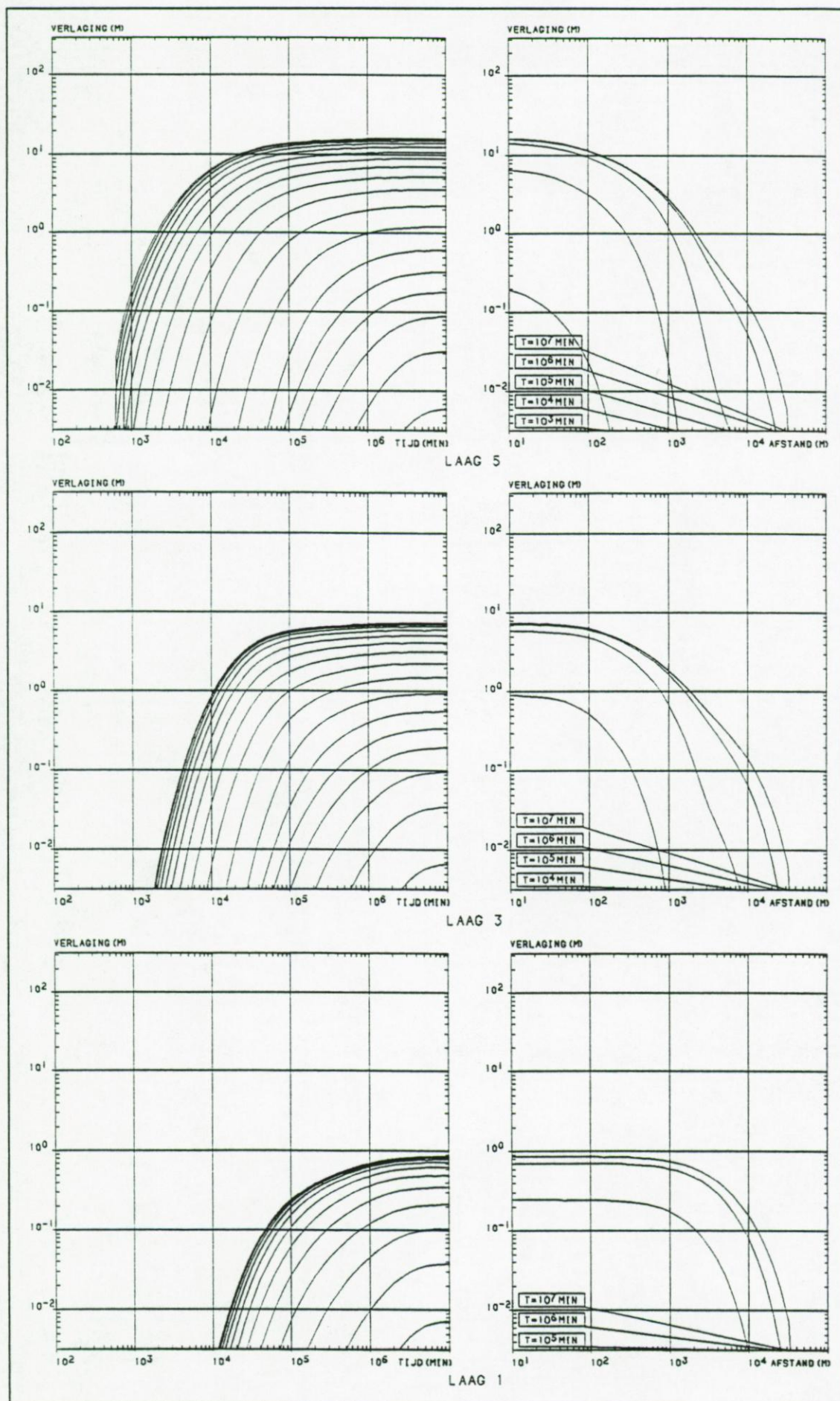


Fig. 6.8. Berekende verlagingen in tijd-verlagings- en afstand-verlagingsgrafieken bij een pomping van een put met een debiet van $103,65 \text{ m}^3/\text{d}$ in het Boven-Landenaan (laag 7).

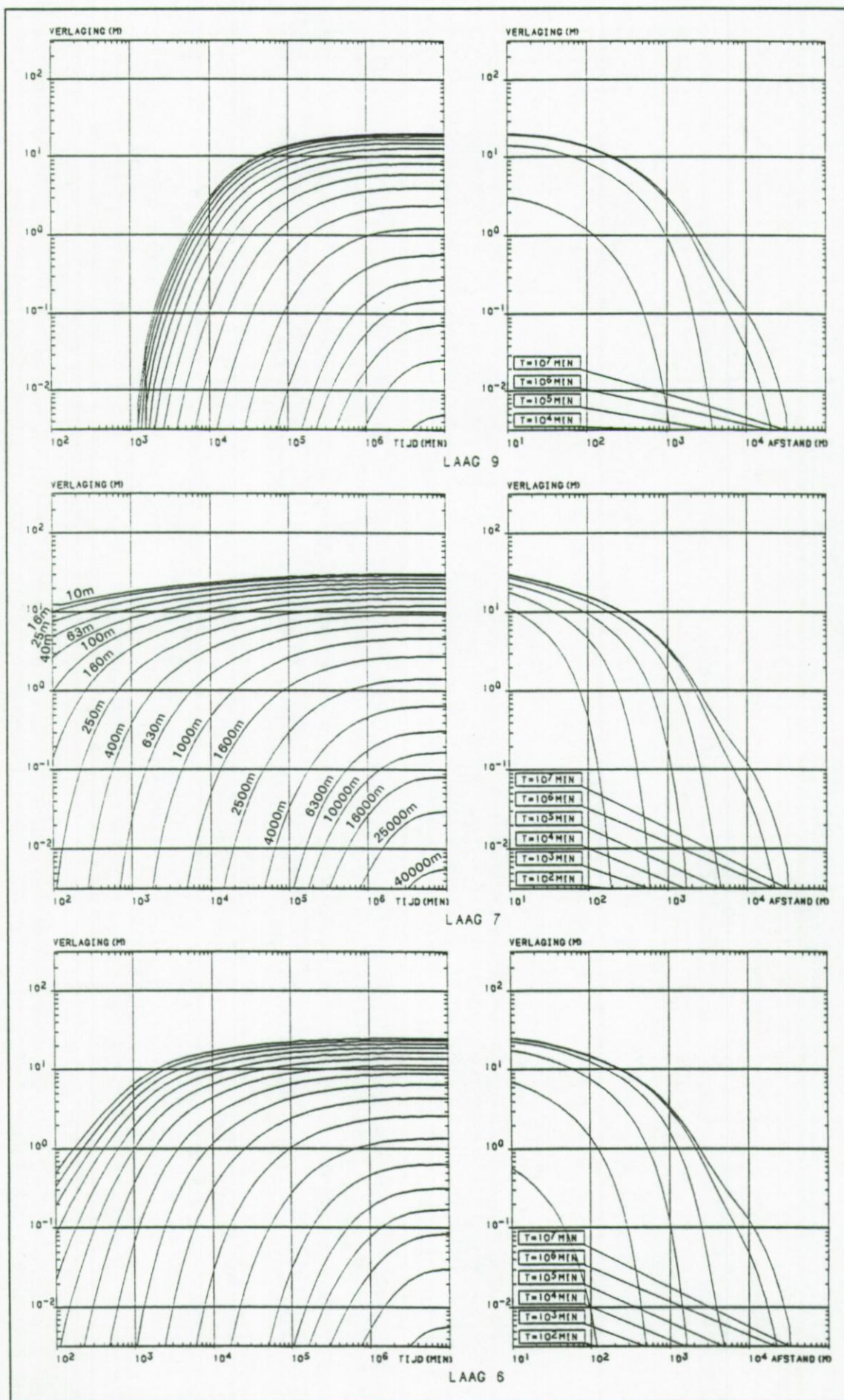


Fig. 6.8. (Vervolg 1).

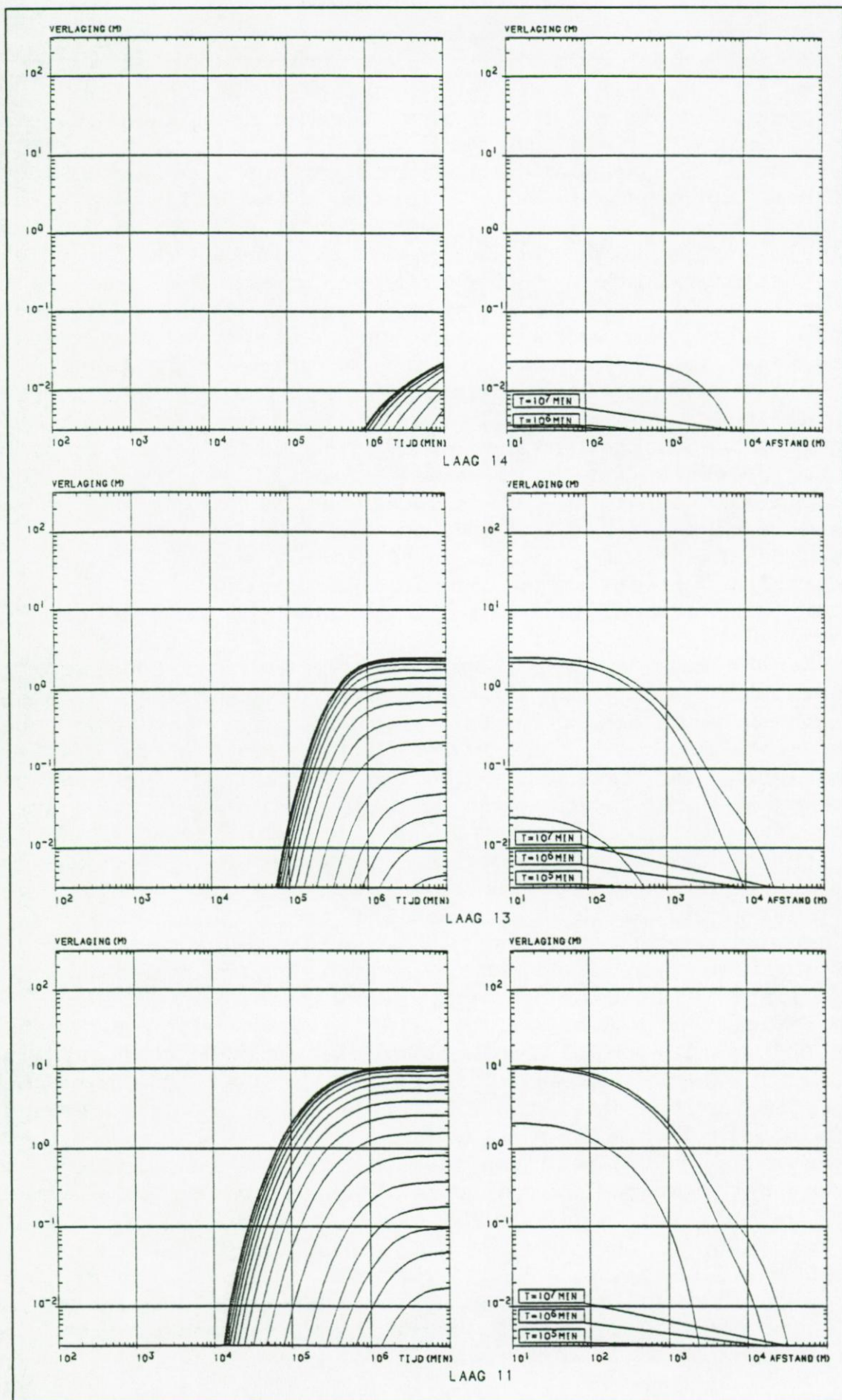


Fig. 6.8. (Vervolg 2, einde).

Opdat het model HYDALM zijn berekeningen kan uitvoeren worden eerst de invoergegevens van de PAPU-, OUPU-, MLP1-, DIM1- en ALM1-bestanden ingebracht. Met de gegevens in deze bestanden berekent het model voor de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan (laag 7) een optimale configuratie via de X-modelcoördinaten van de potentiële putten, voor een tijdsverloop van ongeveer 19 jaar na de aanvang van de pompingen. Voor alle uitgevoerde berekeningen zijn de afgeleide waarden van de variabelen ofwel de X-modelcoördinaten van de potentiële putten, opgenomen in tabel 6.3. In tabel 6.4 kunnen de resultaten van het model HYDALM voor de verschillende configuraties worden teruggevonden voor wat betreft de aanvangstoestand en de voor de optimale toestand bekomen oplossing van de volgende parameters:

- de minimale lengte van afvoerleidingen CST (m),
- de geraamde kosten $f(x)$ (BEF) en
- de berekende maximale verlaging $q(x)$ (m); voor de verlagingen in de pompputten van iedere puttenconfiguratie wordt verwezen naar bijlage B.5.3.

Aan de hand van de gegevens die verkregen worden met het model HYDALM (Tab. 6.4) kan voor het hydrogeologisch probleem een optimale oplossing worden afgeleid. Deze oplossing moet voldoen aan de doelfunctie (vergelijking (6.9)) en de systeemvoorwaarden (betrekkingen (6.10) en (6.12)). De oplossingen berekend met het model voor de minimale lengte, de kostenfunctie en de maximale verlaging zijn, samen met de waarde voor het debiet per put, voor de configuraties van 12, 13, 14 en 15 pompputten weergegeven in figuur 6.9. De bepaling van een optimum geschiedt door onderling vergelijken van de uitkomsten bekomen voor de verschillende configuraties. Voor de configuraties van 12 en 13 pompputten konden met het model geen optimale oplossingen worden berekend daar telkens de ongelijkheidsvoorwaarde (6.10) wordt overschreden. Een optimale oplossing kon wel worden afgeleid voor de configuraties van 14 en 15 pompputten. Van deze twee voldoet enkel de configuratie van 14 putten tegelijkertijd aan zowel de voorwaarde van minimale kosten van de doelfunctie als aan de opgelegde systeemvoorwaarden. Deze configuratie die 12 variabelen omvat is voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem een optimaal punt, dat met het model HYDALM gevonden wordt bij $x^* = (215,43; 241,24; 408,36; 200,00; 695,33; 200,91; 898,61; 299,83; 1339,08; 375,43; 1436,58; 1470,28)$ (Tab. 6.3). Dit punt heeft voor het totaal aantal putten NTW, de minimale lengte CST en de kostenfunctie $f(x^*)$ de waarden van respectievelijk 14, 2831,67 m en $11,25 \cdot 10^6$ BEF (Tab. 6.4).

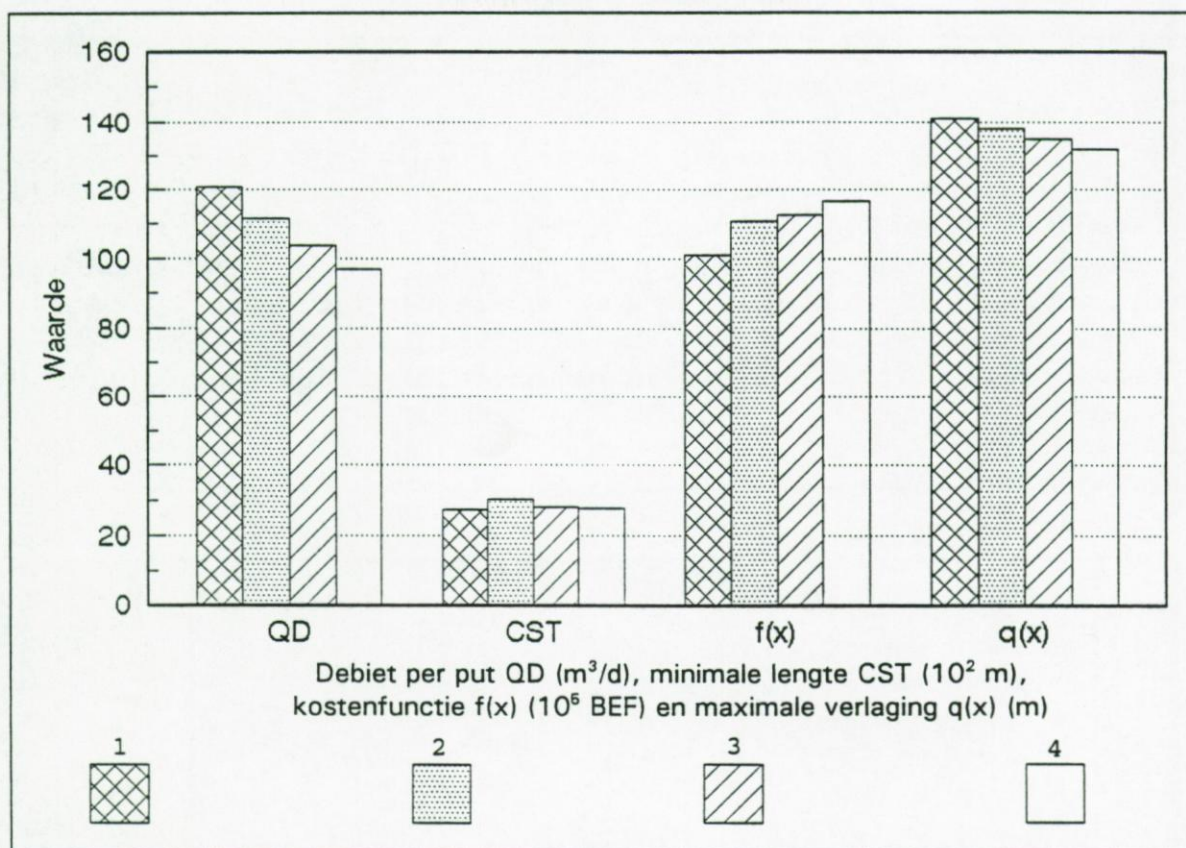


Fig. 6.9. Vergelijking tussen de oplossingen van het model HYDALM voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem bij de configuraties van 12, 13, 14 en 15 pompputten: 1. waarde bij een configuratie van 12 pompputten; 2. waarde bij een configuratie van 13 pompputten; 3. waarde bij een configuratie van 14 pompputten; 4. waarde bij een configuratie van 15 pompputten.

De bijbehorende Lagrange-multiplicatoren stemmen overeen met $\beta^* = (0, 1.10^2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$. De eerste component van de β -multiplicatoren wordt in verband gebracht met de ongelijkheidsvoorwaarde, terwijl de laatste twaalf componenten geassocieerd zijn met de randvoorwaarden van elke variabele (Tab. 6.2). In het optimaal punt is de ongelijkheidsvoorwaarde $q(x^*)$ gelijk aan 134,987 m. De parameters GMAG en DELX (Tab. 5.1) bedragen respectievelijk $4,7.10^{-1}$ en $9,4.10^{-4}$. De gelijkheidsvoorwaarde $p(x^*)$ heeft een waarde van $0,53.10^6 \text{ m}^3/\text{j}$.

In bijlage B.5.4 worden voor de optimale configuratie van 14 putten de model- en Lambert-coördinaten (vergelijking (6.8)) weergegeven van zowel de potentiële (P_1, P_2, \dots, P_{12}) als de bestaande putten ($BL1=P_{13}$ en $BL3=P_{14}$). De ligging van deze putten in het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke wordt samen met het verloop van de minimale lengte van 2831,67 m aan te leggen afvoerleidingen afgebeeld in figuur 6.10. Deze lengte wordt verkregen door de volgende putten, waarvan de

coördinaten zijn opgegeven in tabel 6.3, met elkaar te verbinden: P_{13} & P_{14} , P_9 & P_{14} , P_{11} & P_9 , P_{12} & P_{11} , P_7 & P_{13} , P_5 & P_7 , P_3 & P_5 , P_2 & P_3 , P_1 & P_2 , P_4 & P_3 , P_6 & P_4 , P_8 & P_6 en P_{10} & P_8 . In bijlage B.5.5 worden gegevens geregistreerd van de wijze van de onderlinge koppeling tussen de putten van de configuraties met 12, 13 en 15 putten, die werden bekomen bij de oplossing van het model HYDALM. Voor deze configuraties wordt in de bijlage ook de situering van de potentiële putten aangegeven.

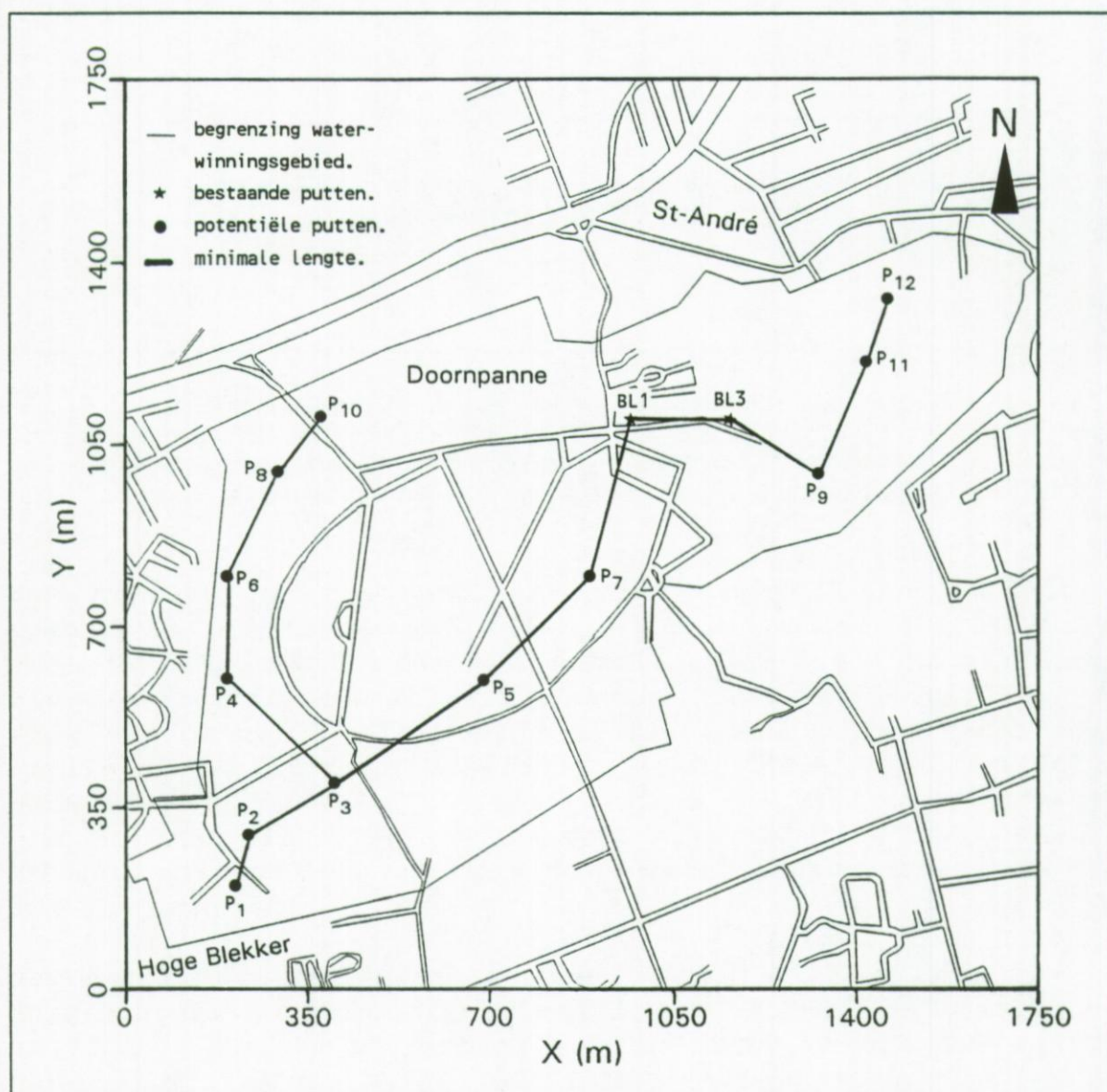


Fig. 6.10. Ligging van de potentiële putten samen met het verloop van de minimale lengte van afvoerleidingen voor de configuratie van 14 pompputten.

Met de optimale configuratie van 14 putten (Fig. 6.10) wordt nagegaan in welke mate een waterwinning in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan de onmiddellijke omgeving kan beïnvloeden door de optredende verlaging. Hiervoor worden voor de berekende verlagingen isolijnenkaarten opgesteld van de lagen 7 (aangepompte laag van het Boven-Landeniaan), 1 (bovenste doorlatend gedeelte van de Sokkel) en 4 (topzone van het Krijt). De verlagingen worden berekend voor het modelgebied van 1750 bij 1750 m (Fig. 6.6) en voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km, waarin het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht centraal is gelegen. Uit het verloop van de isolijnenkaarten van het verruimd gebied kan de invloed van de waterwinning worden voorspeld voor de enkele lokale industrieën ten zuiden van de stad Veurne. De afstand van het waterwinningsgebied tot Veurne bedraagt ongeveer 5 km.

De verlagingen die zouden kunnen optreden in de aangepompte laag, laag 7, na een tijdsbestek van 2, 10 en ongeveer 19 jaar continu pompen zijn voor het modelgebied achtereenvolgens weergegeven in figuren 6.11a, 6.11b en 6.11c. Voor het verruimd gebied worden de resultaten bij dezelfde tijden respektievelijk weergegeven in figuren 6.12a, 6.12b en 6.12c. Het totaal onttrokken debiet bedraagt $0,53 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$. Uit figuren 6.11 en 6.12 kan worden afgeleid dat de lijnen van gelijke verlagingen op een afstand van ca. 1 km van het zwaartepunt van de waterwinning over het algemeen elliptisch zijn van vorm. Op afstanden groter dan 1 km vormen de lijnen van gelijke verlagingen concentrische cirkels (Fig. 6.12). Na 2 jaar pompen bedraagt de verlaging in de omgeving van de pompputten ongeveer 130 m (Fig. 6.11a). Deze verlaging neemt echter, weg van het waterwinningsgebied, snel af en bedraagt op een afstand van 1 km ongeveer 30 m (Fig. 6.12a). De verlagingen nemen van 1 km afstand van de waterwinning tot aan de grenzen van het verruimd gebied geleidelijk aan verder af. Op een afstand van 5 km is de verlaging ca. 2 m. Na 10 jaar pompen is de verlaging in de pompputten slechts weinig toegenomen (Fig. 6.11b). De verlaging in de omgeving van de waterwinning neemt daarentegen langzaam toe en bedraagt op 1 km afstand ongeveer 35 m en op 5 km ongeveer 3 m (Fig. 6.12b). Na ca. 19 jaar pompen variëren de waarden van de verlaging in de pompputten tussen 118,111 en 134,987 m, zodat nog steeds niet tot in het Boven-Landeniaan wordt afgepompt (paragraaf 2.4.2.2.2). De berekende verlagingen in de 14 pompputten zijn in bijlage B.5.3 opgenomen. De maximale verlaging bedraagt 134,987 m en treedt op in put P_4 (Fig. 6.10).

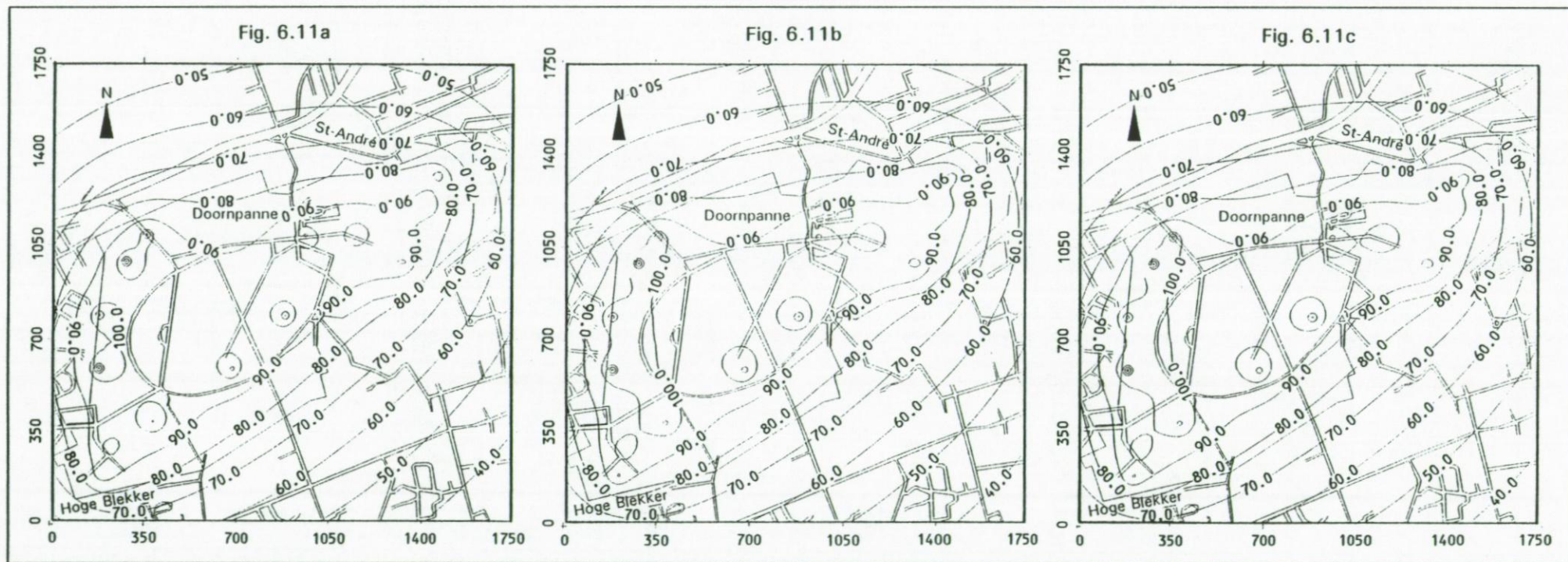


Fig. 6.11. Berekende verlagingen (m) in de aangepompte laag van het Boven-Landenaan (laag 7) na 2 (Fig. 6.11a), 10 (Fig. 6.11b) en ongeveer 19 jaar (Fig. 6.11c) pompen voor het modelgebied met een zijde van 1750 m van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (14 pompputten van 103,65 m³/d).

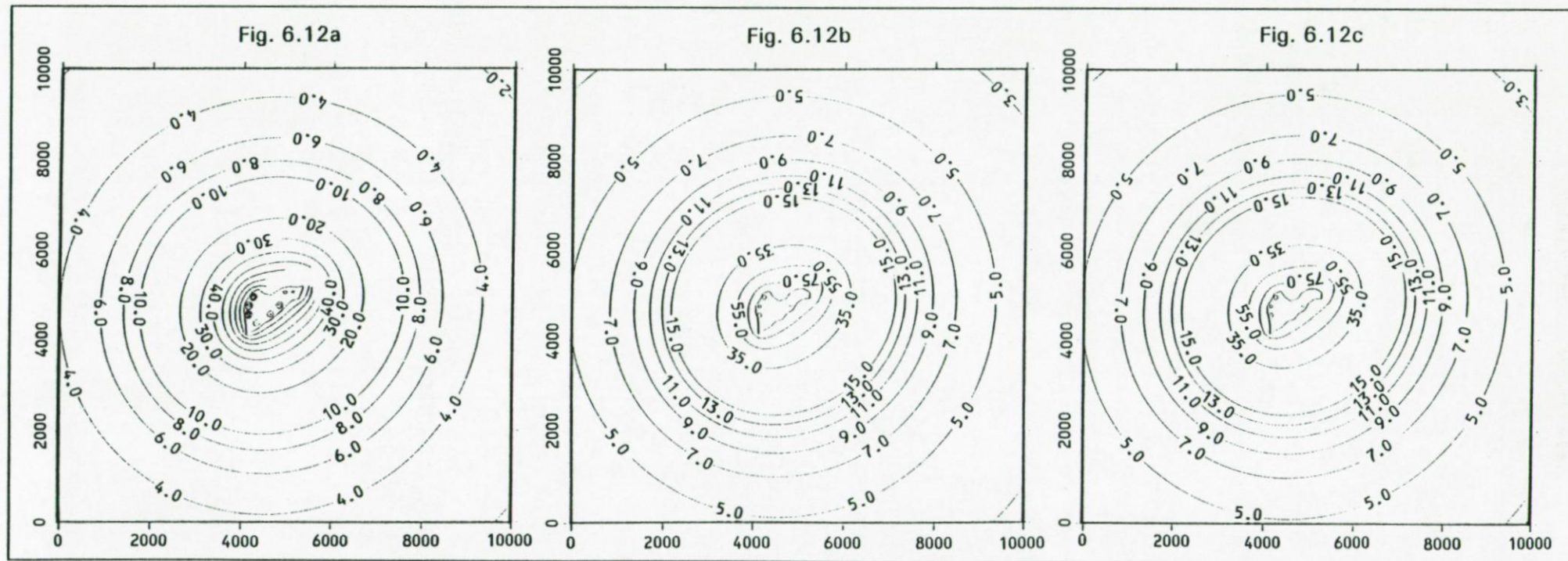


Fig. 6.12. Berekende verlagingen (m) in de aangepompte laag van het Boven-Landenaan (laag 7) na 2 (Fig. 6.12a), 10 (Fig. 6.12b) en ongeveer 19 jaar (Fig. 6.12c) pompen voor het verruimd gebied met een zijde van 10 km van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (14 pompputten van $103,65 \text{ m}^3/\text{d}$).

Op 1 km afstand van het zwaartepunt van de winning is de verlaging ten opzichte van de tijdsduur van 10 jaar nog steeds gelijk aan ongeveer 35 m. Op 5 km afstand bedraagt de verlaging ca. 3 m en is dus ook hier van een sterke toename geen sprake (Fig. 6.12c). De isolijnenkaarten van 10 en ongeveer 19 jaar pompen vertonen over het algemeen een zeer sterke overeenkomst. Bijgevolg kan worden aangenomen dat na een periode van 10 jaar pompen reeds een haast permanente toestand wordt bereikt.

In figuren 6.13 en 6.14 worden respectievelijk voor de topzone van de Sokkel (laag 1) en van het Krijt (laag 4) de gesimuleerde verlagingen weergegeven van het modelgebied van 1750 bij 1750 m (Fig. 6.13a en 6.14a) en van het verruimd gebied van 10 bij 10 km (Fig. 6.13b en 6.14b) na een tijdsverloop van ongeveer 19 jaar onafgebroken pompen in het Boven-Landenaan (laag 7). Aangezien de verticale doorlatendheden van het Krijt en het Onder-Landenaan slechts bij benadering konden worden afgeleid uit de gegevens van de pompproef (paragraaf 2.3.5.3.4), kunnen deze berekende verlagingen slechts als ruwe schatting worden beschouwd van de in werkelijkheid optredende verlagingen. Na ongeveer 19 jaar pompen wordt de grondwaterstand in de topzone van de Sokkel onder het waterwinningsgebied met minder dan 11,4 m verlaagd (Fig. 6.13). Deze geringe verlaging is te verklaren door het voorkomen van de slecht doorlatende lagen van het Krijt en het Onder-Landenaan tussen de watervoerende lagen van de Sokkel en het aangepompte Boven-Landenaan. De lijnen van gelijke verlagingen rond het waterwinningsgebied zijn concentrisch van vorm; de verlagingen nemen ten opzichte van de kern van dit gebied geleidelijk aan af tot ca. 9 m op 1 km afstand en ca. 3 m op 5 km afstand. Na ongeveer 19 jaar pompen wordt de grondwaterstand in de topzone van het Krijt onder het waterwinningsgebied met iets meer dan 56 m verlaagd (Fig. 6.14). De lijnen van gelijke verlagingen op een afstand van 1 km van het centrum van het waterwinningsgebied zijn elliptisch van vorm, maar naarmate de afstand groter wordt dan 1 km worden ze concentrisch. Vanaf een afstand van 1 km nemen de verlagingen geleidelijk aan af. De verlaging bij deze afstand bedraagt ongeveer 24 m. Op een afstand van 5 km is de verlaging ongeveer 3 m.

In bijlage B.5.6 zijn voor dezelfde lagen en tijden de isolijnenkaarten opgenomen van de oplossingen voor de configuraties van 12, 13 en 15 pompputten.

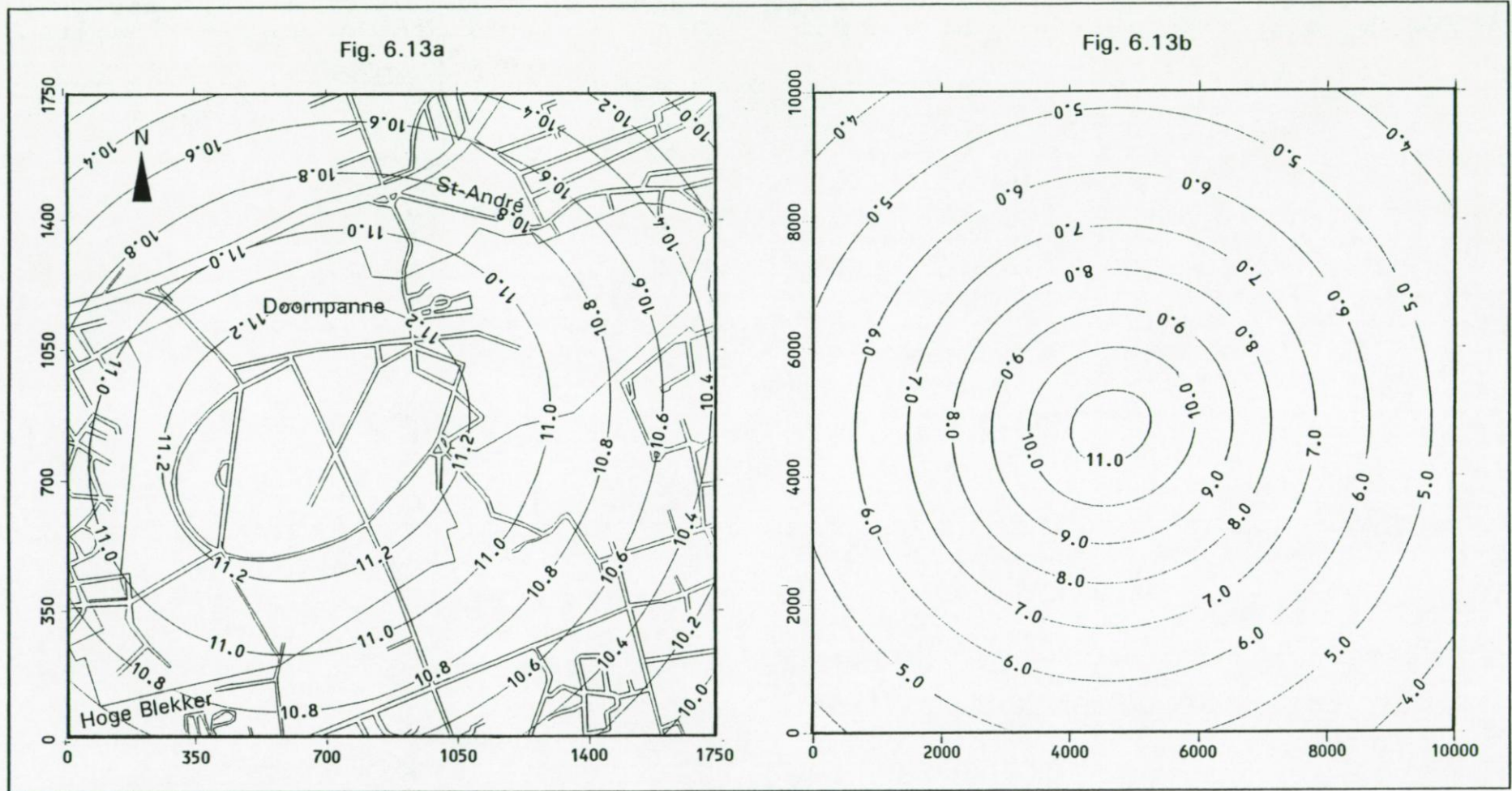


Fig. 6.13. Berekende verlagingen (m) in de topzone van de Sokkel (laag 1) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 1750 bij 1750 m (Fig. 6.13a) en voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km (Fig. 6.13b) van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (14 pompputten van $103,65 \text{ m}^3/\text{d}$).

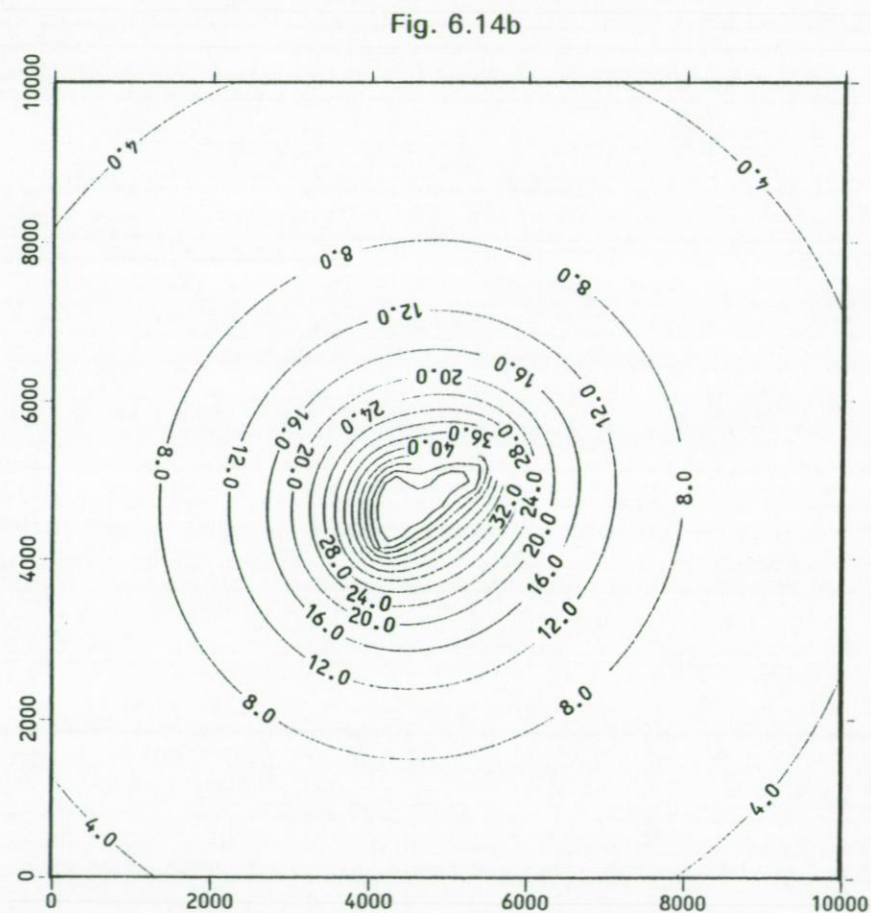
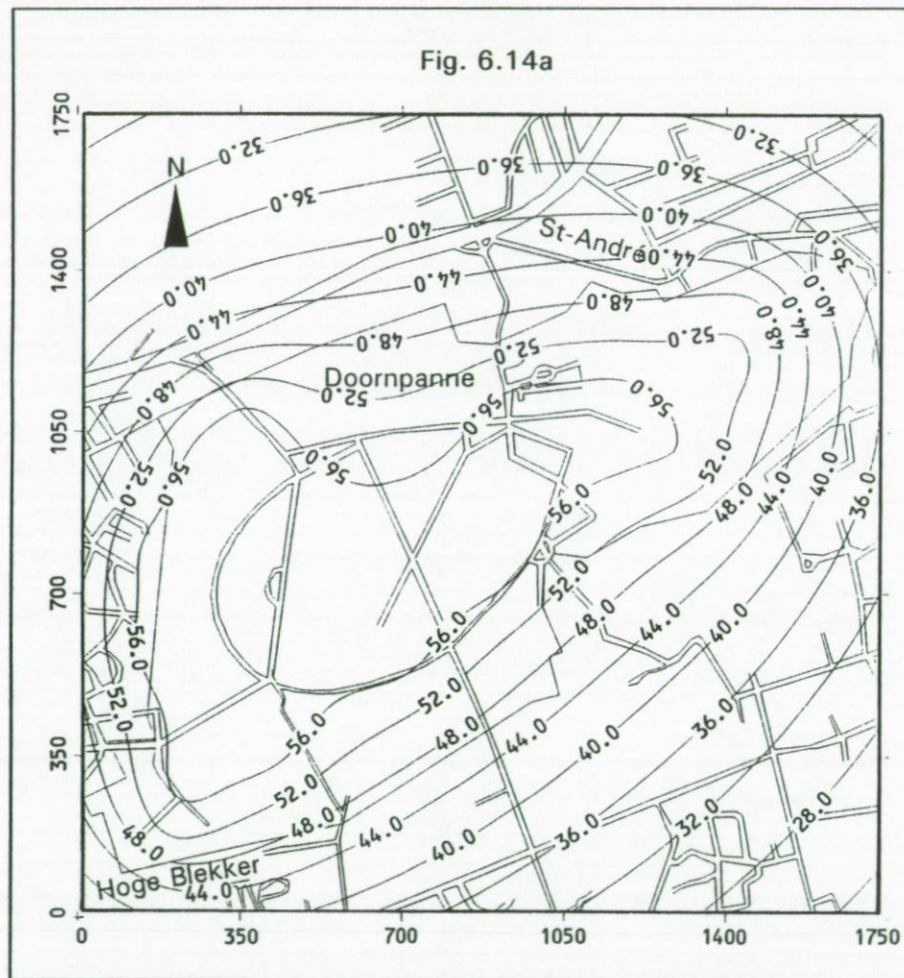


Fig. 6.14. Berekende verlagingen (m) in de topzone van het Krijt (laag 4) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 1750 bij 1750 m (Fig. 6.14a) en voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km (Fig. 6.14b) van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (14 pompputten van 103,65 m³/d).

6.4.4. BETROUWBAARHEID VAN DE GESIMULEERDE VERLAGINGEN BIJ HET OPTIMUM

In paragraaf 6.4.3 is voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem (paragraaf 2.4) een numerieke oplossing bepaald met behulp van het model HYDALM. Deze oplossing komt overeen met de configuratie van 14 pompputten; de waarden van de putcoördinaten in het modelgebied (Fig. 6.10) en van de probleemfuncties zijn respectievelijk opgenomen in tabellen 6.3 en 6.4. De berekeningen van het model zijn gesteund op de volgende hydrogeologische gegevens:

- de litologie en de dikte van de aangeboorde lagen van de boringen BGD35E142, BL1, BL2 en BL3 (paragrafen 2.2.2 en 2.3.4);
- de gemeten grondwaterstanden van het Boven-Landeniaan in de putten BL1 en BL3 (paragrafen 2.3.5 en 2.3.6);
- de chemische eigenschappen bekomen via wateranalyses van het Landeniaanwater (paragraaf 2.3.7);
- de hydraulische parameters afgeleid uit een pompproef in het Boven-Landeniaan (paragraaf 2.3.5).

Het belang van de beschikbaarheid van nauwkeurige hydrogeologische gegevens voor de simulatie met modellen werd reeds door LEBBE (1988) aangetoond. Zijn onderzoek was vooral gericht op het verkrijgen van een accuratere kennis van het grondwaterreservoir en de hydraulische parameters. Voor de berekening van de simulatie van de grondwaterverlagingsverdelingen ten gevolge van een waterwinning in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan in de duinen tussen Koksijde en Oostduinkerke werd daarom, naast het uitvoeren van boringen, ook een pompproef verricht en geïnterpreteerd door middel van het invers model (paragraaf 2.3.5.3). Met behulp van de pompproefgegevens werden voor het grondwaterreservoir de hydraulische parameters bepaald. Deze parameters, die in orde van afnemende nauwkeurigheid, uit de waargenomen verlagingen konden worden afgeleid zijn:

- de horizontale doorlatendheid $k^h(7)$ van de aangepompte laag van het Boven-Landeniaan,
- de specifieke elastische berging $S_A(7)$ van deze laag en
- de hydraulische weerstanden van de aangrenzende lagen uitgedrukt in verticale doorlatendheden $k^v(2-4)$, $k^v(5-6)$ en $k^v(8-13)$ van respectievelijk het Krijt, het Onder-Landeniaan en het Ieperiaan.

Aangezien de bij het numeriek optimum gesimuleerde verlagingen geen feitelijke waarden zijn maar slechts een prognose van de toekomstige situatie, kunnen zij derhalve niet aan de werkelijkheid worden getoetst. Om toch enigszins een idee te hebben van de nauwkeurigheid waarmee deze verlagingen door het model worden afgeleid, zullen in deze paragraaf de intervallen en factoren van betrouwbaarheid worden bepaald. Het betrouwbaarheidsinterval geeft de marge aan waarbinnen de werkelijke waarde van de gesimuleerde verlaging met een waarschijnlijkheid van $100(1-\alpha)$ % gelegen zal zijn, d.w.z. dat met een zekerheid van $100(1-\alpha)$ kansen op 100 kan worden gesteld dat de werkelijke waarde zich binnen de aangegeven onder- en bovengrenzen bevindt. $(1-\alpha)$ is het significantieniveau en duidt een maat aan voor de kans dat de werkelijke verlaging binnen het berekend interval gelegen is; α is een getal dat kan gekozen worden tussen 0 en 1. De grenzen van het betrouwbaarheidsinterval worden bepaald door de afgeleide waarden voor de verlagingen te relateren aan hun overeenstemmende minimale en maximale betrouwbaarheidsfactoren. De betrouwbaarheidsfactoren geven aan in welke mate de gesimuleerde verlaging afwijkt ten opzichte van de werkelijke waarde en duiden daarmee de onzekerheid aan waarmee deze waarde met het aangewende model juist kan worden afgeleid. De onder- en bovengrenzen van het betrouwbaarheidsinterval kunnen worden berekend door de verlaging te vermenigvuldigen met respectievelijk de minimale en de maximale betrouwbaarheidsfactor. De betrouwbaarheidsintervallen van de berekende verlagingen voor welbepaalde plaatsen in het modelgebied en voor welbepaalde tijden na het opstarten van de pomp kunnen worden geschat met behulp van de contourlijnen van de $100(1-\alpha)$ % betrouwbaarheidsgebieden van de afgeleide hydraulische parameters (betrekking (2.23)). Hierbij wordt voor een bepaalde verlaging op een bepaalde afstand van een pompput en na een bepaalde tijd van pompen een reeks van berekeningen uitgevoerd, waarbij de parameter-waarden voortdurend wisselen en overeenkomen met deze voorgesteld op de contourlijnen van het betrouwbaarheidsgebied. De maximumwaarde van de verlagingen geeft de bovengrens aan van het betrouwbaarheidsinterval terwijl de minimumwaarde de ondergrens aanduidt.

In paragraaf 2.3.5.3.4 werden voor de in deze studie afgeleide hydraulische parameters en hun nauwkeurigheden de waarschijnlijkheden van de 90, 99, 99,9 en 99,99 % gezamenlijke betrouwbaarheidsgebieden berekend. Het gezamenlijk betrouwbaarheidsgebied geeft de nauwkeurigheid aan waarmee de afgeleide hydraulische parameters werden bepaald uit de waar-

genomen verlagingen. Met behulp van de verschillende combinaties van parameter-waarden op de contourlijn van het gezamenlijk betrouwbaarheidsgebied van 99 % (Fig. 2.27a) en de resultaten van de hydraulische gegevens van de pompproef (Fig. 6.7), kunnen voor een welbepaalde laag bij een pumping met een putdebiet van $103,65 \text{ m}^3/\text{d}$ in het Boven-Landeniaan (laag 7), simulaties worden berekend van de verlagingen samen met hun betrouwbaarheidsintervallen. Hierbij zullen slechts de grootste en de kleinste waarde van de verlaging worden bewaard. De berekende verlagingen en hun betrouwbaarheidsintervallen kunnen worden voorgesteld in tijd-verlagings- en afstand-verlagingsgrafieken. Om een ruimtelijk inzicht te verkrijgen in de verdeling van deze intervallen, worden kaarten opgesteld met lijnen van gelijke minimale of maximale betrouwbaarheidsfactoren.

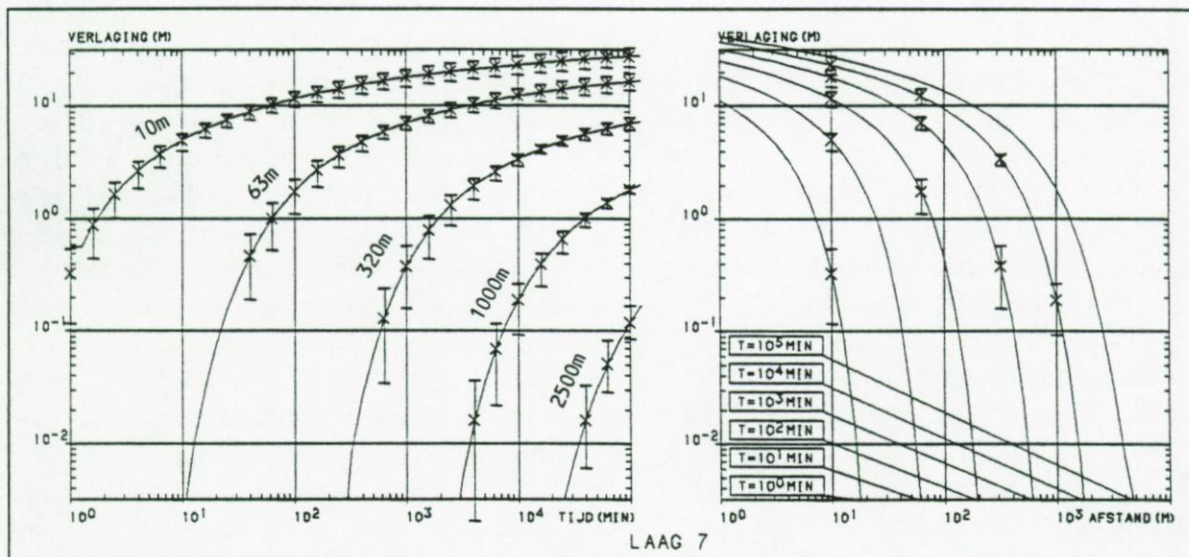


Fig. 6.15. Betrouwbaarheidsintervallen van de berekende verlagingen in het aangepompte Boven-Landeniaan (laag 7) bij een pumping van een put met een debiet van $103,65 \text{ m}^3/\text{d}$.

In figuur 6.15 worden voor het 99 % betrouwbaarheidsgebied de betrouwbaarheidsintervallen weergegeven in tijd-verlagings- en afstand-verlagingscurven. De intervallen in deze curven zijn getekend op basis van de grootste en kleinste gevonden waarde voor een verlaging berekend ten opzichte van een welbepaalde afstand en tijd. In de tijd-verlagingsgrafiek zijn de curven aangegeven op afstanden van 10, 63, 320, 1000 en 2500 m tot een pompput. In de afstand-verlagingsgrafiek

zijn de curven weergegeven op tijden van 10^0 , 10^1 , 10^2 , 10^3 , 10^4 en 10^5 minuten na het starten van de pomp. Uit figuur 6.15 kan worden afgeleid dat de berekende betrouwbaarheidsintervallen van de tijd-verlagings- en afstand-verlagingscurven in de omgeving van een pompput relatief klein zijn. Naarmate men zich van de pompput verwijderd worden de intervallen groter. Op een afstand van 1000 m worden ze vervolgens weer kleiner. Voor de berekende verlagingen op welbepaalde afstanden van een pompput zijn de betrouwbaarheidsintervallen asymmetrisch van vorm. In het begin van de pumping zijn de intervallen veel groter, naarmate de pumpingstijd toeneemt worden ze eerst kleiner om vervolgens weer groter te worden.

In figuren 6.16 en 6.17 worden respectievelijk voor het modelgebied met een zijde van 1750 m en voor het verruimd gebied met een zijde van 10 km, de isolijnen weergegeven van de minimale en de maximale betrouwbaarheidsfactoren van het 99 % betrouwbaarheidsgebied van de berekende verlagingen van de aangepompte laag van het Boven-Landeniaan (laag 7). Deze isolijnen zijn berekend voor een tijdstip na ongeveer 19 jaar continu pompen in de configuratie van 14 putten (Fig. 6.10). Het debiet per put bedraagt $103,65 \text{ m}^3/\text{d}$. De berekende verlagingen voor de beide gebieden zijn respectievelijk aangegeven in figuren 6.11c en 6.12c. Met figuren 6.16 en 6.17 kan ruimtelijk worden geschat hoe betrouwbaar de berekende verlagingen zijn. De minimale betrouwbaarheidsfactoren variëren van 0,85 tot en met 0,98 (Fig. 6.16a en 6.17a), de maximale betrouwbaarheidsfactoren van 1,06 tot en met 1,14 (Fig. 6.16b en 6.17b). De isolijnen van deze factoren hebben qua vorm hetzelfde uitzicht als de lijnen van gelijke verlagingen (Fig. 6.11c en 6.12c). De lijnen van gelijke betrouwbaarheidsfactoren zijn namelijk, net als bij de verlagingen, op een afstand van 1 km ten opzichte van het waterwinningsgebied elliptisch van structuur, terwijl op afstanden van 1 km tot aan de grenzen van het verruimd gebied ze eerder concentrische cirkels vormen. In de onmiddellijke nabijheid van de pompputten (Fig. 6.16) zijn op hetzelfde moment de waarden van de minimale en de maximale betrouwbaarheidsfactoren respectievelijk het kleinst (ca. 0,85) en het grootst (1,14). Deze waarden geven duidelijk de nauwkeurigheid aan waarmee de verlagingen door het model konden worden afgeleid. Indien echter aanvullende gegevens over de hydraulische parameters van de niet-aangepompte lagen verzameld zouden worden, zoals waarnemingen van verlagingen in deze lagen, dan zouden de gesimuleerde verlagingen tengevolge van een waterwinning in het Boven-Landeniaan met nog grotere nauwkeurigheid kunnen worden afgeleid.

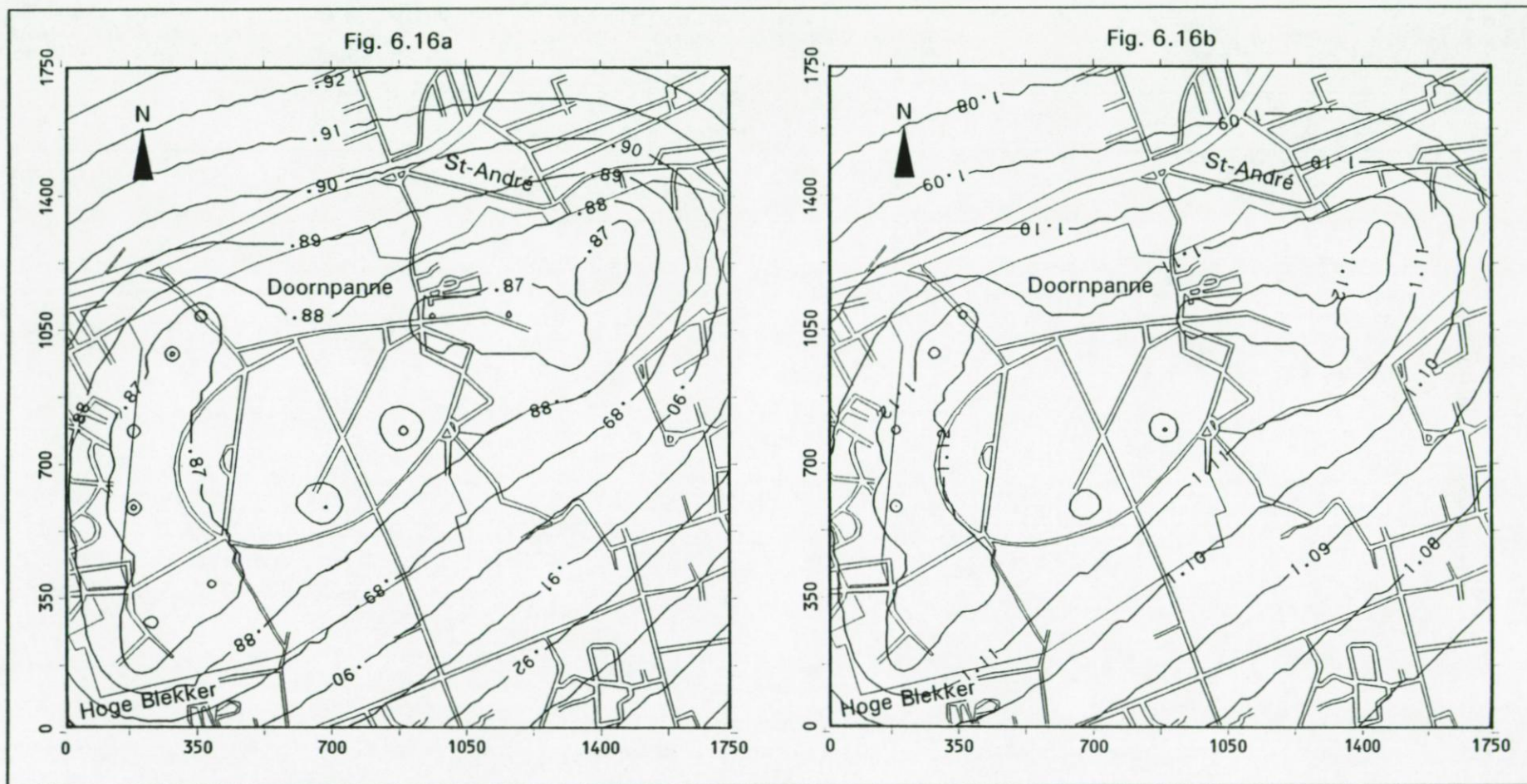


Fig. 6.16. Minimale (Fig. 6.16a) en maximale (Fig. 6.16b) betrouwbaarheidsfactoren van de berekende verlagingen in het aangepompte Boven-Landeniaan (laag 7) na ongeveer 19 jaar pompen voor het modelgebied van 1750 bij 1750 m (14 pompputten van 103,65 m³/d).

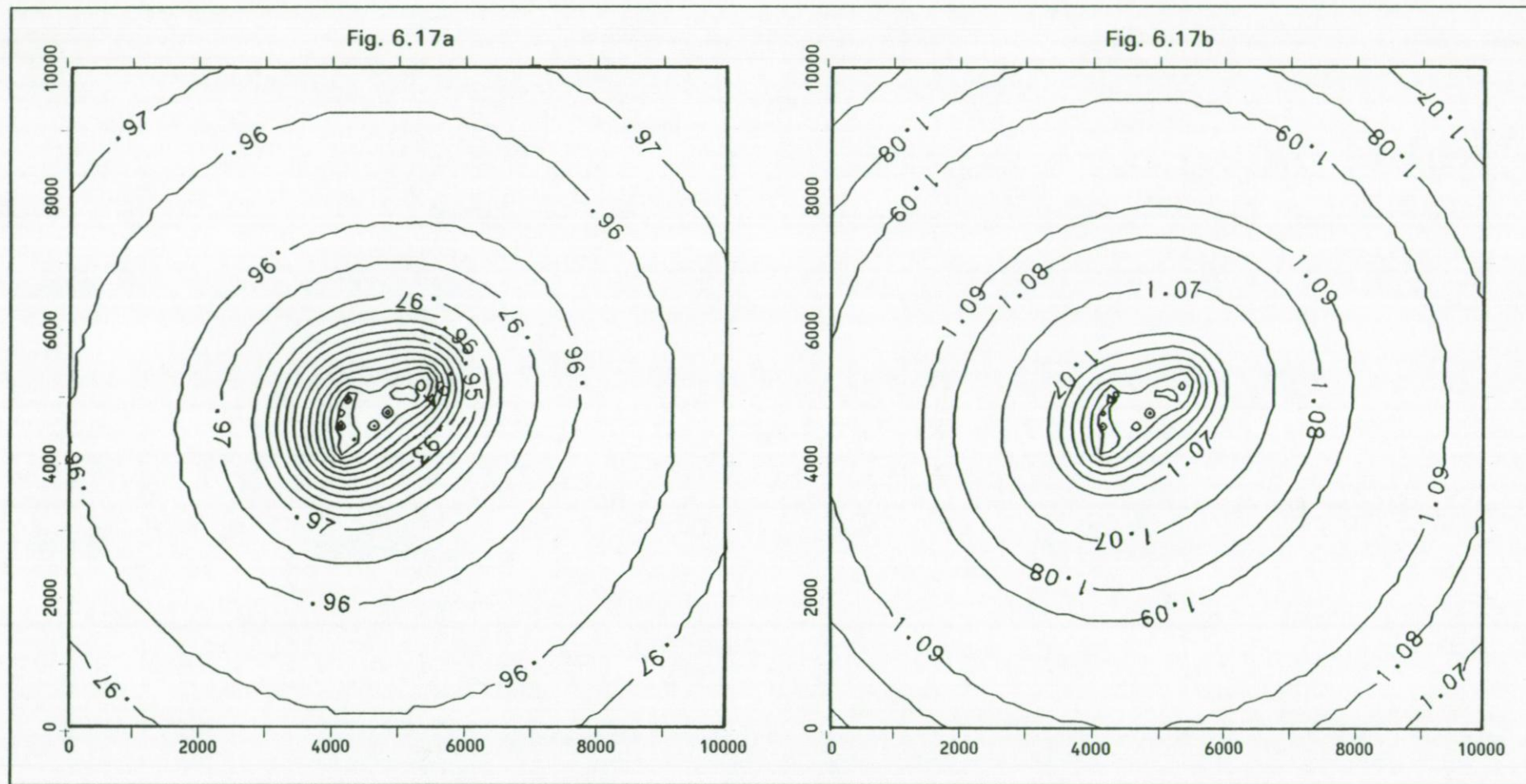


Fig. 6.17. Minimale (Fig. 6.17a) en maximale (Fig. 6.17b) betrouwbaarheidsfactoren van de berekende verlagingen in het aangepompte Boven-Landenaan (laag 7) na ongeveer 19 jaar pompen voor het verruimd gebied van 10 bij 10 km (14 pompputten van 103,65 m³/d).

De nauwkeurigheid van de berekende verlagingen nemen over het algemeen weg van het waterwinningsgebied, in de richting van de grenzen van het verruimd gebied, toe (Fig. 6.16 en 6.17). Op een afstand van ongeveer 1,5 km heeft de minimale betrouwbaarheidsfaktor een waarde van ongeveer 0,97 en bedraagt de maximale betrouwbaarheidsfaktor ongeveer 1,07. Deze nauwkeurigheid neemt vervolgens tot op een afstand van ongeveer 3 km enigszins af (de minimale en maximale factoren aldaar bedragen respectievelijk ca. 0,96 en 1,09) om daarna weer licht toe te nemen tot aan de plaatsen die overeenkomen met de onder- en bovenhoek van de linker- en rechterzijde van het verruimd gebied (Fig. 6.17). Deze plaatsen, die overeenstemmen met de grootste minimale (0,98) en de kleinste maximale (1,06) betrouwbaarheidsfactoren, zijn voor wat betreft de berekende verlagingen het nauwkeurigst bepaald. Deze nauwkeurigheid is te wijten aan de in het model ingevoerde grensvoorwaarden. In het model wordt namelijk, na een aantal iteraties, voor de buitenste ring van het axiaal symmetrisch netwerk een verlaging berekend via extrapolatie van de verlagingen van de drie ringen die juist voor de buitenste ring gelegen zijn. De buitenste ring wordt altijd op een dusdanig grote afstand ten opzichte van een pompput geplaatst, dat de horizontale stroming doorheen de buitenste grens beperkt blijft tot op het einde van de gesimuleerde tijd.

De betrouwbaarheden van de berekende verlagingen (Fig. 6.15, 6.16 en 6.17) bij de optimale configuratie van 14 pompputten (Fig. 6.10) zijn afhankelijk van de nauwkeurigheid waarmee de hydraulische parameters worden afgeleid. Deze nauwkeurigheid is op zijn beurt afhankelijk van de hoeveelheid verzamelde gegevens en van de wijze waarop deze gegevens door het model kunnen worden gesimuleerd. Bij het toepassen van modellen in de praktijk moet men echter steeds bedenken dat de verkregen resultaten de werkelijkheid slechts benaderen. Het is daarom belangrijk om in te zien dat modelresultaten nooit als absoluut mogen worden aangenomen en dus slechts als ondersteuning moeten dienen bij aanwending in het nemen van beleidsbeslissingen.

HOOFDSTUK 7

ALGEMEEN BESLUIT

Uit een evaluatie van de evoluties in de vraag en het aanbod van drinkwater in het westelijk deel van het Vlaamse kustgebied en een voorafgaand onderzoek naar de verziltingsverschijnselen tengevolge van de winning uit de freatische zoetwaterlens in de duinen, kon worden geconstateerd dat er in dit kustgebied dringend naar andere mogelijkheden voor waterwinning moet worden uitgezien. Uit voorliggende studie blijkt dat een grondwaterwinning uit de gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag van het Boven-Landeniaan, gevolgd door een menging met duinwater, uitkomst kan bieden. Door middel van een aanvullend hydrogeologisch onderzoek in deze laag is niet alleen de kennis van de geologische opbouw van de dieper gelegen lagen in het grondwaterreservoir van het dungebied tussen Koksijde en Oostduinkerke verbreed, maar is tevens een inzicht verkregen in de hydraulische en hydrochemische kenmerken van de aan te pompen laag. De algemene voorkennis van de ondergrond in dit dungebied, waar het studiegebied deel van uitmaakt, heeft samen met de aanvullende hydrogeologische gegevens geleid tot de ontwikkeling van een mathematisch model waarmee de geplande grondwaterwinning in het Boven-Landeniaan kan worden gesimuleerd. Door middel van het opstellen van een hydrogeologisch optimalisatieprobleem, gekenmerkt door een doelfunctie met systeemvoorwaarden, kunnen in het model tegelijkertijd zowel de hydrogeologische als de economische aspecten van de grondwaterwinning worden beschouwd. Naast een berekening van de in de omgeving te verwachten peilverlagingen, kan met het model ook een optimale puttenconfiguratie worden bepaald door de doelfunctie te minimaliseren in relatie tot de opgelegde systeemvoorwaarden. De lineaire doelfunctie geeft voor de geplande waterwinning een kostenraming afhankelijk van het voor de optimale puttenconfiguratie berekende aantal pompputten en meters afvoerleidingen, met inbegrip van o.a. de boor- en installatiekosten en kosten voor graafwerken en voerbuizen. De systeemvoorwaarden, opgedeeld in gelijkheids-, ongelijkheids- en randvoorwaarden, geven voor de grondwaterwinning respectievelijk de maximale hoeveelheid te winnen grondwater, de maximaal toegestane verlaging en de beschikbare ruimte voor de plaatsing van de pompputten aan.

De geologische gelaagdheid van het grondwaterreservoir in het studiegebied werd bestudeerd door de boorbeschrijvingen en de geofysische boorgatmetingen van vier spoelboringen die het Boven-Landeniaan aanboren. Deze boringen, te weten BGD35E142,

BL1, BL2 en BL3, bevinden zich in het waterwinningsgebied van de Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Am-bacht; dit gebied definieert voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem de randvoorwaarden ofwel de beschikbare inplantingsplaats van elke pompput.

Met de gegevens van de vier spoelboringen kon een vrij goede beschrijving worden gegeven van de litologische, stratigrafische en hydrogeologische opbouw van het veellagig grondwaterreservoir. De Sokkel (So) is overwegend samengesteld uit grijsgroene leistenen van Siluurouderdom. De met grondwater gevulde barsten en spleten in de gesteenten van de top van de Sokkel vormen de onderste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag, terwijl het dieper gelegen ongespleten en ongebarsten gedeelte zeer weinig doorlatend is. Tussen het doorlatend en het zeer weinig doorlatend gedeelte kan er echter een overgangszone bestaan die slecht tot zeer slecht doorlatend is. Op de Sokkel rust op -257,9 het Krijt (Kr), welke grotendeels bestaat uit mergel en wit krijt van Turoonouderdom. De top bevindt zich tussen -173,5 en -178,3. Het Krijt wordt bedekt door eocene sedimenten waarvan de top gelegen is tussen -20,4 en -21,4. Het onderste gedeelte ervan vormt de Groep van Landen, welke is opgebouwd uit de Formatie van Hannut (L1) en de Formatie van Tienen (L2); het bovenste gedeelte bevat de Groep van Ieper. De Formatie van Hannut (Onder-Landeniaan) bestaat uit groengrijs zandhoudend leem tot leemhoudende klei met glauconiet. Het Krijt en de erboven gelegen afzetting van de Formatie van Hannut zijn beide slecht doorlatend. Op de Formatie van Hannut ligt tussen -148 en -151,4 de Formatie van Tienen (Boven-Landeniaan). Deze is opgebouwd uit groengrijs leem- en schelphoudend fijn zand en behoort tot het Lid van Knokke. De Formatie van Tienen vormt de bovenste gedeeltelijk afgesloten watervoerende laag. Tussen -132 en -133,6 ligt de basis van de zeer slecht doorlatende afzetting van de Groep van Ieper die hoofdzakelijk bestaat uit grijsblauwe stijve klei (Yc); onderaan vindt er een geleidelijke overgang plaats van leemhoudende klei tot leem. Deze ca. 113 m dikke afzetting behoort tot de Formatie van Kortrijk. Boven deze formatie ligt een ongeveer 27 m dikke afzetting van het Kwartair (Q), die de freatisch watervoerende laag vormt. Deze afzetting is doorgaans van onderen naar boven opgebouwd uit Calais-, Duinkerken- en duinzandsedimenten. De afzetting van Calais, gelegen tussen -20 en -9, bestaat hoofdzakelijk uit grijs leemhoudend fijn zand dat naar onderen toe fijner en schelprijk wordt. Aan de onderzijde wordt een basisgrint aangetroffen. De afzetting van Duinkerken, gelegen tussen ca. -9 en +4,5, bevat over-

wegend grijs lemig en/of kleilig zand met daaronder fijne middelmatige zanden die kunnen overgaan in een schelpbank. Van +4,5 tot het maaiveld bevindt zich een laag van geel schelphoudend duinzand met humeuze horizonten.

De interpretatie van een pompproef door middel van het invers model heeft drie verschillende hydraulische parameters opgeleverd: voor de aangepompte laag van het Boven-Landeniaan de horizontale doorlatendheid en de specifieke elastische berging en van de aangrenzende lagen de hydraulische weerstanden uitgedrukt als verticale doorlatendheden van deze lagen. De horizontale doorlatendheid en de specifieke elastische berging van de aangepompte laag zijn zeer nauwkeurig afgeleid en bedragen respectievelijk $0,153 \text{ m/d}$ en $0,411 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. Van deze twee parameters is eerstgenoemde het meest nauwkeurig bepaald. De verticale doorlatendheden van het Krijt, het Onder-Landeniaan en het Ieperiaan bedragen respectievelijk $0,290 \cdot 10^{-3}$, $0,145 \cdot 10^{-3}$ en $0,725 \cdot 10^{-4} \text{ m/d}$; deze waarden werden met minder grote nauwkeurigheid afgeleid.

De grondwaterstandsmetingen hebben aangetoond dat het gemiddelde rustpeil in de watervoerende laag van het Boven-Landeniaan zich bevindt op ongeveer +2,5. De grondwaterstroming in deze laag is hoofdzakelijk gericht naar het zuiden, naar Veurne, waar enkele winningen een ontwateringstrechter veroorzaken. Rekening houdend met het peil van het dak van het Boven-Landeniaan en het gemiddelde rustpeil is voor de geplande waterwinning de maximale verlaging van elke pompput bepaald op ca. 136 m. Door een marge van 1 m in acht te nemen is de maximaal toegestane verlaging gelijk aan 135 m. Deze waarde vormt voor het hydrogeologisch optimalisatieprobleem de niet-lineaire ongelijkheidsvoorwaarde, die vereist dat bij de optimale oplossing de berekende verlagingen de maximale waarde van 135 m niet mogen overschrijden.

De analyse van grondwaterstalen uit de put BL1 geeft een beeld van de hydrochemische en bacteriologische kwaliteit van het Landeniaanwater. Het water behoort tot het Stuyfzand-type B*-NaMix+. Bacteriologisch is het als drinkwater geschikt. Voor wat betreft de geleidbaarheid en de gehalten van natrium, kalium, chloride en fluoride zijn de drinkwaternormen, gesteld volgens het Besluit van de Vlaamse Executieve van 15 maart 1989, overschreden. Rekening houdend met deze normen werd de maximale hoeveelheid te winnen Landeniaanwater, op basis van een menging met $3 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$ duinwater, vastgesteld op $0,53 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{j}$. Deze hoeveelheid is in het hydrogeologisch optimalisatie-

probleem de gelijkheidsvoorwaarde.

Aan de hand van de hydrogeologische gegevens en het hydrogeologisch optimalisatieprobleem is het mathematisch model HYDALM opgesteld. De computercode van dit model kwam tot stand door verwerking van de programma's Mulpum en DISMOD als sub-routines in het programma AULAMU. Vervolgens vond er een koppeling plaats met het programma SIPURE. Met SIPURE en Mulpum is het model in staat verlagings in een veelmatig grondwaterreservoir te berekenen. SIPURE laat toe om voor het axiaal symmetrisch tweedimensionaal netwerk de evolutie van de verlagings te berekenen voor de nodale cirkels van de verschillende ringen, gelegen in het midden van iedere laag, op welbepaalde opeenvolgende tijdsintervallen en afstanden van een pompput. Hiervoor maakt hij gebruik van de gegevens van de verticale schematisering van het grondwaterreservoir, de hydraulische parameters, de waargenomen verlagings en de parameters die het eindig-verschilnetwerk definiëren. Mulpum berekent, door toepassing van het principe van de superpositie, de verlagings in de roosterpunten van de vierkante cellen van een rechthoekig rooster met behulp van de gegevens van de verlagings in het axiaal symmetrisch netwerk, de gekozen laag, het tijdstip na aanvang van de pompingen en het aantal pompputten met hun respektieve coördinaten en debieten. Door plaatsing van dergelijke roosters in het midden van iedere laag in het axiaal symmetrisch netwerk kan men voor het grondwaterreservoir een quasi-driedimensionale voorstelling bekomen. Met de coördinaten van de pompputten, aangeduid als knooppunten, bepaalt DISMOD door middel van het driestaps-algoritme de minimale lengte van afvoerleidingen die alle pompputten met elkaar kan verbinden volgens de kortste afstand. AULAMU, gesteund op het aangevulde Lagrange-multiplier-algoritme, berekent voor een stelsel van expliciet geformuleerde vergelijkingen een optimale oplossing met behulp van de initiële verzameling van de variabelen en de kondities van de algoritme-parameters, te weten konvergentie- en aanpassingscriteria, zoekrichtingsmethoden, stopvoorwaarden en printintervallen geassocieerd met de uitvoergegevens. Bij dit optimum moet de eerste afgeleide van de Lagrangiaanse functie ongeveer gelijk zijn aan nul en moeten de doelfunctie en de aangevulde Lagrangiaanse functie ongeveer dezelfde waarde hebben. De werking van DISMOD en AULAMU werd op verschillende testproblemen getoetst.

Het model HYDALM vereist van het modelgebied een nauwkeurige kennis van enerzijds de litostratigrafische en de hydrogeologische opbouw van het veellagig grondwaterreservoir en anderzijds de hydraulische parameters van de verschillende lagen. Met behulp van een kunstmatig optimalisatieprobleem wordt aangetoond dat met het model voor een gegeven hydrogeologisch probleem optimale oplossingen kunnen bekomen worden, door bij minimale kosten een aantal potentiële putten te plaatsen aan de hand van de berekende optimale X-coördinaten; de Y-coördinaten van elke put worden samen met de X-coördinaten van de bestaande putten, gedurende de berekeningen van het model constant gehouden. Van deze oplossingen voldoet slechts één tegelijkertijd aan de voorwaarde van minimale kosten van de doelfunctie en aan alle opgelegde systeemvoorwaarden; dit is de optimale oplossing. De oplossingen van het model HYDALM werden getoetst aan de resultaten die voor hetzelfde kunstmatig probleem verkregen werden na oplossing met de programma's SIPURE en MULPUM. Bij dit probleem, dat voldoet aan de mathematische formulering van het hydrogeologisch optimalisatieprobleem, werd gekozen voor configuraties van pompputten die op één lijn en op gelijke afstand van elkaar gelegen zijn. Door de goede overeenkomst tussen de resultaten van de programma's en die van het model in initiële toestand, kan worden geconcludeerd dat de computercode als gewenst verloopt. Met het model wordt echter voor de kostenfunctie en de minimale lengte van afvoerleidingen toch steeds een kleinere waarde voor de optimale oplossing berekend, doordat het de neiging vertoont de buitenste putten dichter bij elkaar te brengen.

Met behulp van het model HYDALM kon voor het hydrogeologisch probleem een optimale oplossing worden afgeleid bij een gesimuleerde waterwinning in het Boven-Landeniaan voor een tijdsperiode van ongeveer 19 jaar continu pompen. Doordat bij de aanvang van de simulatie de berekende verlagingsverdeling voor dezelfde tijden en plaatsen rondom een pompput zeer goed overeenstemt met deze waargenomen tijdens de pompproef, wordt gesteld dat het model aan de werkelijke situatie is geijkt. De opdeling van het grondwaterreservoir gebeurt zoals in het invers model en de aangewende hydraulische parameters zijn zoals afgeleid uit de pompproef. De berekende optimale oplossing is de configuratie met een totaal aantal van 14 pompputten. De minimale lengte van afvoerleidingen, de doelfunctie, de ongelijkheidsvoorwaarde en de gelijkheidsvoorwaarde bedragen respectievelijk 2832 m, $11,25 \cdot 10^6$ BEF, 135 m en $0,53 \cdot 10^6$ m³/j. De Lambert-coördinaten (km) van de potentiële

pompputten zijn $P_1(29,715; 201,700)$, $P_2(29,741; 201,800)$, $P_3(29,908; 201,900)$, $P_4(29,700; 202,100)$, $P_5(30,195; 202,100)$, $P_6(29,701; 202,300)$, $P_7(30,399; 202,300)$, $P_8(29,800; 202,500)$, $P_9(30,839; 202,500)$, $P_{10}(29,875; 202,600)$, $P_{11}(30,937; 202,715)$ en $P_{12}(30,970; 202,825)$, van de bestaande putten $BL1=P_{13}(30,470; 202,600)$ en $BL3=P_{14}(30,670; 202,610)$. Voor de optimale configuratie van 14 putten werd de invloed nagegaan van de waterwinning op de grondwaterverlaging in de watervoerende lagen van het Boven-Landeniaan en de topzones van de Sokkel en het Krijt. Bij de start van de waterwinning vindt er in de nabijheid van de pompputten een aanzuiging van grondwater plaats waardoor het piëzometrisch oppervlak van het Boven-Landeniaan in deze omgeving zeer snel daalt. Na 2 jaar pompen ontstaan reeds ontwateringstrechters met een verlaging van ongeveer 130 m. De daling van het piëzometrisch oppervlak neemt met toenemende afstand tot de pompputten steeds verder af, maar verandert ook in functie van de pompingstijd. Naarmate de pomping voortduurt moet het water van steeds grotere afstanden worden aangevoerd. Het oppervlak van de depressietrechter breidt zich tot ongeveer 10 jaar pompen verder uit en de verlagingen in de omgeving van de trechterkern nemen geleidelijk aan toe. Dit laatste wijst op een verdere verdieping van de afpompingstrechter. De vergroting van het trechteroppervlak gebeurt naarmate de tijd vordert alsmaar trager en wordt na een lange tijd van pompen nagenoeg onmerkbaar. Na 10 jaar pompen kan dus reeds van een haast permanente toestand worden gesproken. Na ongeveer 19 jaar pompen variëren de waarden van de verlaging in de pompputten nog tussen 118 en 135 m, zodat zelfs dan de top van het Boven-Landeniaan nog niet is bereikt. De verlaging in de topzone van de Sokkel en het Krijt bedraagt na ca. 19 jaar pompen in de omgeving van de putten respectievelijk ca. 11,4 en 56 m. De verlaging op ongeveer 5 km afstand van de putten bedraagt in de drie genoemde lagen ca. 3 m.

Voor de met de pompproef afgeleide hydraulische parameters werden contourlijnen berekend die overeenkwamen met de waarschijnlijkheden van de 90, 99, 99,9 en 99,99 % betrouwbaarheidsgebieden. Met elke combinatie van parameter-waarden overeenstemmend met de punten op de contourlijn van het gezamenlijk betrouwbaarheidsgebied van 99 %, werden voor de gesimuleerde verlagingen van het Boven-Landeniaan op een tijdstip van ongeveer 19 jaar pompen de betrouwbaarheidsintervallen en -factoren voor de optimale configuratie van 14 pompputten bepaald. Uit de berekende betrouwbaarheden bleek dat de gesimuleerde verlagingen bij het optimum met een nog grotere nauwkeurigheid kunnen worden afgeleid, indien aan-

vullende gegevens over de hydraulische parameters van de aangrenzende lagen van het Boven-Landeniaan verzameld zouden worden. Om het hydrogeologisch optimalisatieprobleem verder te bestuderen wordt daarom voorgesteld voor deze lagen zoveel mogelijk gegevens te verzamelen, door bijvoorbeeld in de lagen zelf verlagingen waar te nemen.

Tot slot wordt nog opgemerkt dat bij het opstellen van het model HYDALM heel veel aandacht is besteed aan het gebruikerscomfort. Het resultaat is een model dat niet alleen, rekening houdend met hydrogeologische, economische en ecologische aspecten, een grondwaterwinning kan simuleren maar ook nog gebruiksvriendelijk is, in die zin dat het de mogelijkheid biedt zowel de stopvoorwaarden als de hoeveelheid uitvoergegevens zelf te regelen via de invoerbestanden. De enige probleemafhankelijke subroutines, waarin de probleemfuncties en hun gradiënten worden aangewezen, zijn OBJECT, FXNS en GRAD. Het model kan via deze subroutines steeds weer worden aangepast om te beantwoorden aan de behoeften van elk specifiek hydrogeologisch optimalisatieprobleem, door gewoon de verschillende algoritme-parameters juist te kiezen. Er moet verder nog op worden gewezen dat, alhoewel de modelresultaten maar bij benadering de situatie in werkelijkheid kunnen schetsen, ze toch een goede ondersteuning kunnen zijn bij het formuleren van beleidsbeslissingen. Door het gebruik van modellen kunnen hoe dan ook veel tijd en kosten worden uitgespaard bij het zoeken naar een mogelijke oplossing die, naargelang van de situatie, maximale baten geeft bij minimale kosten. Ondanks het feit dat de resultaten niet voor de volle honderd procent betrouwbaar zijn, beschikt men over een goed uitgangspunt om de geplande werkzaamheden aan te vangen.

BIJLAGEN

B.1. GEOLOGISCHE GEGEVENS

B.1.1. BOORGEGEVENS

B.1.1.1. BOORGEGEVENS VAN BL1

Waterwinning	: St-André	X-coördinaat	: 30,470 km
Boorfirma	: Van Deynse	Y-coördinaat	: 202,600 km
Boorbeschrijving	: EVH	Maaiveld	: +6,73
Datum	: 17-25.11.1992	Meetpunthoogte	: +6,90
Nummer boring	: BL1	Boorwijze	: gespoeld
Diepte	: 186 m	Type put	: pompput

Diameter boorkop:	350 mm van 0 - 28 m
	300 mm van 28 - 138 m
	200 mm van 138 - 174 m
	140 mm van 174 - 186 m
	350 mm van 138 - 160 m (uitruiming van het boorgat)
Verbuizing	: 0 - 138 m PVC diameter 225/202 mm; 12,5 bar
Filterdiepte	: 138 - 158 m PVC diameter 125/9,2 mm
Filterpeil	: -131,27 - -151,27
Filteropeningen	: 0,5 mm
Filterlengte	: 20 m
Omstorting	: gekalibreerd zand 0,7 - 1,25 mm
Stop	: cement
Schoonpompen	: methode: dompelpomp
	datum : 7-9.12.92
	duur : 30 uur
	debiet: 5 m ³ /uur
Boorgatmeting	: natuurlijke gamma
	resistiviteit (LN & SN)

Diepte (m)		Beschrijving van de grond	Stratigrafie
van	tot		
0,0	0,5	Bruinzwart humushoudend zand met wortels	Q
0,5	3,0	Geel schelphoudend middelmatig zand	Q
3,0	4,0	Idem maar weinig leemhoudend	Q
4,0	9,0	Donkergrijs schelp- en glimmerhoudend fijn zand	Q
9,0	14,0	Grijs schelphoudend middelmatig zand	Q
14,0	26,0	Grijs schelphoudend fijn zand	Q
26,0	27,2	Basisgrint bestaande uit grof zand met veel schelpfragmenten	Q
27,2	27,8	Grijze slappe leem	Yc
27,8	140,2	Grijsblauwe stijve klei	Yc
140,2	150,0	Groengrijs sterk schelphoudend fijn zand afwisselend met laagjes kleihoudend fijn zand	L2
150,0	150,9	Groengrijs schelp- en kleihoudend fijn zand	L2
150,9	158,0	Groengrijs weinig schelphoudend fijn zand met schaarse veenfragmenten	L2
158,0	159,5	Groengrijs kleihoudend fijn zand tot zandhoudende klei	L1
159,5	185,0	Groengrijze weinig zandhoudende halfstijve tot stijve klei waarin regelmatig steenbankjes voorkomen bestaande uit silex en zandsteen	L1
185,0	186,0	Krijt	Kr

B.1.1.2. BOORGEGEVENS VAN BL2

Waterwinning	: St-André	X-coördinaat	: 30,560 km
Boorfirma	: Van Deynse	Y-coördinaat	: 202,620 km
Boorbeschrijving:	EVH	Maaiveld	: +6,61
Datum	: 30.11-08.12.1992	Meetpunthoogte	: +6,61
Nummer boring	: BL2	Boorwijze	: gespoeld
Diepte	: 160 m	Type put	: peilput

Diameter boorkop:	350 mm van 0 - 28 m
	300 mm van 28 - 138 m
	200 mm van 138 - 174 m
	140 mm van 174 - 160 m
	350 mm van 138 - 160 m (uitruiming van het boorgat)
Verbuizing	: 0 - 138 m PVC diameter 225/202 mm; 12,5 bar
Filterdiepte	: 138 - 158 m PVC diameter 125/9,2 mm
Filterpeil	: -131,39 - -151,39
Filteropeningen	: 0,5 mm
Filterlengte	: 20 m
Omstorting	: gekalibreerd zand 0,7 - 1,25 mm
Stop	: cement
Schoonpompen	: tijdens het schoonpompen is de put toegeslagen waardoor de dompelpomp vast kwam te zitten; deze put is verloren, ook als peilbuis, want het reageerde niet zoals verwacht werd tijdens de pompproef
Boorgatmeting	: geen

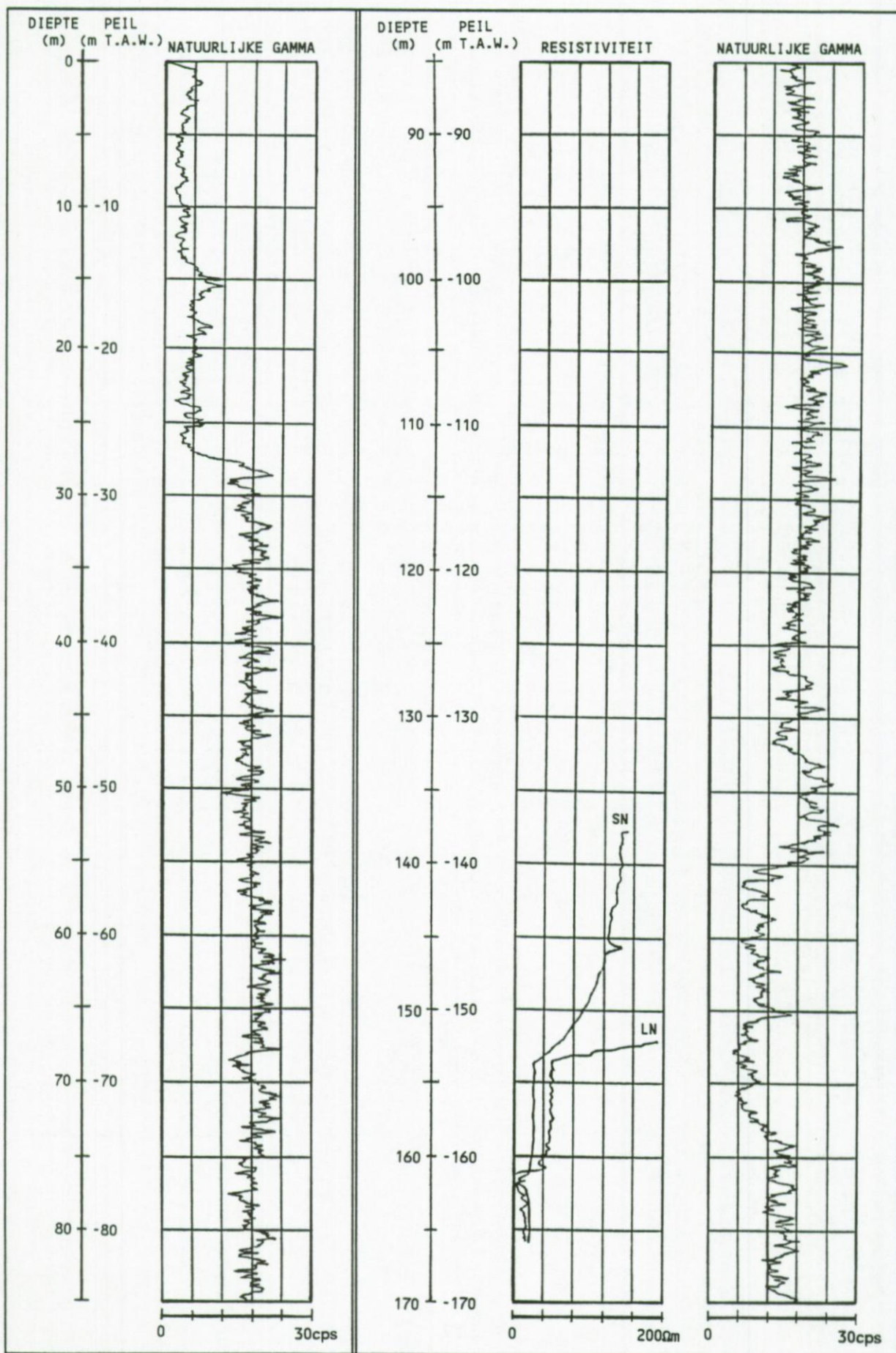
Diepte (m)		Beschrijving van de grond	Stratigrafie
van	tot		
0,0	0,5	Bruinzwart humushoudend zand met wortels	Q
0,5	3,0	Geel schelphoudend middelmatig zand	Q
3,0	10,0	Grijs schelphoudend middelmatig zand	Q
10,0	14,0	Grijs sterk schelphoudend middelmatig tot grof zand	Q
14,0	20,0	Idem maar met sporadisch kleine veenfragmenten	Q
20,0	27,0	Grijs middelmatig tot grof zand	Q
27,0	140,2	Grijsblauwe stijve klei	Yc
140,2	156,5	Groengrijs schelphoudend fijn zand afwisselend met laagjes kleihoudend fijn zand	L2
156,5	160,0	Groengrijs kleihoudend fijn zand tot zandhoudende klei	L1

B.1.1.3. BOORGEGEVENS VAN BL3

Waterwinning	: St-André	X-coördinaat	: 30,670 km
Boorfirma	: Van Deynse	Y-coördinaat	: 202,610 km
Boorbeschrijving:	EVH	Maaiveld	: +6,65
Datum	: 10-18.12.1992	Meetpunthoogte	: +6,96
Nummer boring	: BL3	Boorwijze	: gespoeld
Diepte	: 160 m	Type put	: peilput

Diameter boorkop: 350 mm van 0 - 28 m 300 mm van 28 - 138 m 200 mm van 138 - 160 m 350 mm van 138 - 160 m (uitruiming van het boorgat) Verbuizing : 0 - 138 m PVC diameter 225/202 mm; 12,5 bar Filterdiepte : 138 - 158 m PVC diameter 125/9,2 mm Filterpeil : -131,35 - -151,35 Filteropeningen : 0,5 mm Filterlengte : 20 m Omstorting : gekalibreerd zand 0,7 - 1,25 mm Stop : cement Schoonpompen : methode: dompelpomp datum : 08.01.93 duur : 2,5 uur debiet: 6 m ³ /uur Boorgatmeting : geen			
Diepte (m)		Beschrijving van de grond	Stratigrafie
van	tot		
0,0	0,5	Bruinzwart humushoudend zand met wortels	Q
0,5	4,0	Geel schelphoudend middelmatig zand met klei- laagje rond vier meter diepte	Q
4,0	8,0	Donkergrijs schelp- en glimmerhoudend fijn tot middelmatig zand	Q
8,0	12,0	Grijs sterk schelp- en veenhoudend fijn tot middelmatig zand	Q
12,0	15,0	Grijs schelp- en veenhoudend middelmatig tot grof zand	Q
15,0	25,5	Grijs schelphoudend middelmatig zand	Q
25,5	26,0	Grijze zandhoudende klei	Q
26,0	28,0	Grijs schelphoudend grof zand	Q
28,0	140,2	Grijsblauwe stijve klei	Yc
140,2	158,0	Groengrijs sterk schelphoudend fijn zand afwis- selend met laagjes kleihoudend fijn zand	L2
158,0	160,0	Groengrijs kleihoudend fijn zand tot zandhou- dende klei	L1

B.1.2. BOORGATMETINGEN VAN BL1



B.1.3. ANALYSE VAN HET LANDENIAANWATER

LABORATORIUM VOOR TOEGEPASTE GEOLOGIE EN HYDROGEOLOGIE Prof. Dr. W. DE BREUCK							
Onderzoek: ionenbalans Datum en uur: januari 1993 Staalname door: EVH Datum van analyse: januari 1993 Analyse door: JB Plaats: tussen Koksijde en Oostduinkerke Nummer: BL1				Peil grondwater: Diepte: 138 tot 158 m Kleur: kleurloos Troebelheid: helder Geleidbaarheid: 2540 $\mu\text{S}/\text{cm}$ pH: 8,42 Temperatuur water:			
Bezinkbare stoffen: <0,1 ml/l Agressief CO ₂ (mg/l): Organische stoffen, koud 3 min (mg/l O ₂): Organische stoffen, warm 10 min (mg/l O ₂): Opgeloste O ₂ (mg/l): B.O.D. 5 dagen 20 °C (mg/l): Alkaliteit t.o.v. fenolftaleïne (°F): 4,20 Alkaliteit t.o.v. methyloranje (°F): 81,30 SiO ₂ (mg/l): 17,47				Verdampingsrest/105 °C (mg/l): Verassingsrest/600 °C (mg/l): Zwevende stoffen/105 °C (mg/l): Zwevende stoffen/600 °C (mg/l): Zwevende stoffen kleur: Zwevende stoffen % calcinatieverl.: Totale hardheid (°F): 4,05 Tijdelijke hardheid (°F): 1,99 Blijvende hardheid (°F): 2,06			
IONENBALANS							
Kationen	Faktor	mg/l	meq/l	Anionen	Faktor	mg/l	meq/l
Na ⁺	23,00	755,20	32,835	Cl ⁻	35,46	447,29	12,614
K ⁺	39,096	13,93	0,356	SO ₄ ⁻⁻	48,00	174,11	3,627
Ca ⁺⁺	20,03	4,20	0,210	NO ₃ ⁻	62,00	0	-
Mg ⁺⁺	12,16	3,00	0,247	NO ₂ ⁻	46,00	0	-
Fe ^{3+&2+}	27,90	0,06	0,002	HCO ₃ ⁻	61,00	889,38	14,580
Mn ⁺⁺	27,47	0,02	0,001	CO ₃ ⁻⁻	30,00	50,40	1,680
NH ₄ ⁺	18,04	0,37	0,021	PO ₄ ⁻⁻⁻	31,67	0,52	0,016
H ⁺	1,00			OH ⁻	17,00		
Totaal (+)			33,672	Totaal (-)			32,517
F ⁻ : 3,48 mg/l B: CN ⁻ : Kation. det.: Anion. det.:				Tt Kj N ⁺ : Extra oliën en vetten: C.O.D.: Cr ⁶⁺ : Temperatuur lucht:			

B.2. RESULTATEN VAN HET KUNSTMATIG OPTIMALISATIEPROBLEEM

B.2.1. OPLOSSINGEN MET BEHULP VAN DE PROGRAMMA'S SIPURE EN MULPUM

AANTAL POMP- PUT- TEN x_1	TOTAAL OPGEpomPT DEBIET (m^3/j) $p(x)$	DEBIET PER PUT (m^3/d) q_D	MINI- MALE AFSTAND (m) P_{dm}	MINIMALE LENGTE (m) $x_2 =$ $(x_1 - 1) \cdot P_{dm}$	KOSTEN- FUNCTIE (BEF) $f(x) =$ $500\ 000x_1 + 1500x_2$	BEREKENDE MAXIMALE VERLAGING (m) $q(x)$
6	350 000	159,71	160,00	800,00	4 200 000	130,712
6	350 000	159,71	162,50	812,50	4 218 750	130,001
6	350 000	159,71	180,00	900,00	4 350 000	126,231
6	350 000	159,71	186,00	930,00	4 395 000	125,051
6	350 000	159,71	200,00	1000,00	4 500 000	122,537
6	350 000	159,71	214,50	1072,50	4 608 750	120,035
6	350 000	159,71	220,00	1100,00	4 650 000	119,151
6	350 000	159,71	240,00	1200,00	4 800 000	116,297
6	350 000	159,71	250,00	1250,00	4 875 000	115,029
6	350 000	159,71	260,00	1300,00	4 950 000	113,751
6	350 000	159,71	282,80	1414,00	5 121 000	114,790
6	350 000	159,71	293,50	1467,50	5 201 250	110,036
6	350 000	159,71	300,00	1500,00	5 250 000	109,409
7	350 000	136,89	130,50	783,00	4 674 500	124,991
7	350 000	136,89	140,00	840,00	4 760 000	122,135
7	350 000	136,89	147,50	885,00	4 827 500	120,096
7	350 000	136,89	150,00	900,00	4 850 000	119,457
7	350 000	136,89	160,00	960,00	4 940 000	117,047
7	350 000	136,89	167,50	1005,00	5 007 500	115,070
7	350 000	136,89	170,00	1020,00	5 030 000	114,732
7	350 000	136,89	180,00	1080,00	5 120 000	112,614
7	350 000	136,89	193,50	1161,00	5 242 500	110,001
7	350 000	136,89	200,00	1200,00	5 300 000	108,959
7	350 000	136,89	220,00	1320,00	5 480 000	105,652
7	350 000	136,89	225,00	1350,00	5 525 000	104,905
7	350 000	136,89	235,67	1414,02	5 621 000	103,413
7	350 000	136,89	240,00	1440,00	5 660 000	102,844
7	350 000	136,89	250,00	1500,00	5 750 000	101,603
8	350 000	119,78	120,00	840,00	5 260 000	116,714
8	350 000	119,78	125,50	878,50	5 317 750	114,995
8	350 000	119,78	130,00	910,00	5 365 000	113,536
8	350 000	119,78	140,00	980,00	5 470 000	110,581

AANTAL POMP- PUT- TEN x_1	TOTAAL OPGEPOMPT DEBIET (m^3/j) $p(x)$	DEBIET PER PUT (m^3/d) q_D	MINI- MALE AFSTAND (m) P_{dm}	MINIMALE LENGTE (m) $x_2 =$ $(x_1 - 1) \cdot P_{dm}$	KOSTEN- FUNCTIE (BEF) $f(x) =$ $500\ 000x_1 + 1500x_2$	BEREKENDE MAXIMALE VERLAGING (m) $q(x)$
8	350 000	119,78	142,00	994,00	5 491 000	110,031
8	350 000	119,78	150,00	1050,00	5 575 000	107,964
8	350 000	119,78	158,14	1106,98	5 660 470	106,065
8	350 000	119,78	160,00	1120,00	5 680 000	105,613
8	350 000	119,78	162,65	1138,55	5 707 825	105,000
8	350 000	119,78	171,43	1200,01	5 800 000	103,052
8	350 000	119,78	180,00	1260,00	5 890 000	101,403
8	350 000	119,78	185,00	1295,00	5 942 500	100,357
8	350 000	119,78	186,95	1308,65	5 962 975	100,000
8	350 000	119,78	190,00	1330,00	5 995 000	99,456
8	350 000	119,78	200,00	1400,00	6 100 000	97,773
8	350 000	119,78	202,00	1414,00	6 121 000	97,430
8	350 000	119,78	205,00	1435,00	6 152 500	96,929
9	350 000	106,47	100,50	804,00	5 706 000	115,005
9	350 000	106,47	110,00	880,00	5 820 000	111,157
9	350 000	106,47	113,00	904,00	5 856 000	110,045
9	350 000	106,47	120,00	960,00	5 940 000	107,643
9	350 000	106,47	128,40	1027,20	6 040 800	105,000
9	350 000	106,47	130,00	1040,00	6 060 000	104,504
9	350 000	106,47	140,00	1120,00	6 180 000	101,594
9	350 000	106,47	145,00	1160,00	6 240 000	100,269
9	350 000	106,47	146,05	1168,40	6 252 600	100,004
9	350 000	106,47	150,00	1200,00	6 300 000	99,025
9	350 000	106,47	160,00	1280,00	6 420 000	97,028
9	350 000	106,47	167,50	1340,00	6 510 000	95,034
9	350 000	106,47	170,00	1360,00	6 540 000	94,513
9	350 000	106,47	176,75	1414,00	6 621 000	93,137
10	350 000	95,82	90,00	810,00	6 215 000	111,415
10	350 000	95,82	93,00	837,00	6 255 500	110,027
10	350 000	95,82	96,30	866,70	6 300 000	108,589
10	350 000	95,82	100,00	900,00	6 350 000	107,063
10	350 000	95,82	105,00	945,00	6 417 500	105,002
10	350 000	95,82	110,00	990,00	6 485 000	103,067

AANTAL POMP- PUT- TEN x_1	TOTAAL OPGEPOMPT DEBIET (m^3/j) $p(x)$	DEBIET PER PUT (m^3/d) q_D	MINI- MALE AFSTAND (m) P_{dm}	MINIMALE LENGTE (m) $x_2 =$ $(x_1 - 1) \cdot P_{dm}$	KOSTEN- FUNCTIE (BEF) $f(x) =$ $500\,000x_1 + 1500x_2$	BEREKENDE MAXIMALE VERLAGING (m) $q(x)$
10	350 000	95,82	118,80	1069,20	6 603 800	100,012
10	350 000	95,82	120,00	1080,00	6 620 000	99,626
10	350 000	95,82	130,00	1170,00	6 755 000	96,559
10	350 000	95,82	133,33	1200,00	6 800 000	95,581
10	350 000	95,82	135,00	1215,00	6 822 500	95,101
10	350 000	95,82	140,00	1260,00	6 890 000	93,729
10	350 000	95,82	150,00	1350,00	7 025 000	91,226
10	350 000	95,82	155,00	1395,00	7 092 500	90,090
10	350 000	95,82	157,11	1414,00	7 121 000	89,631
10	350 000	95,82	160,00	1440,00	7 160 000	88,989

B.2.2. VERLAGINGEN IN DE PUTTEN BIJ DE OPLOSSING MET HET MODEL HYDALM

AANTAL POMP- PUT- TEN NTW	TOTAAL OPGEpomPT DEBIET $p(x)$ (m ³ /j)	DEBIET PER PUT QD (m ³ /d)	MINI- MALE LENGTE CST (m)	KOSTEN- FUNC- TIE f(x) (BEF)	BEREKENDE MAXIMALE VERLAGING q(x) (m)	VERLAGINGEN VAN DE PUTTEN $p_a(x_a; y_a)^{\dagger}$ (m) BIJ DE OPLOSSING MET HET MODEL HYDALM (a = 1, 2, ..., 10)									
						P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
6 ^A	350 000	159,71	1410,03	5 115 050	112,882	107,697	112,882	112,449	112,007	110,464	103,894				
7 ^B	350 000	136,89	1405,76	5 608 640	104,602	99,574	104,602	104,339	103,733	102,456	100,036	93,372			
8 ^C	350 000	119,78	1220,76	5 831 140	99,988	95,290	99,968	99,802	99,866	99,924	99,988	99,630	94,350		
9 ^D	350 000	106,47	1074,36	6 111 540	99,997	96,183	99,997	99,161	98,471	97,439	97,978	99,997	99,842	93,988	
10 ^E	350 000	95,82	976,72	6 465 080	99,995	96,476	99,992	99,348	98,985	98,002	96,948	97,955	99,995	98,857	91,681

†. VOOR DE COÖRDINATEN VAN DE PUTTEN $p_a(x_a; y_a)$ WORDT VERWEZEN NAAR TABEL 6.1.

A. FAINSE=1,10; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=7,25.10¹; DELX=9,29.10⁻⁸.

B. FAINSE=1,10; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=1,52.10¹; DELX=1,21.10⁻⁵.

C. FAINSE=1,05; ISS=0 & IRESET=0; GMAG=3,53.10⁻¹; DELX=4,13.10⁻¹.

D. FAINSE=1,05; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=4,51.10⁻¹; DELX=9,01.10⁻⁵.

E. FAINSE=1,05; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=1,93.10⁻¹; DELX=6,32.10⁻⁴.

B.3. TESTPROBLEEM MET VIER KNOOPPUNTEN VOOR HET PROGRAMMA DISMOD

B.3.1. HET DIM1-INVOERBESTAND BIJ IDIS=0

4	0				
1	0.30000E+01	0.70000E+01	2	0.10000E+02	0.40000E+01
3	0.13000E+02	0.70000E+01	4	0.60000E+01	0.14000E+02

B.3.2. HET DIM2-UITVOERBESTAND BIJ IDIS=0

DISTANCE MODEL

CALCULATION OF MINIMAL TOTAL LENGTH BETWEEN WELLS

INPUT DATA:

THERE ARE 4 WELLS IN THE MODEL WITH THE FOLLOWING COORDINATES:

WELL NUMBER	X-COORDINATE	Y-COORDINATE
1	0.300000E+01	0.700000E+01
2	0.100000E+02	0.400000E+01
3	0.130000E+02	0.700000E+01
4	0.600000E+01	0.140000E+02

OUTPUT DATA:

DISTANCE BETWEEN WELL I AND WELL J IN METERS:

WELL I	WELL J	DISTANCE (M)
1	2	0.761577E+01
1	3	0.100000E+02
1	4	0.761577E+01
2	1	0.761577E+01
2	3	0.424264E+01
2	4	0.107703E+02
3	1	0.100000E+02
3	2	0.424264E+01
3	4	0.989949E+01
4	1	0.761577E+01
4	2	0.107703E+02
4	3	0.989949E+01

THE MINIMAL TOTAL LENGTH BETWEEN THE WELLS IS 0.194742E+02 METER

THIS TOTAL LENGTH IS OBTAINED VIA THE FOLLOWING CONNECTED WELLS:

LABEL	ORIGINAL WELL	TERMINAL WELL
1	1	4
2	2	1
3	3	2

B.3.3. HET DIM1-INVOERBESTAND BIJ IDIS=1

4	1				
1	0.30000E+01	0.70000E+01	2	0.10000E+02	0.40000E+01
3	0.13000E+02	0.70000E+01	4	0.60000E+01	0.14000E+02

B.3.4. HET DIM2-UITVOERBESTAND BIJ IDIS=1

DISTANCE MODEL

CALCULATION OF MAXIMAL TOTAL LENGTH BETWEEN WELLS

INPUT DATA:

THERE ARE 4 WELLS IN THE MODEL WITH THE FOLLOWING COORDINATES:

WELL NUMBER	X-COORDINATE	Y-COORDINATE
1	0.300000E+01	0.700000E+01
2	0.100000E+02	0.400000E+01
3	0.130000E+02	0.700000E+01
4	0.600000E+01	0.140000E+02

OUTPUT DATA:

DISTANCE BETWEEN WELL I AND WELL J IN METERS:

WELL I	WELL J	DISTANCE (M)
1	2	0.761577E+01
1	3	0.100000E+02
1	4	0.761577E+01
2	1	0.761577E+01
2	3	0.424264E+01
2	4	0.107703E+02
3	1	0.100000E+02
3	2	0.424264E+01
3	4	0.989949E+01
4	1	0.761577E+01
4	2	0.107703E+02
4	3	0.989949E+01

THE MAXIMAL TOTAL LENGTH BETWEEN THE WELLS IS 0.306698E+02 METER

THIS TOTAL LENGTH IS OBTAINED VIA THE FOLLOWING CONNECTED WELLS:

LABEL	ORIGINAL WELL	TERMINAL WELL
1	2	4
2	3	4
3	1	3

B.4. GEGEVENS VOOR HET PROGRAMMA AULAMU

B.4.1. AANGEWENDE ZOEKTECHNIEKEN

Sequentiële onvoorwaardelijke maximalisatietechnieken lokaliseren een lokaal maximum van de functie $L_*(x)$ als een limiet van de sequentie $\{x^i\}$ ($i=0,1,2,\dots$). Hierbij is x^0 steeds een initiële schatting en levert x^{i+1} voor elke $i \geq 0$ een benadering op van het maximum van $L_*(x)$, in functie van de veranderingen langs de rechte lijn door het punt x^i in een gespecificeerde richting r^i (vergelijking 5.39). Een gewenste eigenschap voor een iteratieve zoekingsmethode is het bezitten van kwadratische konvergentie (VANDERPLAATS, 1984). Dit betekent dat voor kwadratische functies het maximum exact gelokaliseerd zal worden, op enkele afrondingsfouten na, binnen een eindig aantal iteraties. Over het algemeen is een onvoorwaardelijke voorstellingswijze, die voortvloeit uit de transformatie van het voorwaardelijk niet-lineair probleem in een onvoorwaardelijk probleem, niet kwadratisch. Voor de functie $L_*(x)$ is het volgende argument wel geldig (PIERRE & LOWE, 1975; BIGGS, 1978; BERTSEKAS, 1982; LUENBERGER, 1984): in een Taylor-ontwikkeling van $L_*(x)$, uitgebreid rondom een lokaal maximaal punt x^* , zullen de tweede-orde (kwadratische) termen de termen van hogere orde domineren naarmate de zoekpunten x^i 's naderen naar x^* . De functie schijnt dan meer kwadratisch van aard te zijn en de snelheid van konvergentie neemt doorgaans toe.

Sequentiële zoektechnieken kunnen gewoonlijk onderverdeeld worden in twee categorieën, waarbij onderscheid gemaakt wordt tussen enerzijds technieken die afgeleiden van probleemfuncties gebruiken en anderzijds technieken waarbij geen afgeleiden van de probleemfuncties zijn vereist. Door de jaren heen is reeds bewezen dat de sequentiële methoden die wel gebruik maken van eerste-orde-afgeleiden (gradiënt-informatie), over het algemeen efficiënter zijn dan diegene die er geen gebruik van maken (DENNIS & MORÉ, 1977; FOULDS, 1981; NOCEDAL & OVERTON, 1985; PRESS et al., 1992). De zoektechnieken, die worden uitgevoerd door het aangevulde Lagrange-multiplicatoralgoritme van het programma AULAMU, gebruiken wel eerste-orde-afgeleiden bij het genereren van de zoekrichtingen (r^i).

Een gemeenschappelijke eigenschap waarover de meeste gradiënt-methoden beschikken, is het gebruik van vergelijking (5.7), die hier gegeven is onder de vorm van:

$$x^{i+1} = x^i + \rho H^i g^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (B.1)$$

waarbij x^{i+1} de nieuwe waarde is van x , verkregen vanuit een verandering ρ langs de zoekrichting $H^i g^i$ (r^i) met $H^0 = I$ (vergelijkingen (5.36) en (5.37)). H^i is een $n \times n$ matrix, g^i is de gradiënt van $L_*(x)$ geëvalueerd in x^i en ρ is een reëel getal.

De methoden gebaseerd op vergelijking (B.1) verschillen in de manier waarop ρ en H^i worden geselecteerd. De technieken die hieronder verder zullen worden behandeld, namelijk de DFP- (Davidon-Fletcher-Powell) methode, de SSVM- (zelf-schalende variabel-metrische) methode en de kwadratisch-konvergerende eenrichtingsopzoeking, worden gepresenteerd in een vorm die van toepassing is op het voorwaardelijk niet-lineair maximalisatieprobleem (paragraaf 5.1.1). Men dient hierbij ook rekening te houden met vergelijking (5.1). Voor gedetailleerde uiteenzettingen van de DFP- en de SSVM-methode en van de andere gradiënt-methoden kan worden verwezen naar KUESTER & MIZE (1973), PIERRE & LOWE (1975), FOULDS (1981), BERTSEKAS (1982), LUENBERGER (1984), VANDERPLAATS (1984), CHAPRA & CANALE (1988) en PRESS et al. (1992).

B.4.1.1. DE DFP-METODE

De DFP-methode kan worden ingedeeld bij de groep van variabel-metrische methoden, ook wel quasi-Newton methoden genoemd, die over het algemeen

worden beschouwd als de meest geavanceerde methoden voor het oplossen van het algemeen onvoorwaardelijk niet-lineair probleem (DENNIS & MORÉ, 1977; BERTSEKAS, 1982; PRESS et al., 1992). De quasi-Newton methoden zijn gebaseerd op vergelijking (B.1). De basisidee achter deze methoden is, om op iteratieve wijze een steeds betere approximatie van de inverse Hessiaanse matrix $(-A)^{-1}$ op te bouwen, met andere woorden om een sequentie van positieve matrices H^i te construeren met de eigenschap (BIGGS, 1971; WRIGHT, 1986; PRESS et al., 1992):

$$\lim_{i \rightarrow \infty} H^i = (-A)^{-1} \quad (\text{B.2})$$

In de praktijk zal er natuurlijk naar gestreefd worden deze limiet te bereiken na een n -tal iteraties in plaats van ∞ . De gewone Newton-opzoeken zijn ook volledig gebaseerd op vergelijking (B.1), maar met de veronderstelling dat $\rho=1$ en $H^i = (-A^i)^{-1}$:

$$x^{i+1} = x^i + H^i g^i \quad (\text{B.3})$$

Het belangrijke onderscheid tussen de gewone Newton-opzoeken en de quasi-Newton methoden is, dat er bij laatstgenoemde niet wordt gewerkt met de echte inverse Hessiaan, maar met een schatting daarvan (BROYDEN et al., 1973; DENNIS & MORÉ, 1977; FOULDS, 1981; LUENBERGER, 1984). De quasi-Newton methoden (b.v. de DFP- en de SSVM-metode) hebben dus als voordeel dat ze enkel eerste-orde informatie over de functie gebruiken. De gewone Newton-methoden daarentegen, vereisen voor elke iteratie naast eerste-orde informatie ook een evaluatie van de tweede-orde-afgeleiden en bovendien ook nog de inversie van een matrix (BIGGS, 1971; DENNIS & MORÉ, 1977; NOCEDAL & OVERTON, 1985). De computer-berekeningstijd zal bijgevolg behoorlijk toenemen. In het programma AULAMU wordt daarom geen gebruik gemaakt van de tweede-orde-afgeleiden.

De verbeterde approximaties H^i van de inverse Hessiaan $(-A)^{-1}$, die bij de quasi-Newton methoden zijn vereist in vergelijking (B.1), worden afgeleid van de gradiënt-informatie verkregen uit voorgaande iteraties en worden steeds opnieuw aangepast bij het beschikbaar komen van nieuwe additionele gradiënt-informatie. De aanpassing wordt zodanig uitgevoerd dat:

$$H^{i+1} \Delta g^i = \Delta x^i \quad (\text{B.4})$$

waarbij $\Delta x^i = x^{i+1} - x^i$, $\Delta g^i = g^{i+1} - g^i$, g^{i+1} is de gradiënt van $L_s(x)$ in het punt x^{i+1} en x^{i+1} kan bepaald worden aan de hand van de vergelijking:

$$L_s(x^{i+1}) \cong \max_{\rho} L_s(x^i + \rho H^i g^i) \quad (\text{B.5})$$

Het aanpassingscriterium (B.4) wordt in vele werken ook aangeduid als de quasi-Newton konditie. Het eerste quasi-Newton algoritme en ook de meest frekwent gebruikte (NOCEDAL & OVERTON, 1985; PRESS et al., 1992), is de ontwikkeling van FLETCHER & POWELL (1963) op Davidon's Variabele Metrische methode (DAVIDON, 1959) en daarom ook de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) methode genoemd. In deze methode wordt H^i aangepast volgens:

$$H^{i+1} = H^i - \frac{(\Delta x^i)(\Delta x^i)^T}{(\Delta x^i)^T(\Delta g^i)} - \frac{H^i(\Delta g^i)(\Delta g^i)^T H^i}{(\Delta g^i)^T H^i(\Delta g^i)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B.6})$$

waarin Δx^i en Δg^i dezelfde zijn als in vergelijking (B.4) en x^{i+1} bepaald wordt door middel van vergelijking (B.5).

B.4.1.2. DE SSV-METODE

In de SSV (zelf-schalende variabel-metrische) quasi-Newton methode worden de matrices van H^i (vergelijking (B.5)) aangepast volgens (OREN & LUENBERGER, 1974; LUENBERGER, 1984):

$$H^{i+1} = \left[H^i - \frac{H^i(\Delta g^i)(\Delta g^i)^T H^i}{(\Delta g^i)^T H^i(\Delta g^i)} + \Theta^i v^i (v^i)^T \right] \gamma^i - \frac{(\Delta x^i)(\Delta x^i)^T}{(\Delta x^i)^T(\Delta g^i)} \quad (B.7)$$

waarbij

$$v^i = [(\Delta g^i)^T H^i(\Delta g^i)]^{1/2} \left[\frac{H^i(\Delta g^i)}{(\Delta g^i)^T H^i(\Delta g^i)} - \frac{(\Delta x^i)}{(\Delta x^i)^T(\Delta g^i)} \right] \quad (B.8)$$

en de parameters

$$\gamma^i > 0 \text{ en } \Theta^i \geq 0 \quad (B.9)$$

De vektoren Δx^i en Δg^i zijn zoals in betrekking (B.4) en x^{i+1} wordt bepaald met behulp van vergelijking (B.5). De beperking van γ^i en Θ^i tot positieve waarden (vergelijking (B.9)) is noodzakelijk om het positief karakter van de matrices H^i te garanderen. Een methode die gebruikt kan worden om de factor γ^i te bepalen, is de volgende (OREN, 1974):

$$\gamma^i = \frac{(\Delta x^i)^T(\Delta g^i)}{(\Delta g^i)^T H^i(\Delta g^i)} (\phi - 1) - \frac{(g^i)^T(\Delta x^i)}{(g^i)^T H^i(\Delta g^i)} \phi \quad (B.10)$$

waarbij $\phi \in [0, 1]$.

In het onderzoek van OREN (1974) zijn o.a. de resultaten opgenomen van een studie op de parameters ϕ (vergelijking (B.10)) en Θ (vergelijking (B.7)). Zijn bevindingen waren dat de SSV-methode het best functioneert bij een keuze van de waarden $\Theta = \frac{1}{2}$ en $\phi = 1$; het programma AULAMU wordt daarom uitgerust met deze empirische waarden. Volgens OREN (1974) functioneert de DFP-methode (ISS=0) best wanneer het aantal variabelen minder is dan zes ($N < 6$). Bij toename van het aantal variabelen ($N \geq 6$) zal echter de SSV-methode (ISS=1) beter functioneren dan de DFP.

B.4.1.3. DE EENRICHTINGSOPZOEKING

In dit gedeelte zal worden ingegaan op de kwadratisch-konvergerende eenrichtingsopzoeking, die in het aangevulde Lagrange-multiplieralgoritme van het programma AULAMU wordt toegepast. Aan de hand van vergelijking (5.39) kan het opzoekingsprobleem herleid worden tot de bepaling van ρ , en wel zodanig dat

$$y(\rho_s) \cong \max_{\rho} y(\rho) = \max_{\rho} L_s(x^i + \rho r^i) \quad (B.11)$$

In het punt waarbij $\rho = \rho_s$, voldoet de eerste-orde-afgeleide van $y(\rho_s)$ aan:

$$y^0(\rho_s) = \frac{\partial y}{\partial \rho} = (r^i)^T \nabla L_s(x^i + \rho r^i) \cong 0 \quad (B.12)$$

waarbij y^0 de eerste-orde-afgeleide $\partial y / \partial \rho$ van de functie y aanduidt. Bij het uitvoeren van een gegeven eenrichtingsopzoeking, is de waarde

$y(0)=L_*(x^i)$ gewoonlijk beschikbaar uit de voorgaande opzoeking. Hetgeen ook verondersteld wordt beschikbaar te zijn is $y^0(0)=(r^i)^T \nabla L_*(x^i)$, waarbij één aspekt van de keuze van r^i is dat het moet resulteren in $y^0(0)>0$ (vergelijkingen (5.40) en (5.41)).

Voor het algemeen voorwaardelijk niet-lineair probleem (paragraaf 5.1.1) kan worden aangenomen dat één gradiënt-evaluatie bij benadering gelijk is aan n functie-evaluaties. Bij elke praktische toepassing zal de tijd die wordt besteed aan de evaluatie van het probleem (d.w.z. doel-functie, functies van de systeemvoorwaarden en hun gradiënten) veel langer zijn dan de tijd die nodig is voor het gehele maximalisatieproces (LUENBERGER, 1984; PRESS et al., 1992). Het vereiste aantal evaluaties in de eenrichtingsopzoeking moet dus zoveel mogelijk tot een minimum worden beperkt en het rechtstreeks gebruik van tweede-orde-afgeleiden moet hier ook worden vermeden.

De kwadratisch-konvergerende eenrichtingsopzoeking vereist slechts één gradiënt-evaluatie per opzoeking. Deze gradiënt-evaluatie vindt plaats aan het eind van elke opzoeking, wanneer ρ , dus reeds gevonden is en gebruikt wordt voor het genereren van de volgende zoekrichting, om er aldus zeker van te zijn dat bij de aanvang van de volgende opzoeking $\partial y(0)/\partial \rho > 0$, maar ook om zo de efficiëntie en de totale konvergentie van het maximalisatieproces te kunnen testen. Er worden twee soorten kwadratisch-konvergerende opzoekingen gebruikt (VANDERPLAATS, 1984), waarbij men er in beide gevallen van uitgaat dat $y(\rho)$ lokaal benaderd kan worden door een kwadratische functie van de vorm:

$$y(\rho) = a(\rho - d_1)^2 + b(\rho - d_1) + c \quad (\text{B.13})$$

welke, indien $a < 0$, een goed gedefinieerd maximum bevat in het punt

$$\rho_s = d_1 - \frac{b}{2a} \quad (\text{B.14})$$

In een eerste situatie, de punt-gradiënt-puntsvorm, wordt verondersteld dat er twee punten d_1 en d_2 gespecificeerd zijn, zodat $y(d_1)$, $y^0(d_1)$ en $y(d_2)$ geëvalueerd werden. Aangezien drie data voldoende zijn om alle drie constanten van de kwadratische approximatie op te lossen, worden de data $y(d_1)$, $y^0(d_1)$ en $y(d_2)$, met $d_1=0$, gesubstitueerd in vergelijking (B.13) om aldus de constanten a , b en c te bepalen zodat ρ_s op zijn beurt kan worden bepaald aan de hand van betrekking (B.14). Met de a , b en c die worden bepaald met behulp van deze drie data, wordt voor het maximaal punt ρ_s het volgende gevonden:

$$\rho_s = \frac{0,5(d_2)^2 y^0(d_1)}{d_2 y^0(d_1) + y(d_1) - y(d_2)} \quad (\text{B.15})$$

Men veronderstelt een tweede situatie, de 3-puntsvorm, waarbij d_1 , d_2 en d_3 gespecificeerd zijn en $y(d_1)$, $y(d_2)$ en $y(d_3)$ geëvalueerd werden. Opnieuw zijn deze drie data voldoende om a , b en c te kunnen bepalen met vergelijking (B.13), zodat ook de waarde van ρ_s gevonden kan worden door middel van betrekking (B.14). Met de a , b en c die worden bepaald aan de hand van deze drie data, kan het maximaal punt ρ_s gelijkgesteld worden aan:

$$\rho_s = d_1 + 0,5 \frac{d_{21}^2 y_{31} - d_{31}^2 y_{21}}{d_{21} y_{31} - d_{31} y_{21}} \quad (\text{B.16})$$

waarin

$$y_{31} = y(d_3) - y(d_1) \quad (B.17)$$

$$y_{21} = y(d_2) - y(d_1) \quad (B.18)$$

$$d_{21} = d_2 - d_1, \quad d_{31} = d_3 - d_1 \quad (B.19)$$

$$d_{21}^* = (d_{21})^2, \quad d_{31}^* = (d_{31})^2 \quad (B.20)$$

Zowel vergelijkingen (B.15) als (B.16) zullen in de volgende opzoekingstechniek worden verwerkt als middel om het maximum van $y(\rho)$ van vergelijking (B.11) te schatten. Bij het bestuderen van de details van het programma AULAMU, welke hieronder in zeventien fazen zal worden omschreven, zal men de volgende globale strategie voor ogen moeten houden: fazen 1, 2 en 3 zijn de initiële fazen. Indien nodig, zorgen fazen 4, 5 en 6 voor een grote toename van de parameter ρ . Fazen 7 en 8 daarentegen zorgen voor de belangrijke reducties van ρ . Fazen 9 en 10 staan enkel matige verminderingen van ρ toe, terwijl fazen 11 en 12 enkel matige vergrotingen toestaan. Fazen 14 tot en met 17 zijn de eindfasen. Merk ook op dat fazen 1, 2, 3 en 17 bij iedere eenrichtingsopzoeking betrokken worden, terwijl de andere fazen enkel gebruikt worden indien noodzakelijk.

FAZE 1: Gegeven zijn x^k , $L_k(x^k)$, $\nabla L_k(x^k)$ en r^k . Tevens geldt dat $y(\rho) = L_k(x^k + \rho r^k)$. Stel d_1 in op nul ($d_1=0$) en daardoor zal $y(d_1) = L_k(x^k)$. Zet de vlag IUP=0 (Tab. 5.1), zet de teller IC1=0 en bewaar de initiële waarden. De zoekrichtingen gegenereerd door subroutine DFPRV verzekeren dat de opzoeking enkel kan worden uitgevoerd voor $\rho > 0$; dat is wanneer $y'(0) > 0$.

FAZE 2: De waarde die zal worden toegekend aan de initiële stap d_2 is afhankelijk van de volgende kondities:

- $10\,000 < \|r^k\|$.
- $200 \leq \|r^k\| \leq 10\,000$.
- KSRCH=0 en IFAIL>0 (Tab. 5.1).
- NG=1 (indicierend dat $r^k = \nabla L_k$).

Er geldt:

- $d_2=0,001$ als konditie a geldt;
- $d_2=10/\|r^k\|$ als konditie b geldt;
- $d_2=0,05$ als konditie c maar niet kondities a of b gelden;
- $d_2=0,1$ als konditie d maar niet kondities a, b of c gelden;
- $d_2=1,0$ in elk overig geval.

Voor de meeste opzoeken wordt aan d_2 de waarde één toegekend ($d_2=1$), maar bij de initiële opzoekingsiteraties van het maximalisatieproces kan het punt x^k ver van het maximum x^* af gelegen zijn en kan de grootte van de zoekrichting $\|r^k\|$ (vergelijking (5.41)) extreem groot zijn. Wanneer zich een dergelijke situatie voordoet, kan een waarde van één voor d_2 een overschrijding van de systeemvoorwaarden tot gevolg hebben. Dus zal, voor $\|r^k\| > 200$, d_2 gewijzigd worden volgens de hierboven aangehaalde voorwaarden.

FAZE 3: Met de hierboven vastgestelde d_2 wordt $y(d_2)$ geëvalueerd en worden de waarden $y(d_1)$, $y'(d_1)$ en $y(d_2)$ aangewend in vergelijking (B.15) om het maximaal punt d_3 van de kwadratische vorm te lokaliseren. Hierbij moet worden vermeld, dat als de noemer van deze vergelijking na berekening nul blijkt te zijn, er een theoretische stap van $25d_2$ wordt toegewezen. De waarde $y(d_2)$ wordt vervolgens vergeleken met die van $y(d_1)$; er zijn drie resultaten mogelijk:

- Als $y(d_2) > y(d_1)$, ga naar faze 4.
- Als $y(d_2) < y(d_1)$, ga naar faze 7.
- Als $y(d_2) = y(d_1)$, ga naar faze 11.

Wanneer faze 3c zich voordoet, is het meestal als resultaat van een geval waarbij d_2 zich zo dicht bij d_1 bevindt, dat $y(d_2)$ niet meer van $y(d_1)$ kan worden onderscheiden binnen de numerieke nauwkeurigheidsgrenzen van de computer.

FAZE 4: $y(d_2) > y(d_1)$ terwijl $d_1=0$.

- Zet de vlag IUP=1.

- b. Als $d_3 \leq 0$, ga naar faze 11.
 - c. Als $0,9d_2 \leq d_3 \leq 1,1d_2$, ga naar faze 17.
 - d. In elk overig geval, ga verder met faze 5.
- Indien er aan de konditie van faze 4b wordt voldaan, wil dat zeggen dat de kwadratische vorm van faze 3 waarschijnlijk eerder een minimaal dan een maximaal punt gegenereerd heeft. Dit kan o.a. gebeuren wanneer het programma wordt toegepast op een niet-kwadratische functie, in een gebied dat ver van x^* is afgelegd. Indien echter aan de konditie van faze 4c wordt voldaan, wil dat zeggen dat d_3 binnen het $\pm 10\%$ "venster" $v(d_2)$ van d_2 gelegen is, waarbij geldt:

$$v(d_2) = [0,9d_2; 1,1d_2] \quad (B.21)$$

In dit geval wordt d_2 aanvaard als het maximaal punt en wordt hierna faze 17, de eindfaze, uitgevoerd.

FAZE 5:

- a. Als $d_3 \leq 5,0d_2$, ga naar faze 14.
- b. Als $d_3 > 100,0d_2$, stel d_3 opnieuw in op $d_3=100,0d_2$.
- c. Evalueer $y(d_3)$.
- d. Als $y(d_3) > y(d_2)$, stel de waarden terug in op $d_2=d_3$, $y(d_2)=y(d_3)$ en ga naar faze 6.
- e. In elk overig geval, ga naar faze 11.

FAZE 6:

- a. Pas $y(d_1)$, $y^o(d_1)$ en $y(d_2)$ toe in vergelijking (B.15) om aldus de waarde van d_3 te verkrijgen.
- b. Als $0,9d_2 \leq d_3 \leq 1,1d_2$, ga naar faze 17.
- c. Als $d_3 \leq 0$, ga naar faze 11.
- d. Als $IC1 \geq 10$, ga naar faze 17.
- e. Stel $IC1$ in op $IC1=IC1+1$.
- f. Ga naar faze 5.

FAZE 7:

- a. Als $d_3 > 0,2d_2$, ga naar faze 9.
- b. Als $d_3 < 0,01d_2$, stel d_3 terug in op $d_3=0,01d_2$.
- c. Evalueer $y(d_3)$.
- d. Stel opnieuw in: $d_2=d_3$, $y(d_2)=y(d_3)$.
- e. Als $y(d_2) > y(d_1)$, zet IUP=1 en ga naar faze 6.
- f. Als $y(d_2)=y(d_1)$, ga naar faze 11.
- g. Maar als $y(d_2) < y(d_1)$, ga verder met faze 8.

FAZE 8:

- a. Als $IC1 \geq 10$, ga naar faze 17.
- b. Stel $IC1$ in op $IC1=IC1+1$.
- c. Gebruik $y(d_1)$, $y^o(d_1)$ en $y(d_2)$ in vergelijking (B.15) om d_3 te verkrijgen.
- d. Keer terug naar faze 7.

FAZE 9:

- a. Evalueer $y(d_3)$.
- b. Als $y(d_3) > y(d_1)$, ga naar faze 15.
- c. Als $y(d_3) = y(d_1)$, ga naar faze 17.
- d. Als $y(d_3) < y(d_1)$, ga verder met faze 10.

FAZE 10:

- a. Stel d_2 terug in op $d_2=0,2d_3$.
- b. Stel $IC1$ in op $IC1=IC1+1$.
- c. Evalueer $y(d_2)$.
- d. Als $y(d_2) = y(d_1)$, ga naar faze 17.
- e. Als $y(d_2) > y(d_1)$ of als $IC1 > 10$, ga naar faze 13.
- f. Maar als $y(d_2) < y(d_1)$, zet $d_3=d_2$, $y(d_3)=y(d_2)$ en herhaal faze 10.

FAZE 11:

- Stel d_3 in op $d_3 = 5,0d_2$.
- Stel $IC1$ in op $IC1 = IC1 + 1$.
- Evalueer $y(d_3)$.
- Als $y(d_3) > y(d_2)$, zet $IUP = 1$ en ga naar faze 12.
- Als $y(d_3) = y(d_2)$, ga naar faze 12.
- Als $y(d_3) < y(d_2)$ en $IUP = 0$, ga naar faze 17.
- Maar als $y(d_3) < y(d_2)$ en $IUP = 1$, ga naar faze 13.

FAZE 12:

- Als $IC1 > 10$, ga naar faze 13.
- In elk overig geval, zet $d_1 = d_2$, $y(d_1) = y(d_2)$, $d_2 = d_3$, $y(d_2) = y(d_3)$ en herhaal faze 11.

FAZE 13:

- Gebruik (B.16) om ρ_s te bepalen.
- Ga naar faze 16.

FAZE 14:

- Evalueer $y(d_3)$.
- Als $y(d_3) \geq y(d_2)$, ga naar faze 15.
- In elk overig geval, ga naar faze 13.

FAZE 15:

- Gebruik (B.16) om ρ_s te bepalen.
- Als $0,9d_3 \leq \rho_s \leq 1,1d_3$, ga naar faze 17.
- In elk overig geval, ga naar faze 16.

FAZE 16: Evalueer $y(\rho_s)$ en ga verder met faze 17.

FAZE 17: Stel RHO in op DS (beste waarde van ρ) en stel de waarden van de probleemfuncties in op die waarden die overeenkomen met de beste waarde van ρ . Teneinde deze faze te kunnen bewerkstelligen is het volgende van belang. Initieel wordt $y(0)$ bewaard als de beste waarde y_{best} van de opzoeking en wordt $DS = 0$ beschouwd als de beste stap. Voor elke waarde van ρ wordt $y(\rho)$ geëvalueerd en daarna vergeleken met y_{best} : als $y(\rho) \geq y_{best}$ krijgt DS de waarde van ρ toegewezen en y_{best} de waarde van $y(\rho)$.

Tijdens de opzoeking van ρ , worden in verschillende situaties tests gedaan om aldus na te gaan of een geschat maximaal punt binnen de $\pm 10\%$ marge van een reeds geëvalueerd punt gelegen is. Ligt het inderdaad binnen de marge, dan wordt het laatst geëvalueerde punt teruggestuurd voor gebruik in de volgende opzoeking. Hierdoor wordt tevens het aantal functie-evaluaties voor elke eenrichtingsopzoeking verminderd. Telkens als er een punt geëvalueerd is, wordt het vergeleken met het beste punt dat de opzoeking tot dan toe heeft geleverd. Als dit nieuwe punt een grotere waarde heeft dan L_s , dan wordt dat het nieuwe beste punt. Daar het maximaal punt van de laatste opzoeking steeds initieel bewaard wordt, is men er zeker van dat het maximum van elke opzoeking groter of gelijk is dan de waarde die bekomen werd in de vorige opzoeking. Dus de sequentie ... $L_s(x^{k-1})$, $L_s(x^k)$, $L_s(x^{k+1})$..., is binnen elke opzoekingscyclus een monotoon toenemende sequentie. Bij de voltooiing van elke opzoekingscyclus worden de multiplicatoren en strafgewichten opnieuw aangepast. Als de opzoekingen van elke cyclus doeltreffend zijn geweest, in zoverre dat de multiplicatoren convergeren naar hun optimale waarden, en als in elke cyclus tenminste één waarde van L_s groter is dan de grootste waarde van L_s uit de vorige cyclus, zal de sequentie $\{L_s(x^k)\}$ streven naar een voorwaardelijk maximum van het probleem, terwijl terzelfdertijd de sequentie $\{x^k\}$ streeft naar x^* .

B.4.2. VOORBEELDEN VAN MODIFICATIES VOOR DE SUBROUTINES FXNS EN GRAD

B.4.2.1. HET LINEAIR TESTPROBLEEM

```

SUBROUTINE FXNS (X,F,FE,FI)
C
C   PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
C   REAL *8 X(NVAR),FE(NEVA),FI(NIVA)
C   COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
C
C   OBJECTIVE FUNCTION F
C
C   F=3*X(1)+5*X(2)+4*X(3)
C
C   LEFT-HAND SIDE OF EQUALITY CONSTRAINTS FE(1),...,FE(NE)
C
C   LEFT-HAND SIDE OF INEQUALITY CONSTRAINTS FI(1),...,FI(NI)
C
C   FI(1)=2*X(1)+3*X(2)
C   FI(2)=2*X(2)+5*X(3)
C   FI(3)=3*X(1)+2*X(2)+4*X(3)
C
C   RETURN
C   END
SUBROUTINE GRAD (X,GF,GE,GI)
C
C   PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
C   REAL *8 X(NVAR),GF(NVAR),GE(NVAR*NEVA),GI(NVAR*NIVA)
C   COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
C
C   GRADIENT OBJECTIVE FUNCTION GF(1),...,GF(N)
C
C   GF(1)=3
C   GF(2)=5
C   GF(3)=4
C
C   GRADIENT EQUALITY CONSTRAINTS GE(1),...,GE(N*NE)
C
C   GRADIENT INEQUALITY CONSTRAINTS GI(1),...,GI(N*NI)
C
C   GI(1)=2
C   GI(2)=3
C   GI(5)=2
C   GI(6)=5
C   GI(7)=3
C   GI(8)=2
C   GI(9)=4
C
C   RETURN
C   END

```

B.4.2.2. HET VOORWAARDELIJK TESTPROBLEEM MET ZEVEN VARIABLEN

```

SUBROUTINE FXNS (X,F,FE,FI)
C
C   PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
C   REAL *8 X(NVAR),FE(NEVA),FI(NIVA)
C   COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
C
C   OBJECTIVE FUNCTION F
C
C   F=5.*X(1)+5.*X(2)+4.*X(3)+X(1)*X(3)+6.*X(4)+5.*X(5)/(1.+X(5))

```



```

      &+8.*X(6)/(1.+X(6))+10.-20.*EXP(-X(7))+10.*EXP(-2.*X(7))
C
C LEFT-HAND SIDE OF EQUALITY CONSTRAINTS FE(1),...,FE(NE)
C
      FE(1)=2.*X(4)+X(5)+.8*X(6)+X(7)
      FE(2)=X(2)**2+X(3)**2+X(5)**2+X(6)**2
C
C LEFT-HAND SIDE OF INEQUALITY CONSTRAINTS FI(1),...,FI(NI)
C
      FI(1)=X(1)+X(2)+X(3)+X(4)+X(5)+X(6)+X(7)
      FI(2)=X(1)+X(2)+X(3)+X(4)
      FI(3)=X(1)+X(3)+X(5)+X(6)**2-X(7)**2
C
      RETURN
      END
C
C GRADIENT FUNCTIONS MUST BE MODIFIED FOR EVERY LPNLP PROBLEM
C
      SUBROUTINE GRAD (X,GF,GE,GI)
C
      PARAMETER (NVAR=100,NEVA=100,NIVA=100)
C
      REAL *8 X(NVAR),GF(NVAR),GE(NVAR*NEVA),GI(NVAR*NIVA)
      COMMON /NF1NF2/NF1,NF2
C
C GRADIENT OBJECTIVE FUNCTION GF(1),...,GF(N)
C
      GF(1)=5.+X(3)
      GF(3)=4.+X(1)
      GF(5)=5./(1.+X(5))**2
      GF(6)=8./(1.+X(6))**2
      GF(7)=20.*EXP(-X(7))-20.*EXP(-2.*X(7))
C
C GRADIENT EQUALITY CONSTRAINTS GE(1),...,GE(N*NE)
C
      GE(9)=2.*X(2)
      GE(10)=2.*X(3)
      GE(12)=2.*X(5)
      GE(13)=2.*X(6)
C
C GRADIENT INEQUALITY CONSTRAINTS GI(1),...,GI(N*NI)
C
      GI(20)=2.*X(6)
      GI(21)=-2.*X(7)
C
      RETURN
      END

```

B.4.3. VOORBEELDEN VAN DATABESTANDEN

B.4.3.1. HET ALM1- EN ALM2-BESTAND VOOR HET LINEAIR PROBLEEM

ALM1-INVOERBESTAND:

```

AUGMENTED LAGRANGIAN OPTIMIZATION MODEL
  3   0   3   0 1000   1   0   7   0   0
  0   3   0   0   0   0   0   0   0   0
.10000E-07.10000E-02.10000E-02
.10000E+01.10000E+01.10000E+01
.00000E+00.25000E+00.25000E+00.00000E+00.32000E+02.32000E+02.40000E+01
  1   0.80000E+01   2   0.10000E+02   3   0.16000E+02

```

ALM2-UITVOERBESTAND:

AUGMENTED LAGRANGIAN OPTIMIZATION MODEL

INITIAL VALUES

N =	3	NE =	0	NI =	3	NBV =	0	
NA	NB	IGF	IGE	IGI	IHE	IHI	IHLV	IHVU
0	3	0	0	0	0	0	0	0

EPS1 = 0.100E-07 EPS2 = 0.100E-02 EPS3 = 0.100E-02
 MAXIMUM ITERATION LIMIT 1000 ; OUTPUT PRINTED EVERY 1 ITERATION(S)
 WEIGHT/MULTIPLIER UPDATE INFORMATION IS PRINTED

7 IS THE MAXIMUM NUMBER OF UNIDIRECTIONAL SEARCHES DURING EACH
 MAXIMIZATION PHASE (MULTIPLIERS AND WEIGTHS ARE HELD CONSTANT WITHIN
 EACH SUCH PHASE).

ISS = 0 IRESET = 0

INITIAL PENALTY WEIGHTS ARE 0.00 0.25 0.25
 RESPECTIVELY, AND ARE UPDATED BY A FACTOR OF 4.00 UNTIL THEY EXCEED
 VALUES OF 0.000E+00 0.320E+02 0.320E+02

EQUALITY CONSTRAINT STATUS:
 UNCONSTRAINED

INEQUALITY CONSTRAINT STATUS:

J	FI(J)	B(J)	B(J)-FI(J)	HI(J)
1	0.500000E+01	0.800000E+01	0.300000E+01	0.000000E+00
2	0.700000E+01	0.100000E+02	0.300000E+01	0.000000E+00
3	0.900000E+01	0.160000E+02	0.700000E+01	0.000000E+00

CONSTRAINT VARIABLE STATUS:
 UNCONSTRAINED

X VALUES, X(1),...,X(N)
 0.100000E+01 0.100000E+01 0.100000E+01

F = 0.120000E+02 AUG. LAG. = 0.120000E+02 GMAG = 0.707107E+01

SEARCH POINT 1

FXNS CALLS 4 GRAD CALLS 2 RHO = 0.114412E+00

F = 0.177206E+02 AUG. LAG. = 0.176739E+02 GMAG = 0.619551E+01

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N) NG = 1
 0.300000E+01 0.500000E+01 0.400000E+01

DELX = 0.809016E+00 DELG = 0.116418E+01 RMAG = 0.707107E+01

X VALUES, X(1),...,X(N)
 0.134324E+01 0.157206E+01 0.145765E+01

SEARCH POINT 2

FXNS CALLS 8 GRAD CALLS 3 RHO = 0.666992E-01

F = 0.215457E+02 AUG. LAG. = 0.200408E+02 GMAG = 0.197549E+01

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N) NG = 2
 0.530295E+01 0.676929E+01 0.189819E+01

DELX = 0.587361E+00 DELG = 0.555214E+01 RMAG = 0.880612E+01

X VALUES, X(1),...,X(N)
 0.169694E+01 0.202357E+01 0.158426E+01

SEARCH POINT 3

FXNS CALLS 11 GRAD CALLS 4 RHO = 0.337345E+00

F = 0.224683E+02 AUG. LAG. = 0.204636E+02 GMAG = 0.652829E+00

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N) NG = 3
 0.104765E+01 0.318018E+00 -0.499503E+00

DELX = 0.405966E+00 DELG = 0.207327E+01 RMAG = 0.120342E+01

X VALUES, X(1),...,X(N)
 0.205036E+01 0.213085E+01 0.141575E+01


```

SEARCH POINT      4
FXNS CALLS      14  GRAD CALLS      5  RHO = 0.302557E+00
  F = 0.226378E+02  AUG. LAG. = 0.205069E+02  GMAG = 0.842625E+00
SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 4
0.442196E+00 -0.267223E+00 0.142419E+00
DELX = 0.162152E+00  DELG = 0.125915E+01  RMAG = 0.535937E+00
X VALUES, X(1),...,X(N)
0.218415E+01 0.205000E+01 0.145884E+01

SEARCH POINT      5
FXNS CALLS      17  GRAD CALLS      6  RHO = 0.143790E+01
  F = 0.221688E+02  AUG. LAG. = 0.205460E+02  GMAG = 0.355355E-01
SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 5
0.717208E-01 -0.120302E+00 0.150534E-01
DELX = 0.202551E+00  DELG = 0.855720E+00  RMAG = 0.140866E+00
X VALUES, X(1),...,X(N)
0.228728E+01 0.187702E+01 0.148049E+01

SEARCH POINT      6
FXNS CALLS      20  GRAD CALLS      7  RHO = 0.875000E+00
  F = 0.221656E+02  AUG. LAG. = 0.205461E+02  GMAG = 0.304933E-02
SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 6
-0.429191E-02 -0.794012E-03 0.329774E-02
DELX = 0.478666E-02  DELG = 0.324864E-01  RMAG = 0.547047E-02
X VALUES, X(1),...,X(N)
0.228352E+01 0.187632E+01 0.148337E+01

SEARCH POINT      7
FXNS CALLS      22  GRAD CALLS      8  RHO = 0.100000E+01
  F = 0.221654E+02  AUG. LAG. = 0.205461E+02  GMAG = 0.190735E-05
SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 7
-0.356239E-03 -0.559362E-04 0.268278E-03
DELX = 0.449453E-03  DELG = 0.304754E-02  RMAG = 0.449453E-03
X VALUES, X(1),...,X(N)
0.228316E+01 0.187626E+01 0.148364E+01
MULTIPLIERS AND PENALTY WEIGHTS UPDATED AT SEARCH POINT      7
INEQUALITY CONSTRAINT VALUES, FI(1),...,FI(NI)
0.101951E+02 0.111707E+02 0.165366E+02
INEQUALITY CONSTRAINT MULTIPLIERS, HI(1),...,HI(NI)
0.109756E+01 0.585366E+00 0.268293E+00
W1 = 0.000000E+00  W2 = 0.100000E+01  W3 = 0.100000E+01
  F = 0.221654E+02  AUG. LAG. = 0.124497E+02  GMAG = 0.282843E+02

SEARCH POINT      8
FXNS CALLS      29  GRAD CALLS      9  RHO = 0.974279E-02
  F = 0.202168E+02  AUG. LAG. = 0.163468E+02  GMAG = 0.827469E+01

```



```

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 1
-0.120000E+02 -0.200000E+02 -0.160000E+02

DELX = 0.275568E+00      DELG = 0.294698E+02      RMAG = 0.282843E+02

X VALUES, X(1),...,X(N)
0.216625E+01 0.168141E+01 0.132776E+01

SEARCH POINT 9

FXNS CALLS 31      GRAD CALLS 10      RHO = 0.400000E-01
F = 0.195861E+02      AUG. LAG. = 0.179075E+02      GMAG = 0.326721E+01

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 2
-0.144579E+01 -0.614312E+01 0.482122E+01

DELX = 0.317672E+00      DELG = 0.683074E+01      RMAG = 0.794181E+01

X VALUES, X(1),...,X(N)
0.210842E+01 0.143568E+01 0.152060E+01

SEARCH POINT 10

FXNS CALLS 33      GRAD CALLS 11      RHO = 0.400000E-01
F = 0.194794E+02      AUG. LAG. = 0.182681E+02      GMAG = 0.268550E+01

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 3
0.236313E+01 -0.212397E+01 0.215679E+00

DELX = 0.127387E+00      DELG = 0.702876E+00      RMAG = 0.318467E+01

X VALUES, X(1),...,X(N)
0.220294E+01 0.135073E+01 0.152923E+01

SEARCH POINT 11

FXNS CALLS 36      GRAD CALLS 12      RHO = 0.999603E+00
F = 0.189266E+02      AUG. LAG. = 0.189268E+02      GMAG = 0.471485E-02

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 4
0.333580E+00 -0.375277E+00 0.806622E-01

DELX = 0.508340E+00      DELG = 0.268619E+01      RMAG = 0.508542E+00

X VALUES, X(1),...,X(N)
0.253639E+01 0.975597E+00 0.160986E+01

SEARCH POINT 12

FXNS CALLS 38      GRAD CALLS 13      RHO = 0.100000E+01
F = 0.189268E+02      AUG. LAG. = 0.189268E+02      GMAG = 0.123950E-04

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)      NG = 5
0.193249E-03 0.125049E-04 -0.106194E-03

DELX = 0.220859E-03      DELG = 0.472721E-02      RMAG = 0.220859E-03

X VALUES, X(1),...,X(N)
0.253659E+01 0.975610E+00 0.160976E+01

MULTIPLIERS AND PENALTY WEIGHTS UPDATED AT SEARCH POINT 12

INEQUALITY CONSTRAINT VALUES, FI(1),...,FI(NI)
0.800000E+01 0.100000E+02 0.160000E+02

INEQUALITY CONSTRAINT MULTIPLIERS, HI(1),...,HI(NI)
0.109756E+01 0.585364E+00 0.268293E+00

W1 = 0.000000E+00      W2 = 0.400000E+01      W3 = 0.400000E+01

```



```

F = 0.189268E+02  AUG. LAG. = 0.189268E+02  GMAG = 0.593806E-04
SEARCH POINT 13
FXNS CALLS 40  GRAD CALLS 14  RHO = 0.500000E-01
F = 0.189268E+02  AUG. LAG. = 0.189268E+02  GMAG = 0.301325E-03
SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)  NG = 1
-0.370600E-04 -0.219117E-04 0.408960E-04
DELX = 0.296903E-05  DELG = 0.351604E-03  RMAG = 0.593806E-04
X VALUES, X(1),...,X(N)
0.253658E+01 0.975609E+00 0.160976E+01
MULTIPLIERS AND PENALTY WEIGHTS UPDATED AT SEARCH POINT 13
INEQUALITY CONSTRAINT VALUES, FI(1),...,FI(NI)
0.799999E+01 0.100000E+02 0.160000E+02
INEQUALITY CONSTRAINT MULTIPLIERS, HI(1),...,HI(NI)
0.109752E+01 0.585419E+00 0.268300E+00
W1 = 0.000000E+00  W2 = 0.160000E+02  W3 = 0.160000E+02
F = 0.189268E+02  AUG. LAG. = 0.189268E+02  GMAG = 0.155071E-02
SEARCH POINT 14
FXNS CALLS 44  GRAD CALLS 15  RHO = 0.100000E-01
F = 0.189268E+02  AUG. LAG. = 0.189268E+02  GMAG = 0.185658E-01
SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)  NG = 1
0.349661E-03 0.640315E-04 -0.150942E-02
DELX = 0.155071E-04  DELG = 0.198278E-01  RMAG = 0.155071E-02
X VALUES, X(1),...,X(N)
0.253659E+01 0.975609E+00 0.160974E+01
MULTIPLIERS AND PENALTY WEIGHTS UPDATED AT SEARCH POINT 14
INEQUALITY CONSTRAINT VALUES, FI(1),...,FI(NI)
0.800000E+01 0.999993E+01 0.160000E+02
INEQUALITY CONSTRAINT MULTIPLIERS, HI(1),...,HI(NI)
0.109762E+01 0.583266E+00 0.266772E+00
W1 = 0.000000E+00  W2 = 0.320000E+02  W3 = 0.320000E+02
F = 0.189268E+02  AUG. LAG. = 0.189268E+02  GMAG = 0.561860E-01
SEARCH POINT 15
FXNS CALLS 49  GRAD CALLS 16  RHO = 0.400000E-03
F = 0.189269E+02  AUG. LAG. = 0.189268E+02  GMAG = 0.259435E-01
SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)  NG = 1
0.132061E-01 0.211812E-01 0.503371E-01
DELX = 0.224744E-04  DELG = 0.804211E-01  RMAG = 0.561860E-01
X VALUES, X(1),...,X(N)
0.253659E+01 0.975618E+00 0.160976E+01

```

A LARGER VALUE OF THE AUGMENTED LAGRANGIAN COULD NOT BE FOUND IN 4 CONSECUTIVE SEARCHES:
 YOU MAY WANT TO RERUN THE PROBLEM WITH A DIFFERENT STARTING POINT
 AND/OR DIFFERENT SEARCH PARAMETERS AND/OR A DIFFERENT MODE OF SEARCH-
 DIRECTION GENERATION.

FINAL SEARCH POINT VALUES TO FOLLOW

SEARCH POINT 15

FXNS CALLS 49 GRAD CALLS 16 RHO = 0.400000E-03

F = 0.189269E+02 AUG. LAG. = 0.189268E+02 GMAG = 0.259435E-01

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N) NG = 1
0.132061E-01 0.211812E-01 0.503371E-01

DELX = 0.224744E-04 DELG = 0.804211E-01 RMAG = 0.561860E-01

X VALUES, X(1),...,X(N)
0.253659E+01 0.975618E+00 0.160976E+01

INEQUALITY CONSTRAINT STATUS:

J	FI(J)	B(J)	B(J)-FI(J)	HI(J)
1	0.800004E+01	0.800000E+01	-0.391633E-04	0.109762E+01
2	0.100001E+02	0.100000E+02	-0.503366E-04	0.583266E+00
3	0.160001E+02	0.160000E+02	-0.655806E-04	0.266772E+00

W1 = 0.000000E+00 W2 = 0.320000E+02 W3 = 0.320000E+02

B.4.3.2. HET ALM1- EN ALM2-BESTAND VOOR HET VOORWAARDELIJK PROBLEEM MET ZEVEN VARIABLEN

ALM1-INVOERBESTAND:

AUGMENTED LAGRANGIAN OPTIMIZATION MODEL

7	2	3	7	100	0	1	15	0	0
2	3	2	4	14	0	0	0	0	0
.10000E-03.10000E+00.10000E+00									
.10000E+00.10000E+00.10000E+00.10000E+00.10000E+00.10000E+00.10000E+00									
.10000E+01.10000E+01.10000E+01.32000E+02.32000E+02.32000E+02.40000E+01									
2	0.50000E+01	4	0.60000E+01						
1	0.50000E+01	2	0.50000E+01						
4	0.20000E+01	5	0.10000E+01	6	0.80000E+00	7	0.10000E+01		
1	0.10000E+02	2	0.50000E+01	3	0.50000E+01				
1	0.10000E+01	2	0.10000E+01	3	0.10000E+01	4	0.10000E+01		
5	0.10000E+01	6	0.10000E+01	7	0.10000E+01	8	0.10000E+01		
9	0.10000E+01	10	0.10000E+01	11	0.10000E+01	15	0.10000E+01		
17	0.10000E+01	19	0.10000E+01						
1	1	0.00000E+00	0.10000E+16	2	1	0.00000E+00	0.10000E+16		
3	1	0.00000E+00	0.10000E+16	4	1	0.00000E+00	0.10000E+16		
5	1	0.00000E+00	0.10000E+16	6	1	0.00000E+00	0.10000E+16		
7	1	0.00000E+00	0.10000E+16						

ALM2-UITVOERBESTAND:

AUGMENTED LAGRANGIAN OPTIMIZATION MODEL

INITIAL VALUES

N = 7 NE = 2 NI = 3 NBV = 7

NA	NB	IGF	IGE	IGI	IHE	IHI	IHL	IHV
2	3	2	4	14	0	0	0	0

EPS1 = 0.100E-03 EPS2 = 0.100E+00 EPS3 = 0.100E+00

MAXIMUM ITERATION LIMIT 100 ; OUTPUT PRINTED EVERY 0 ITERATION(S)
WEIGHT/MULTIPLIER UPDATE INFORMATION SUPPRESSED15 IS THE MAXIMUM NUMBER OF UNIDIRECTIONAL SEARCHES DURING EACH
MAXIMIZATION PHASE (MULTIPLIERS AND WEIGHTS ARE HELD CONSTANT WITHIN
EACH SUCH PHASE).

ISS = 0 IRESET = 0

INITIAL PENALTY WEIGHTS ARE 1.00 1.00 1.00
RESPECTIVELY, AND ARE UPDATED BY A FACTOR OF 4.00 UNTIL THEY EXCEED
VALUES OF 0.320E+02 0.320E+02 0.320E+02

CONSTANT GRADIENT COMPONENTS OF THE FUNCTION(S)

2 0.500000E+01 4 0.600000E+01

EQUALITY CONSTRAINT STATUS:

I	FE(I)	A(I)	A(I)-FE(I)	HE(I)
1	0.480000E+00	0.500000E+01	0.452000E+01	0.000000E+00
2	0.400000E-01	0.500000E+01	0.496000E+01	0.000000E+00

CONSTANT GRADIENT COMPONENTS OF THE FUNCTION(S)

4 0.200000E+01 5 0.100000E+01 6 0.800000E+00 7 0.100000E+01

INEQUALITY CONSTRAINT STATUS:

J	FI(J)	B(J)	B(J)-FI(J)	HI(J)
1	0.700000E+00	0.100000E+02	0.930000E+01	0.000000E+00
2	0.400000E+00	0.500000E+01	0.460000E+01	0.000000E+00
3	0.300000E+00	0.500000E+01	0.470000E+01	0.000000E+00

CONSTANT GRADIENT COMPONENTS OF THE FUNCTION(S)

1	0.100000E+01	2	0.100000E+01	3	0.100000E+01	4	0.100000E+01
5	0.100000E+01	6	0.100000E+01	7	0.100000E+01		
8	0.100000E+01	9	0.100000E+01	10	0.100000E+01	11	0.100000E+01
15	0.100000E+01	17	0.100000E+01	19	0.100000E+01		

CONSTRAINT VARIABLE STATUS:

HVL(K)	C(K)	K	D(K)	HVU(K)
0.000000E+00	0.000000E+00	1		
0.000000E+00	0.000000E+00	2		
0.000000E+00	0.000000E+00	3		
0.000000E+00	0.000000E+00	4		
0.000000E+00	0.000000E+00	5		
0.000000E+00	0.000000E+00	6		
0.000000E+00	0.000000E+00	7		

X VALUES, X(1),...,X(N)

0.100000E+00 0.100000E+00 0.100000E+00 0.100000E+00
0.100000E+00 0.100000E+00

F = 0.328238E+01 AUG. LAG. = -0.417496E+02 GMAG = 0.358844E+02

A LARGER VALUE OF THE AUGMENTED LAGRANGIAN COULD NOT BE
FOUND IN 4 CONSECUTIVE SEARCHES:
YOU MAY WANT TO RERUN THE PROBLEM WITH A DIFFERENT STARTING POINT
AND/OR DIFFERENT SEARCH PARAMETERS AND/OR A DIFFERENT MODE OF SEARCH-
DIRECTION GENERATION.

FINAL SEARCH POINT VALUES TO FOLLOW

SEARCH POINT 34

FXNS CALLS 112 GRAD CALLS 35 RHO = 0.128000E-04

F = 0.444684E+02 AUG. LAG. = 0.444687E+02 GMAG = 0.105090E+00

SEARCH DIRECTION TO THIS POINT, R(1),...,R(N)

NG = 1

0.164525E-01 0.202637E-01 0.740052E-01 0.197676E-01 0.428610E-01
0.548848E-01 0.115220E-01

DELX = 0.137449E-05 DELG = 0.230103E-02 RMAG = 0.107382E+00

X VALUES, X(1),...,X(N)

0.324182E+01 -0.272361E-04 0.163414E+01 0.124025E+00 0.889605E+00
0.124019E+01 0.287018E+01

EQUALITY CONSTRAINT STATUS:

I	FE(I)	A(I)	A(I)-FE(I)	HE(I)
1	0.499999E+01	0.500000E+01	0.990708E-05	-0.317978E+00
2	0.499987E+01	0.500000E+01	0.129943E-03	0.177013E+00

INEQUALITY CONSTRAINT STATUS:

J	FI(J)	B(J)	B(J)-FI(J)	HI(J)
1	0.999993E+01	0.100000E+02	0.729646E-04	0.138157E+01
2	0.499995E+01	0.500000E+01	0.504219E-04	0.524431E+01
3	-0.934311E+00	0.500000E+01	0.593431E+01	0.000000E+00

CONSTRAINED VARIABLE STATUS:

HVL(K)	LOWER	BOUNDED X(K) VARIABLES	UPPER	HVU(K)
	X(K)-C(K)	K	D(K)-X(K)	
0.000000E+00	0.324182E+01	1		
0.163618E+01	-0.272361E-04	2		
0.000000E+00	0.163414E+01	3		
0.000000E+00	0.124025E+00	4		
0.000000E+00	0.889605E+00	5		
0.000000E+00	0.124019E+01	6		
0.000000E+00	0.287018E+01	7		

W1 = 0.320000E+02 W2 = 0.320000E+02 W3 = 0.320000E+02

B.5. GEGEVENS VOOR HET MODEL HYDALM

B.5.1. MLP1-, DIM1- EN ALM1-INVOERBESTANDEN VOOR DE CONFIGURATIE VAN 14 PUTTEN

MLP1-INVOERBESTAND:

```

0
0
0.200000000
1
7
9999999.
1750.00
1750.00
25.00
10000.00
12 2 14
200.15 103.65
300.15 103.65
400.15 103.65
600.15 103.65
600.15 103.65
800.15 103.65
800.15 103.65
1000.15 103.65
1000.15 103.65
1100.15 103.65
1215.15 103.65
1325.15 103.65
1100.15 103.65
1110.15 103.65
970.15 1170.15
1.000

```

DIM1-INVOERBESTAND:

```

12 2 14 0
1 0.200150E+03 2 0.300150E+03
3 0.400150E+03 4 0.600150E+03
5 0.600150E+03 6 0.800150E+03
7 0.800150E+03 8 0.100015E+04
9 0.100015E+04 10 0.110015E+04
11 0.121515E+04 12 0.132515E+04
13 0.110015E+04 14 0.111015E+04
13 0.970150E+03 14 0.117015E+04

```

ALM1-INVOERBESTAND:

AUGMENTED LAGRANGIAN OPTIMIZATION MODEL

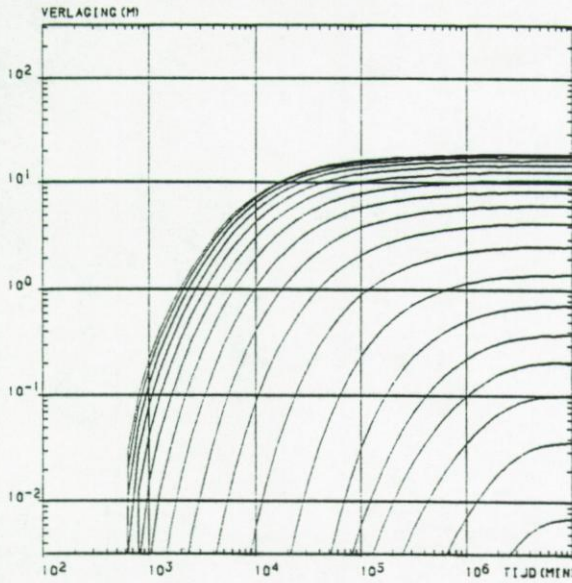
```

.10500E+01
155
12 0 1 12 200 0 1 25 1 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
.10000E-03.10000E+00.10000E-03
.30000E+03.40000E+03.50000E+03.70000E+03.80000E+03.70000E+03.80000E+03.50000E+03
.12000E+04.80000E+03.12000E+04.13000E+04
.80000E+01.80000E+01.80000E+01.64000E+02.64000E+02.64000E+02.40000E+01
1 0.13500E+03
1 3 0.10000E+03 0.50000E+03 2 3 0.10000E+03 0.50000E+03
3 3 0.20000E+03 0.85000E+03 4 3 0.20000E+03 0.10000E+04
5 3 0.20000E+03 0.10000E+04 6 3 0.20000E+03 0.95000E+03
7 3 0.20000E+03 0.95000E+03 8 3 0.25000E+03 0.14000E+04
9 3 0.25000E+03 0.14000E+04 10 3 0.25000E+03 0.90000E+03
11 3 0.11000E+04 0.16500E+04 12 3 0.11000E+04 0.17000E+04

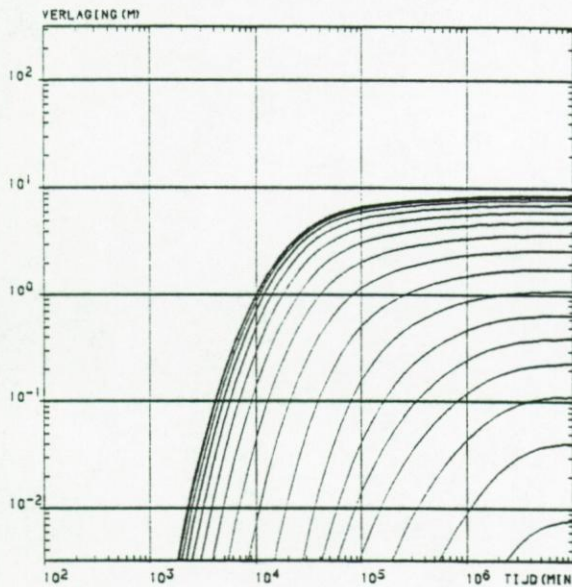
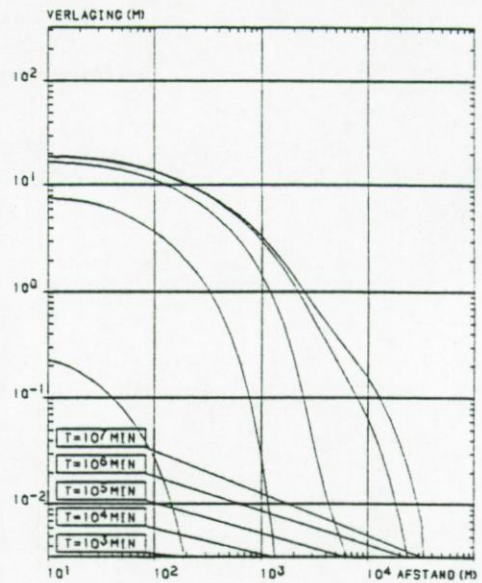
```

B.5.2. BEREKENDE VERLAGINGEN VOOR HET AXIAAL SYMMETRISCH NETWERK BIJ DEBIETEN VAN 120,93, 111,63 EN 96,74 M³/D

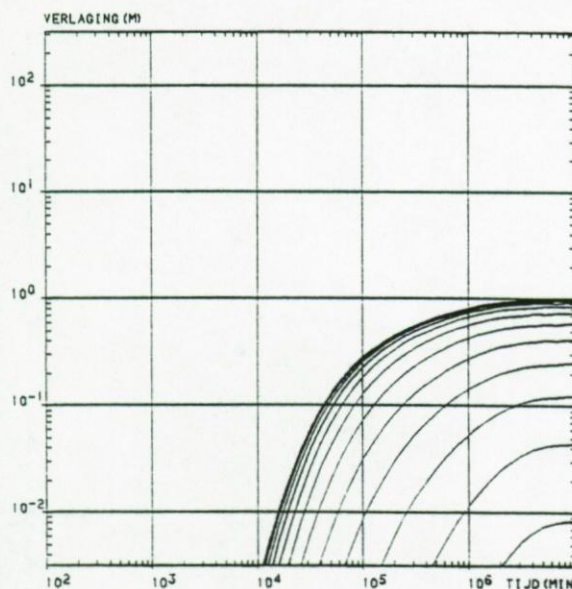
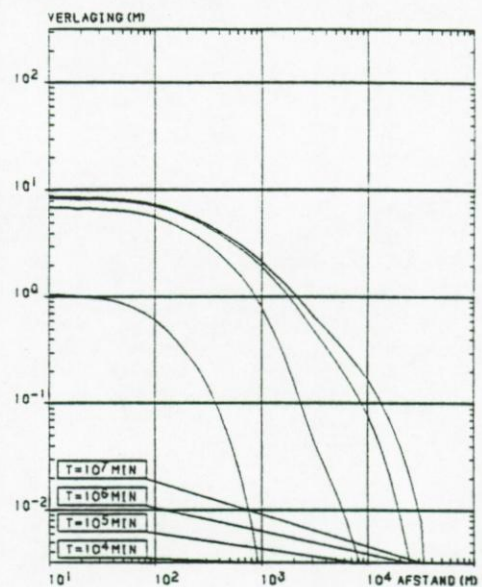
VERLAGINGEN BIJ 120,93 M³/D:



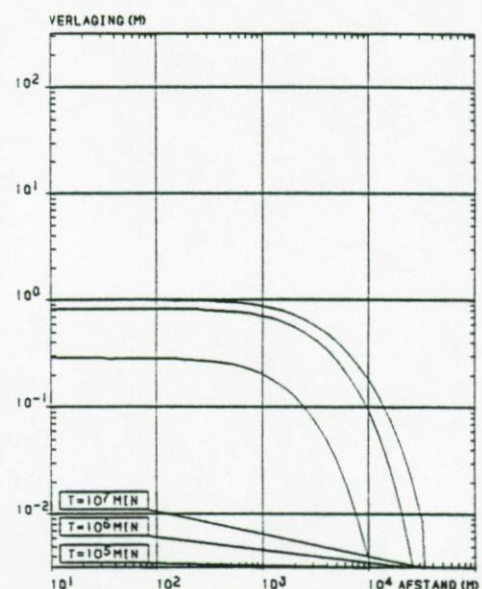
LAAG 5



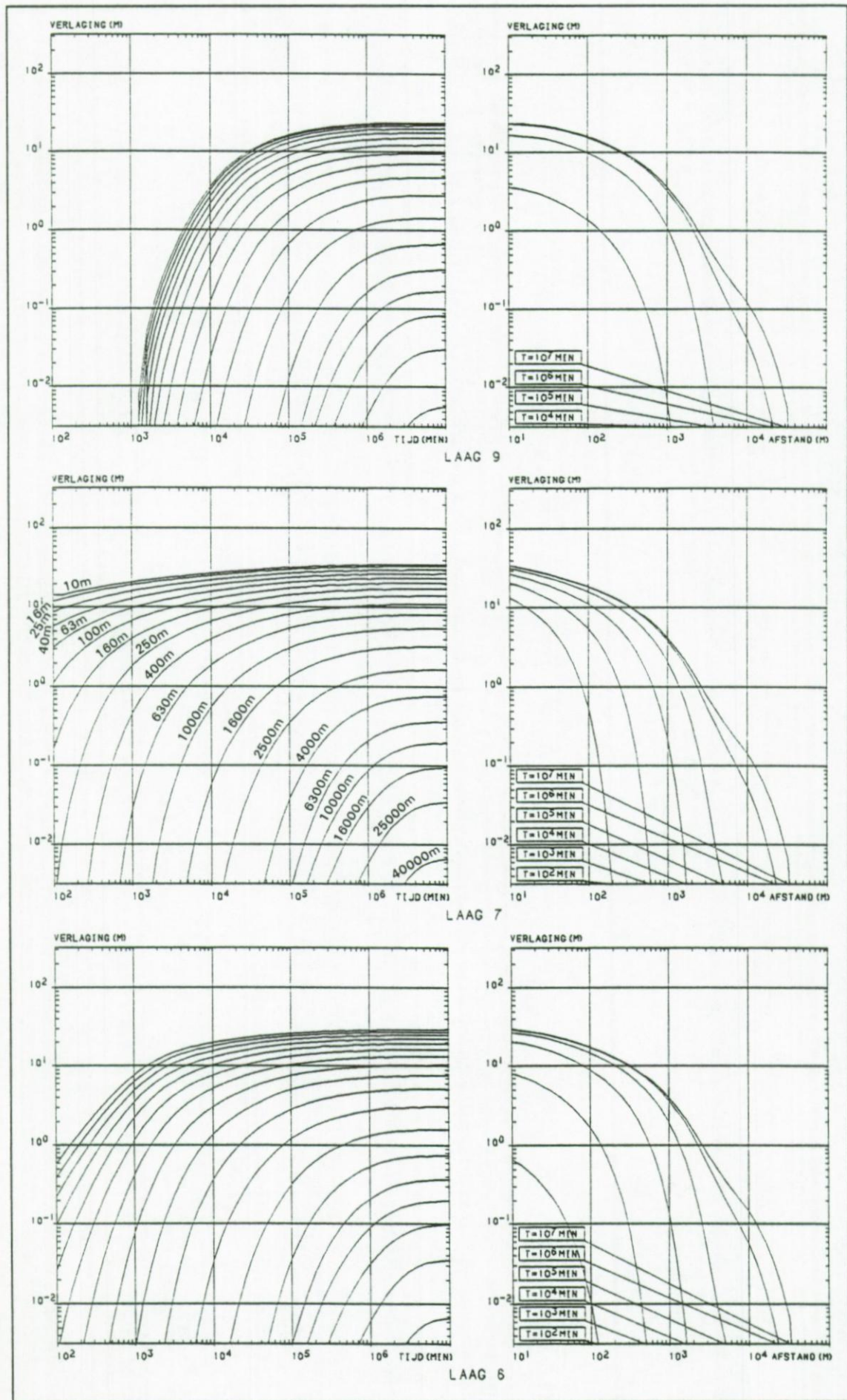
LAAG 3



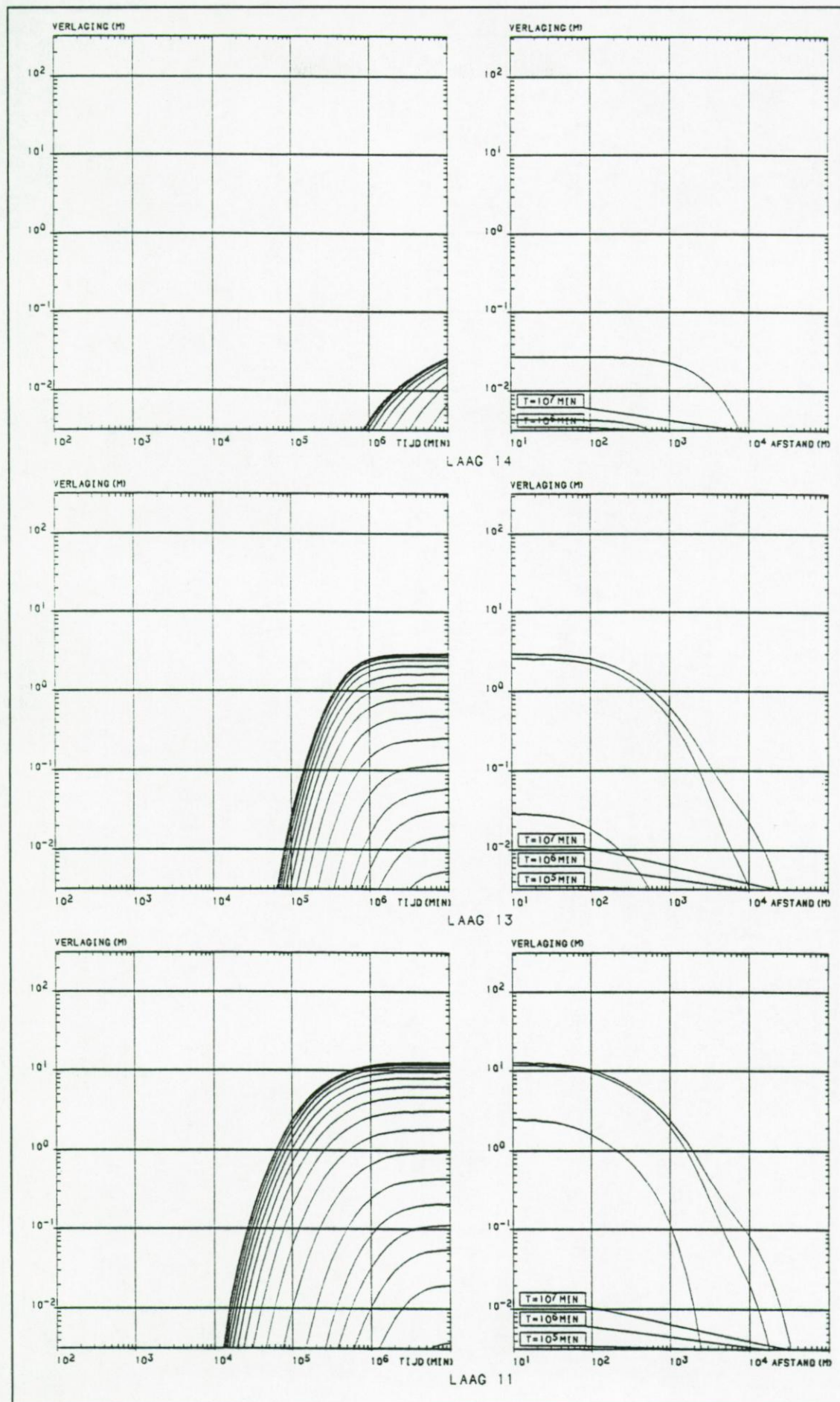
LAAG 1



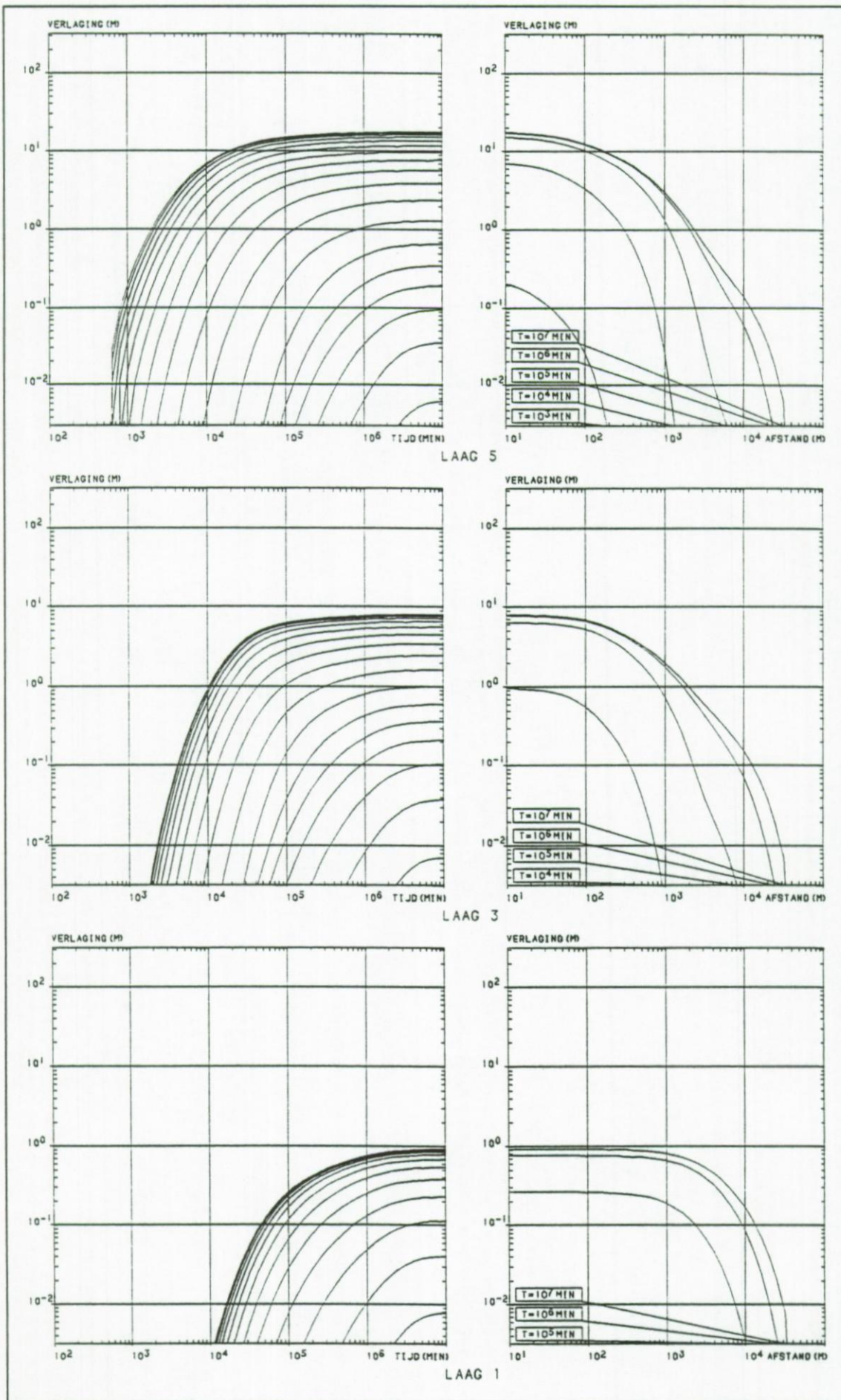
VERLAGINGEN BIJ 120,93 M³/D (VERVOLG 1):



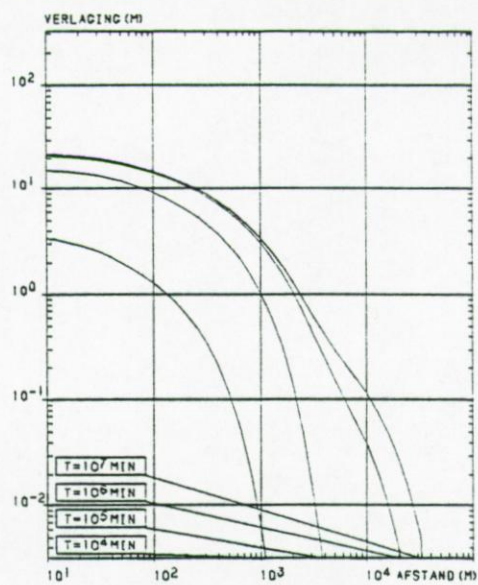
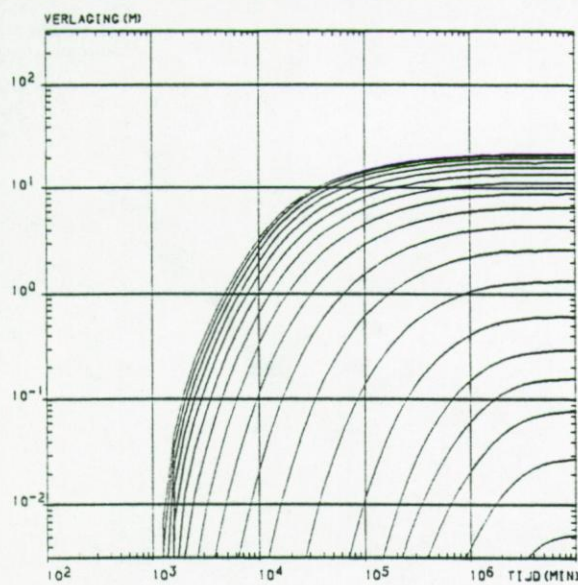
VERLAGINGEN BIJ 120,93 M³/D (VERVOLG 2, EINDE):



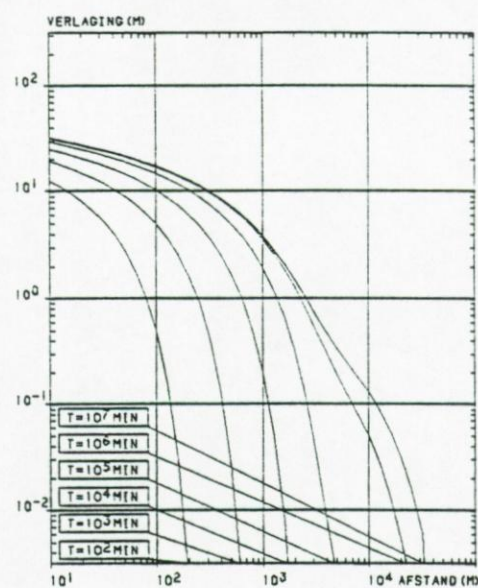
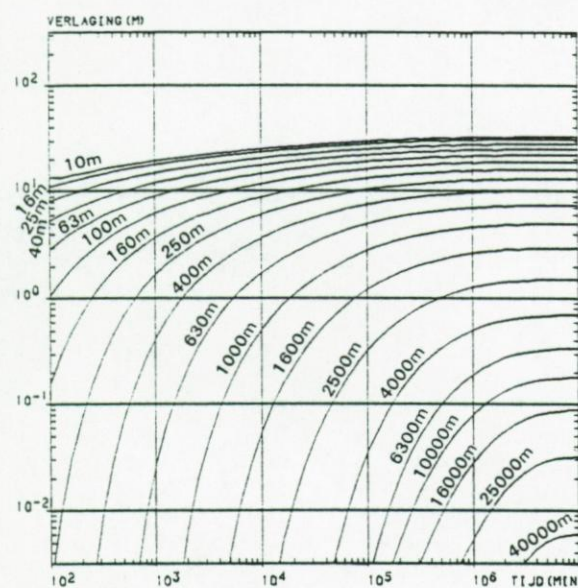
VERLAGINGEN BIJ 111,63 M³/D:



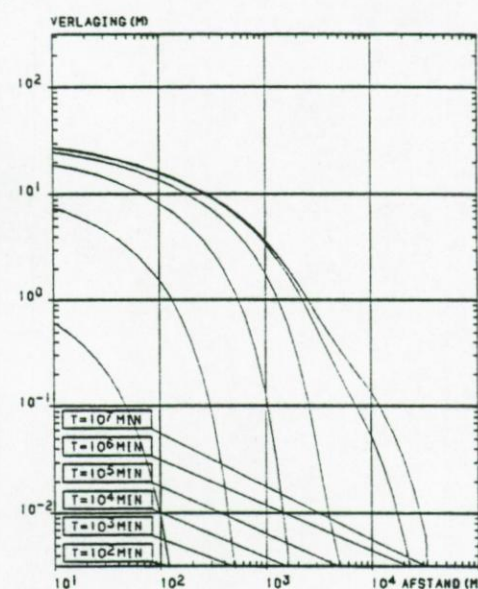
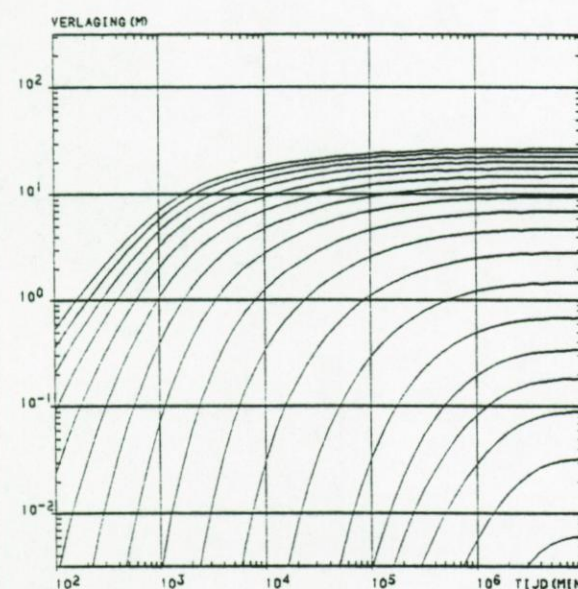
VERLAGINGEN BIJ 111,63 M³/D (VERVOLG 1):



LAAG 9

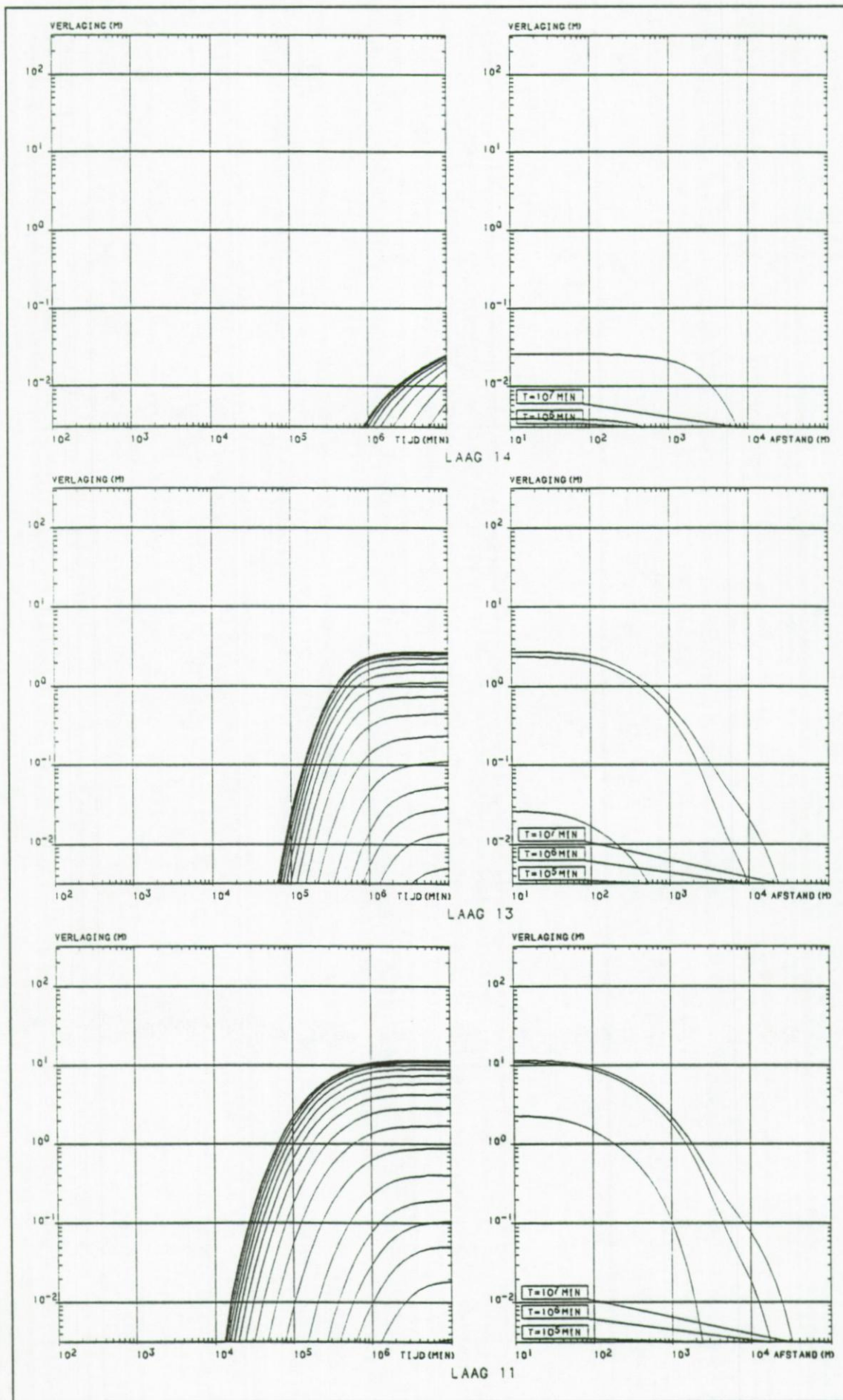


LAAG 7

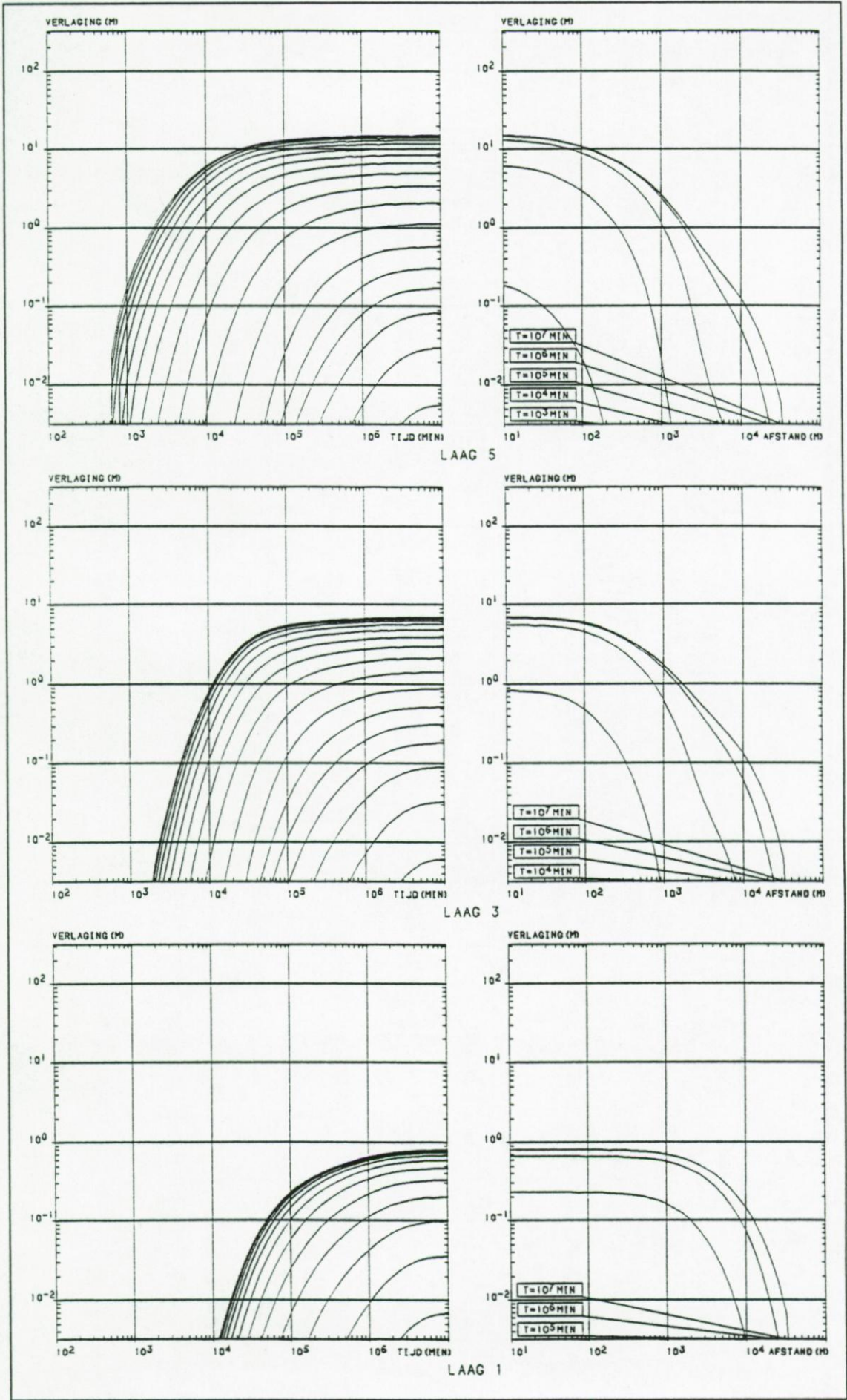


LAAG 5

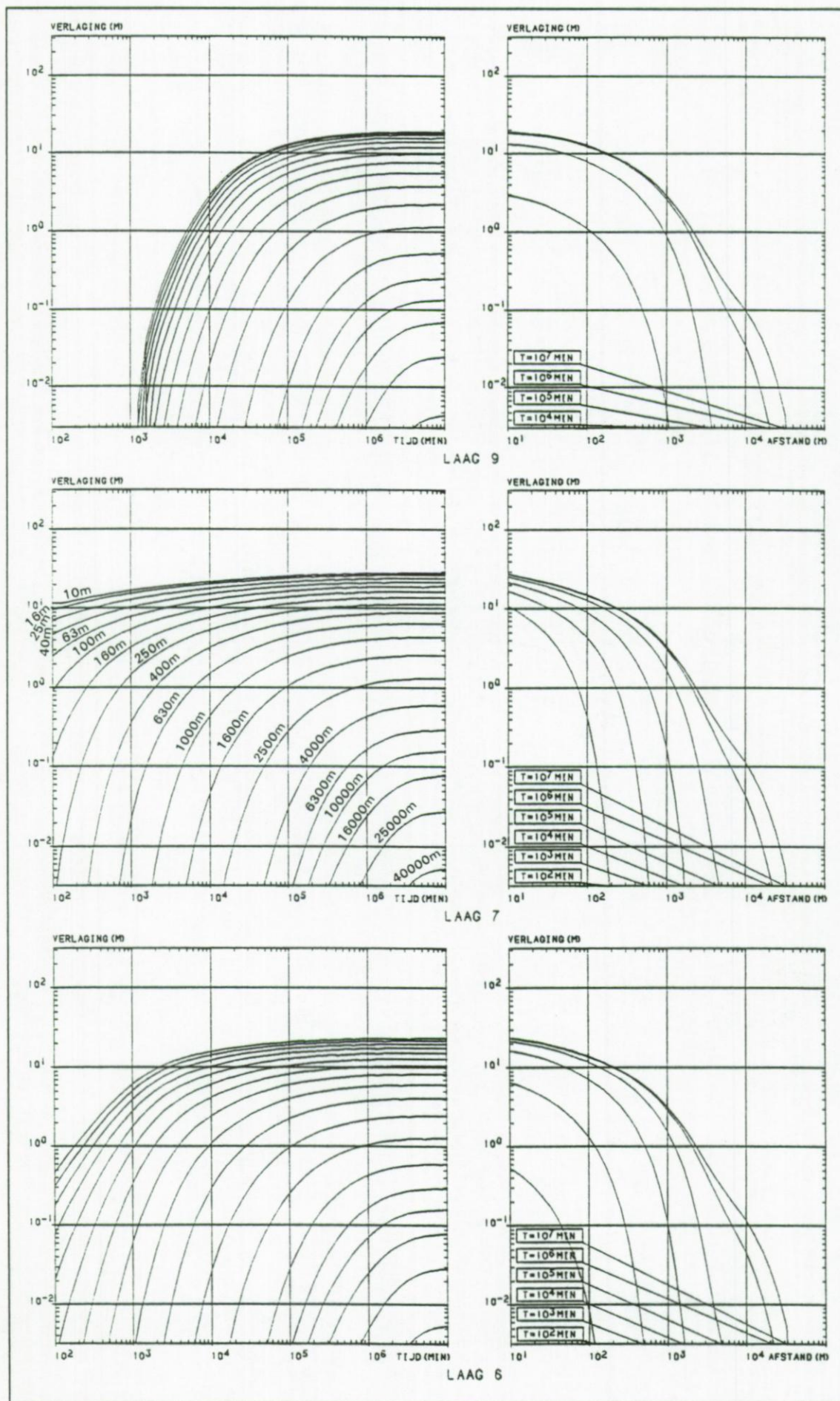
VERLAGINGEN BIJ 111,63 M³/D (VERVOLG 2, EINDE):



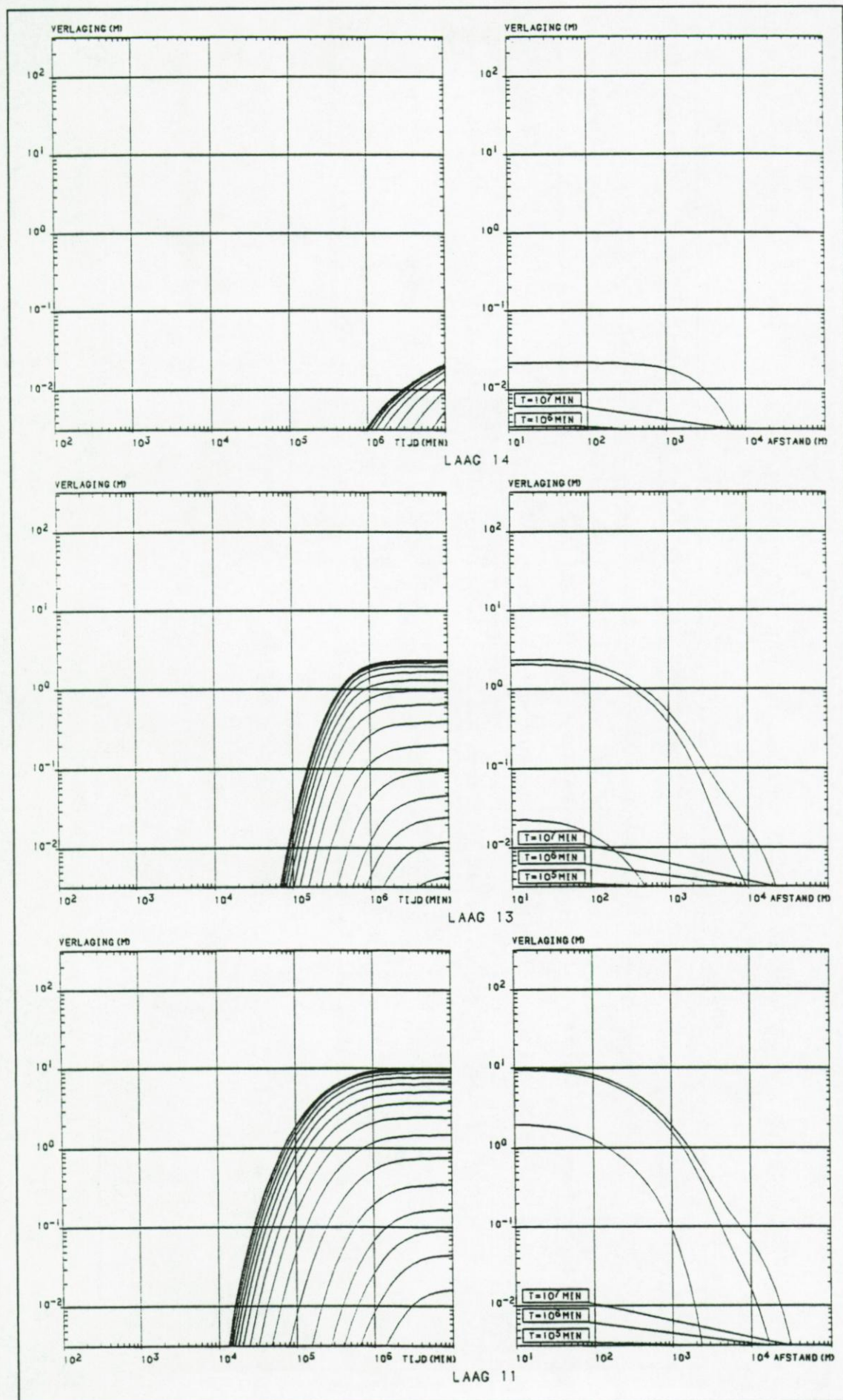
VERLAGINGEN BIJ 96,74 M³/D:



VERLAGINGEN BIJ 96,74 M³/D (VERVOLG 1):



VERLAGINGEN BIJ 96,74 M³/D (VERVOLG 2, EINDE):



B.5.3. VERLAGINGEN IN DE PUTTEN BIJ DE OPLOSSING VAN HET MODEL HYDALM VOOR DE CONFIGURATIES VAN 12, 13, 14 EN 15 PUTTEN

TOTAAL AANTAL POMP- PUTTEN- NTW	TIJDS- DUUR VAN POMPEN (j)	VERLAGINGEN IN DE PUTTEN $P_a(X_a; Y_a)^{\dagger}$ (m) MET $a = 1, 2, \dots, \text{NTW}$; BESTAANDE PUTTEN ZIJN $BL1=P_{\text{NTW}-1}$ en $BL3=P_{\text{NTW}}$														
		P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	$P_{\text{NTW}-1}$	P_{NTW}
12 ^A	±19	125,642	138,201	140,977	140,849	140,578	140,517	132,281	134,780	127,329	124,765				140,482	140,977
13 ^B	±19	125,423	130,625	132,519	136,122	133,370	133,080	137,944	131,560	132,112	125,772	118,849			137,827	137,104
14 ^C	±19	124,347	132,200	134,986	134,987	134,238	134,494	134,646	134,678	127,578	130,849	124,802	118,111		133,787	134,148
15 ^D	±19	120,686	127,598	131,996	131,015	132,001	131,536	128,684	131,251	119,337	124,224	129,672	128,286	120,599	129,260	131,999

†. VOOR DE WAARDEN VAN DE COÖRDINATEN VAN DE PUTTEN $P_a(x_a; y_a)$ EN DE PROBLEEMFUNCTIES WORDT RESPEKTIEVELIJK VERWEZEN NAAR TABELLEN 6.3 EN 6.4.

A. FAINSE=1,05; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=6,48.10⁻¹; DELX=1,62.10⁻³.

B. FAINSE=1,05; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=5,26.10⁻¹; DELX=1,31.10⁻³.

C. FAINSE=1,05; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=4,70.10⁻¹; DELX=9,40.10⁻⁴.

D. FAINSE=1,05; ISS=1 & IRESET=0; GMAG=2,39.10⁻¹; DELX=4,79.10⁻⁵.

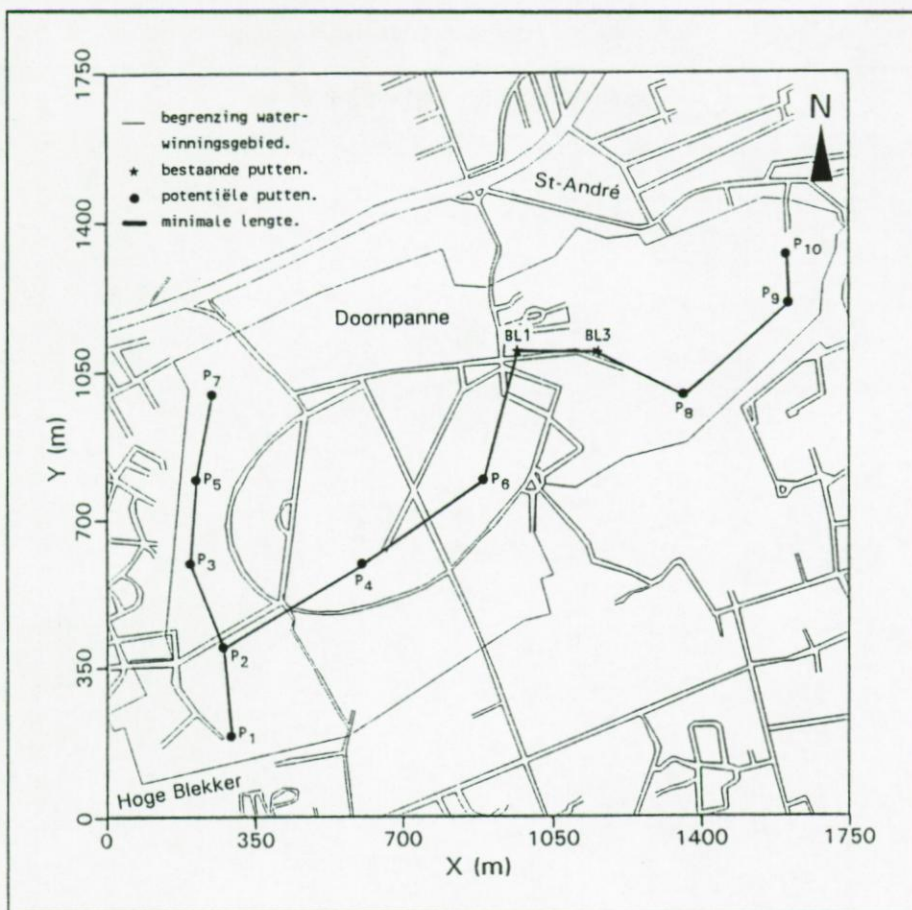
B.5.5. DE WIJZE VAN ONDERLINGE VERBINDING TUSSEN DE PUTTEN BIJ DE OPLOSSING VAN HET MODEL HYDALM

GEGEVENS VAN DE MINIMALE LENGTE VOOR DE CONFIGURATIES MET EEN TOTAAL AANTAL POMPPUTTEN (NTW) VAN 12, 13, 14 EN 15:

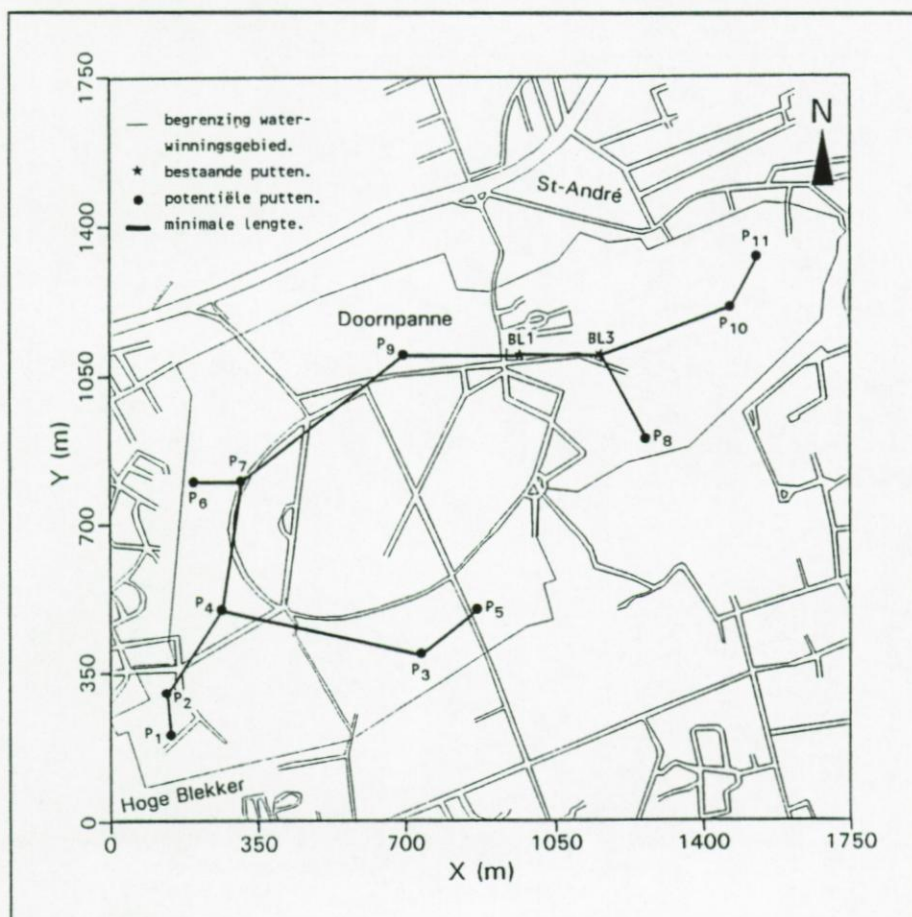
MINIMALE LENGTE VAN 2739,66 m BIJ DE CONFIGURATIE VAN 12 PUTTEN [†] ; DE VOLGENDE PUTTEN WORDEN MET ELKAAR VERBONDEN	MINIMALE LENGTE VAN 3053,47 m BIJ DE CONFIGURATIE VAN 13 PUTTEN [†] ; DE VOLGENDE PUTTEN WORDEN MET ELKAAR VERBONDEN	MINIMALE LENGTE VAN 2831,67 m BIJ DE CONFIGURATIE VAN 14 PUTTEN [†] ; DE VOLGENDE PUTTEN WORDEN MET ELKAAR VERBONDEN	MINIMALE LENGTE VAN 2787,54 m BIJ DE CONFIGURATIE VAN 15 PUTTEN [†] ; DE VOLGENDE PUTTEN WORDEN MET ELKAAR VERBONDEN
P ₁₁ & P ₁₂	P ₁₂ & P ₁₃	P ₁₃ & P ₁₄	P ₁₄ & P ₁₅
P ₈ & P ₁₂	P ₈ & P ₁₃	P ₉ & P ₁₄	P ₁₀ & P ₁₅
P ₆ & P ₁₁	P ₉ & P ₁₂	P ₁₁ & P ₉	P ₁₁ & P ₁₀
P ₉ & P ₈	P ₁₀ & P ₁₃	P ₁₂ & P ₁₁	P ₁₂ & P ₁₁
P ₁₀ & P ₉	P ₁₁ & P ₁₀	P ₇ & P ₁₃	P ₁₃ & P ₁₂
P ₄ & P ₆	P ₇ & P ₉	P ₅ & P ₇	P ₈ & P ₁₄
P ₂ & P ₄	P ₆ & P ₇	P ₃ & P ₅	P ₆ & P ₈
P ₁ & P ₂	P ₄ & P ₇	P ₂ & P ₃	P ₄ & P ₆
P ₃ & P ₂	P ₂ & P ₄	P ₁ & P ₂	P ₅ & P ₄
P ₅ & P ₃	P ₁ & P ₂	P ₄ & P ₃	P ₃ & P ₅
P ₇ & P ₅	P ₃ & P ₄	P ₆ & P ₄	P ₂ & P ₃
	P ₅ & P ₃	P ₈ & P ₆	P ₁ & P ₂
		P ₁₀ & P ₈	P ₇ & P ₅
			P ₉ & P ₇

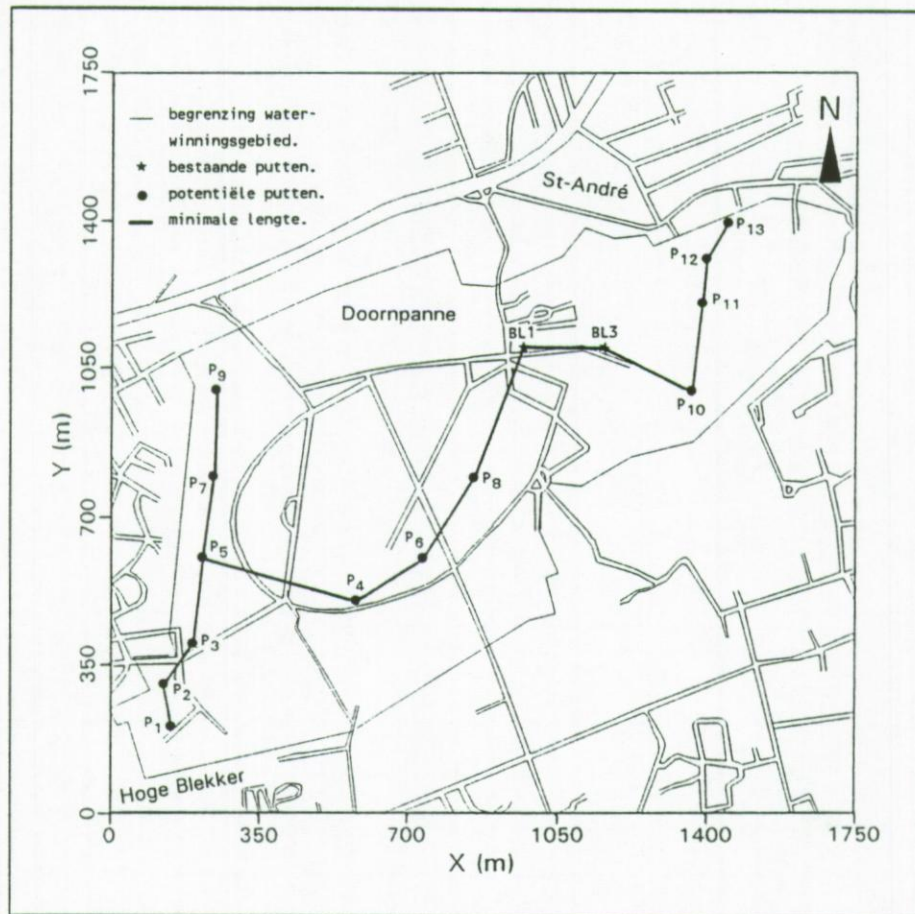
[†]. VOOR DE MODELCOÖRDINATEN VAN PUTTEN P_a(X_a; Y_a) (a = 1, ..., NTW) WORDT VERWEZEN NAAR TABEL 6.3;
DE BESTAANDE PUTTEN ZIJN BL1=P_{NTW-1} en BL3=P_{NTW}.

VERBINDING BIJ DE CONFIGURATIE VAN 12 POMPPUTTEN:



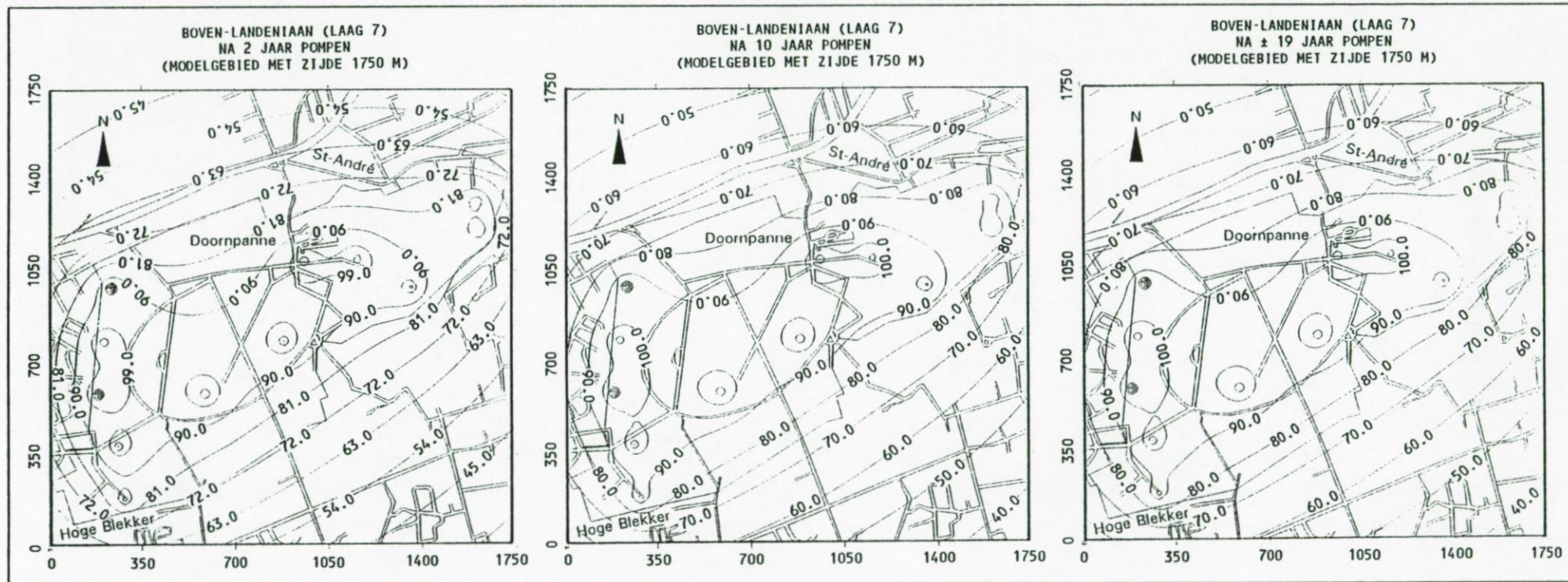
VERBINDING BIJ DE CONFIGURATIE VAN 13 POMPPUTTEN:



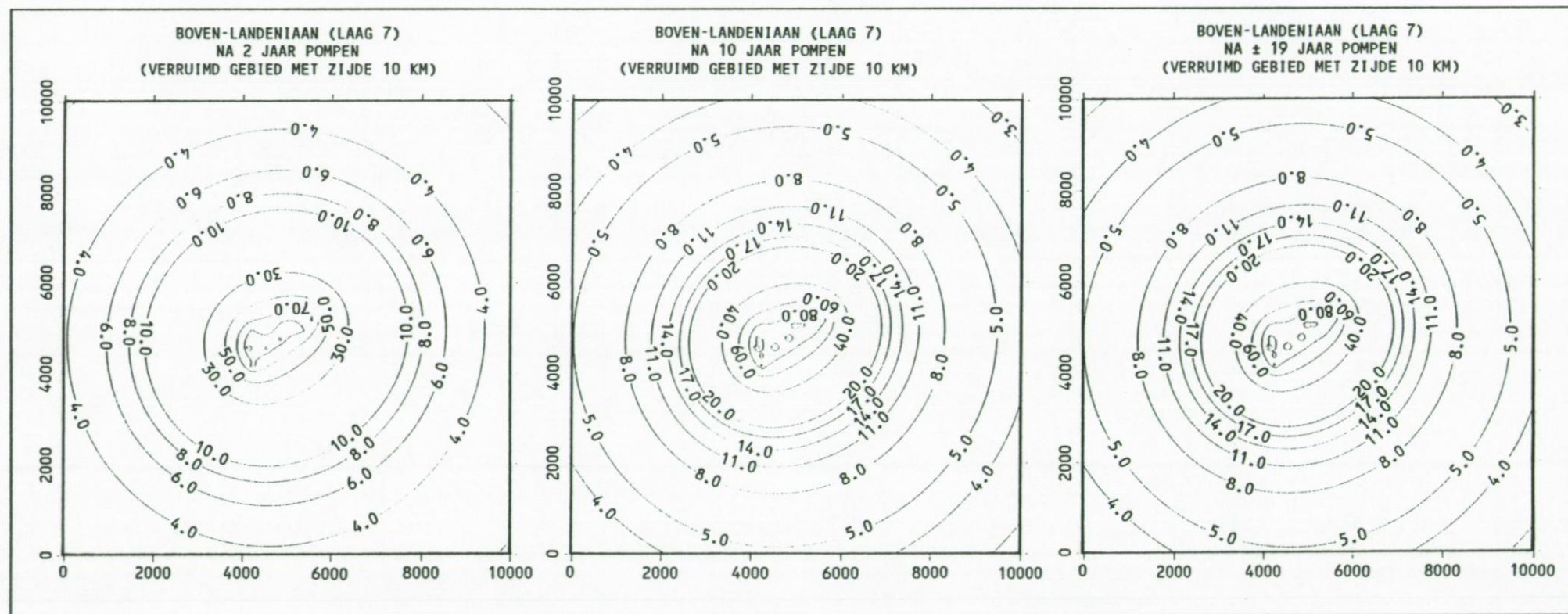
VERBINDING BIJ DE CONFIGURATIE VAN 15 POMPPUTTEN:

B.5.6. ISOLIJNENKAARTEN VOOR DE CONFIGURATIES VAN 12, 13 EN 15 PUTTEN

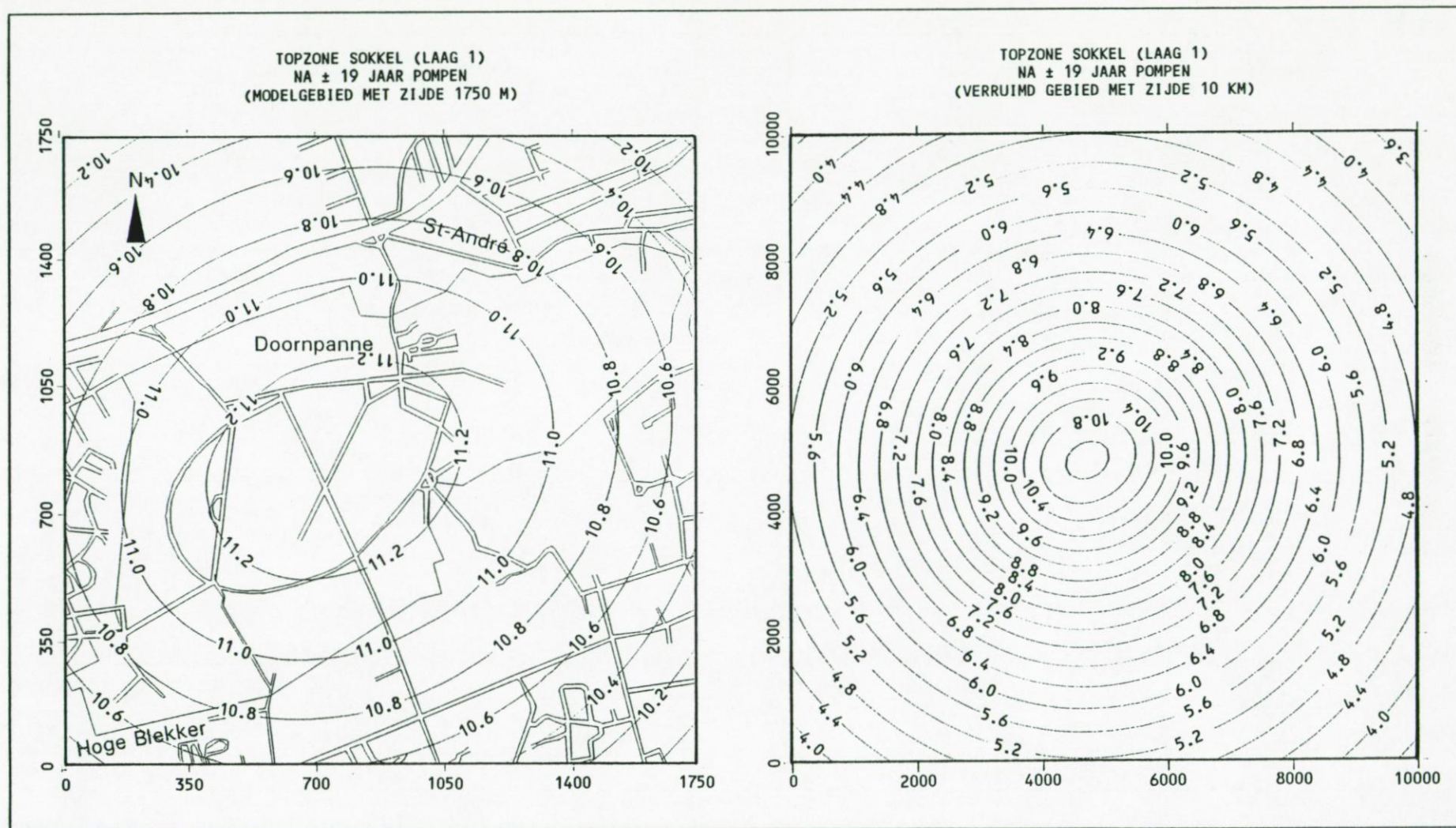
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 12 PUTTEN MET 120,93 M³/D:



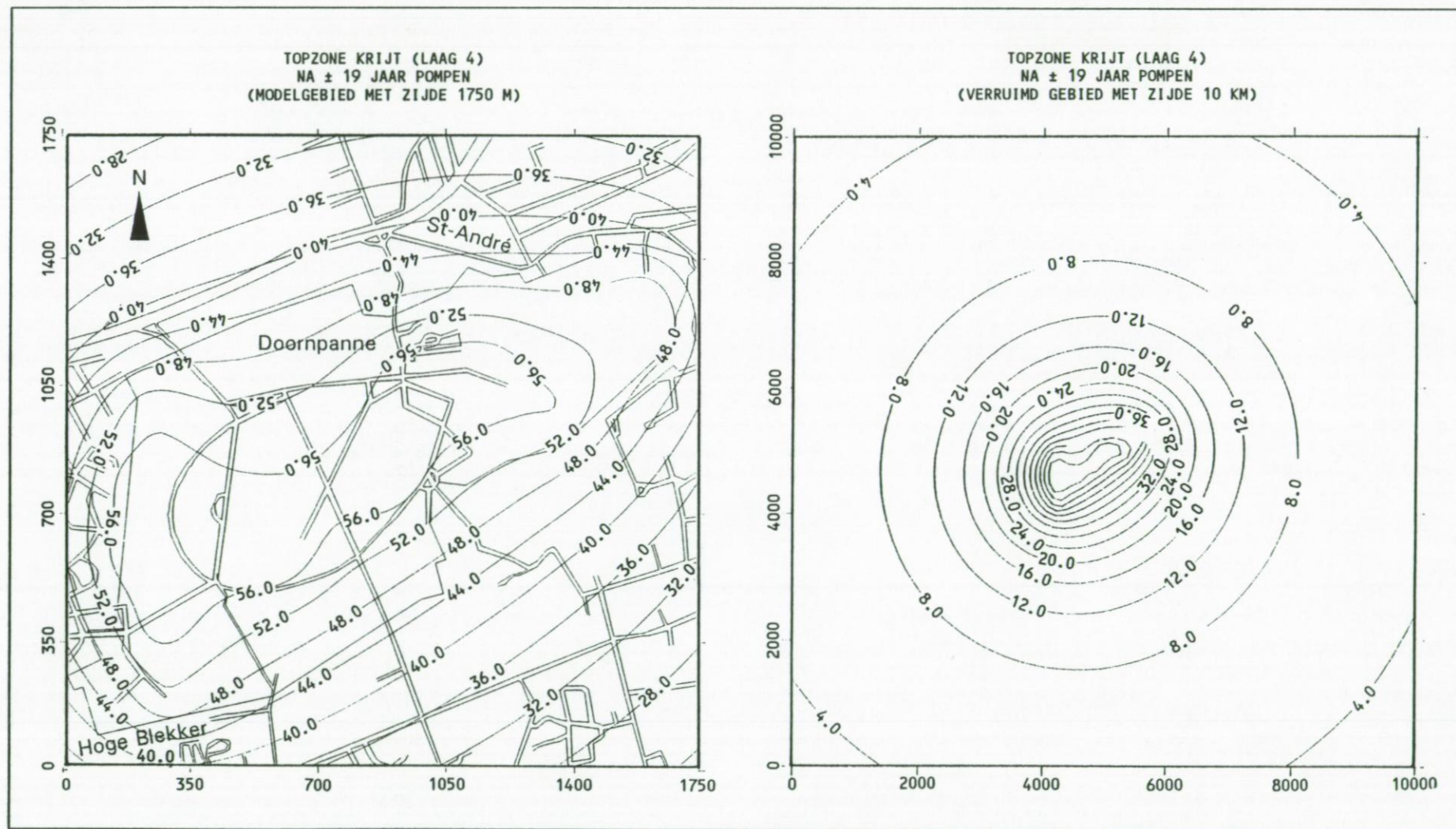
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 12 PUTTEN MET 120,93 M³/D (VERVOLG 1):



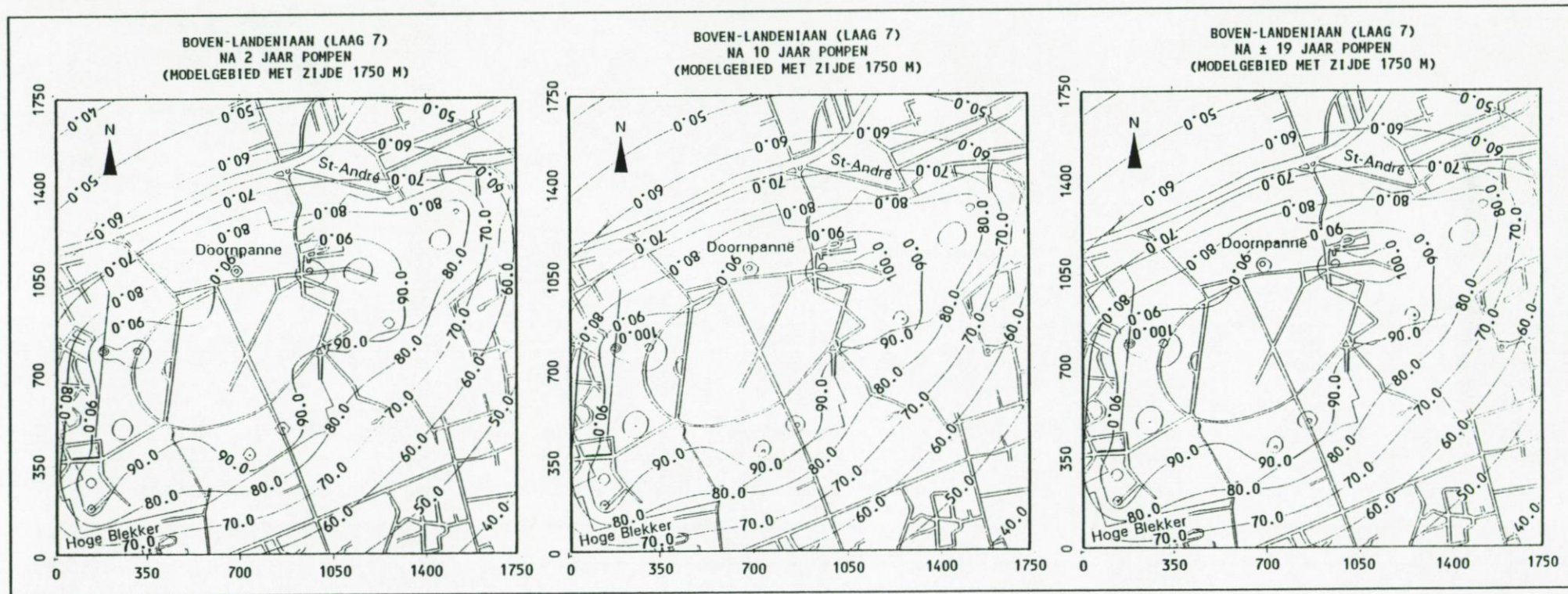
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 12 PUTTEN MET 120,93 M³/D (VERVOLG 2):



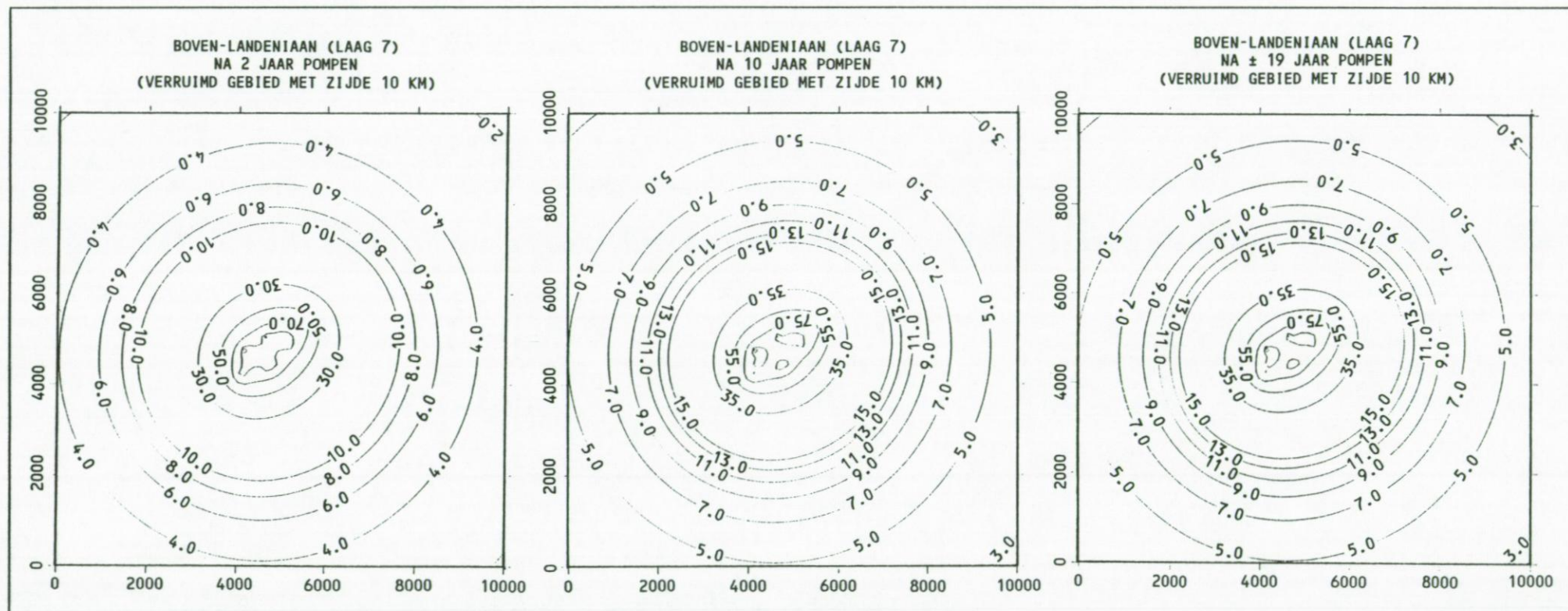
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 12 PUTTEN MET 120,93 M³/D (VERVOLG 3, EINDE):



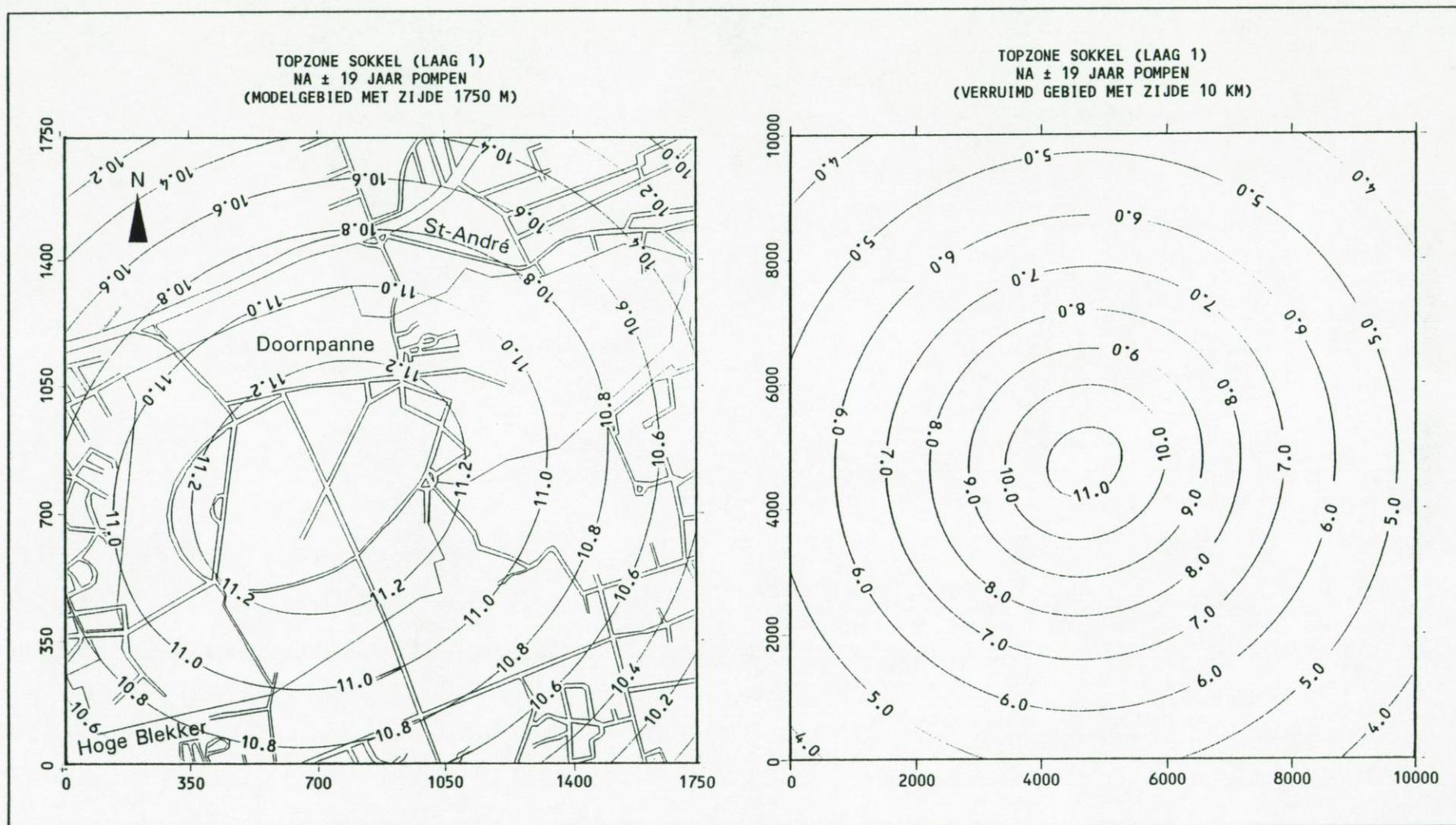
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 13 PUTTEN MET 111,63 M³/D:



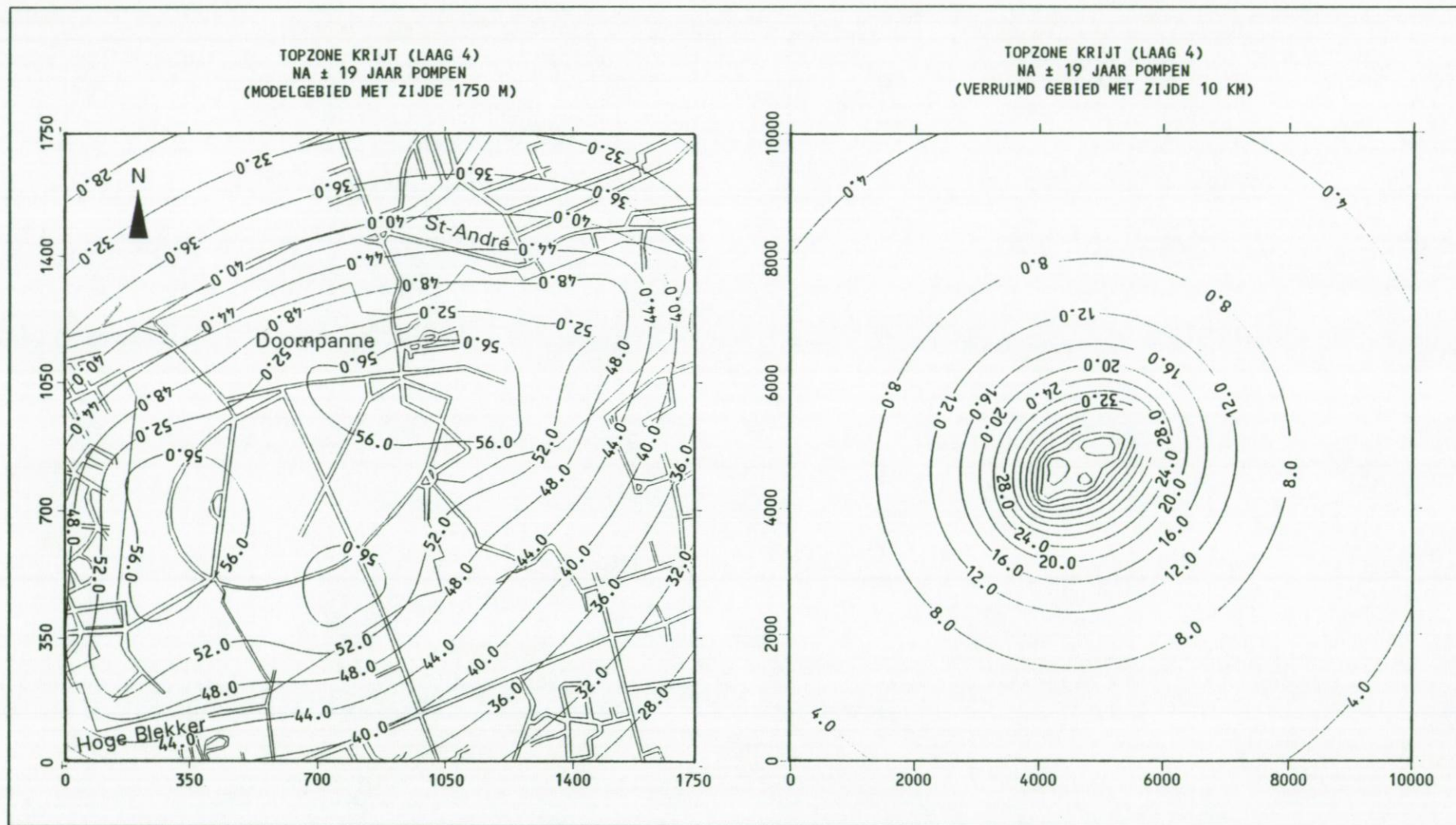
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 13 PUTTEN MET 111,63 M³/D (VERVOLG 1):



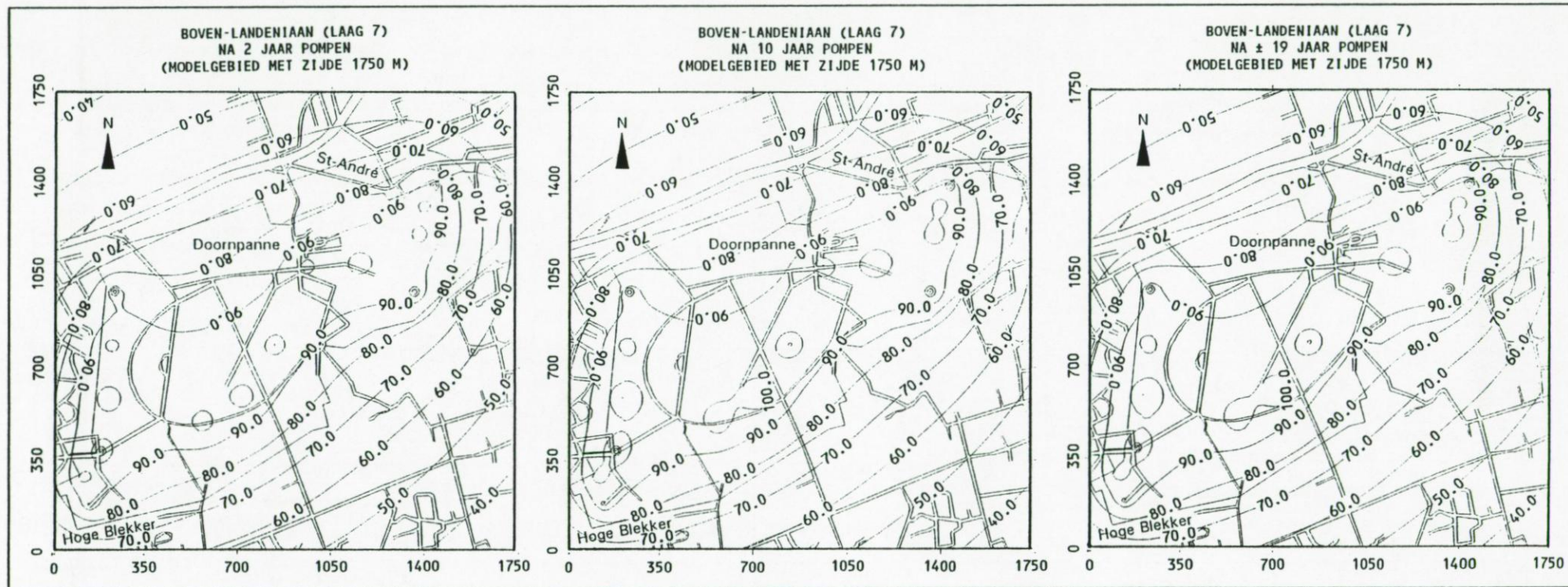
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 13 PUTTEN MET 111,63 M³/D (VERVOLG 2):



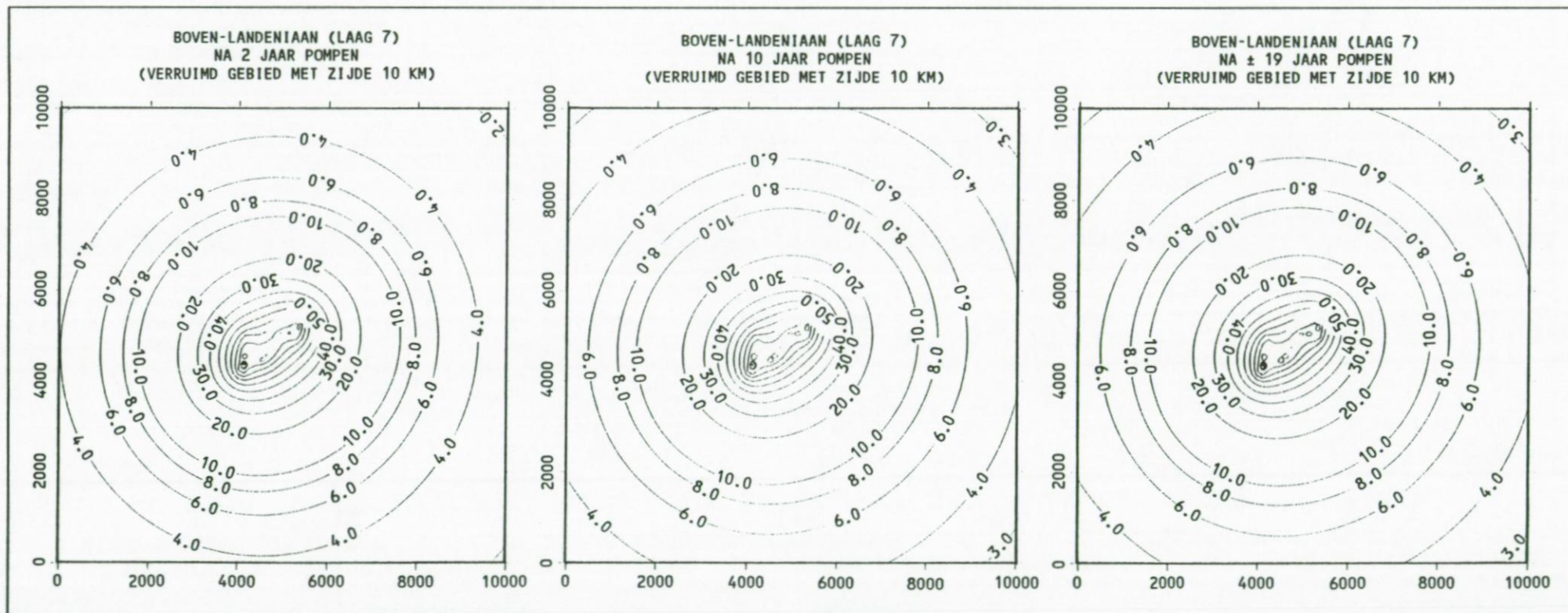
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 13 PUTTEN MET 111,63 M³/D (VERVOLG 3, EINDE):



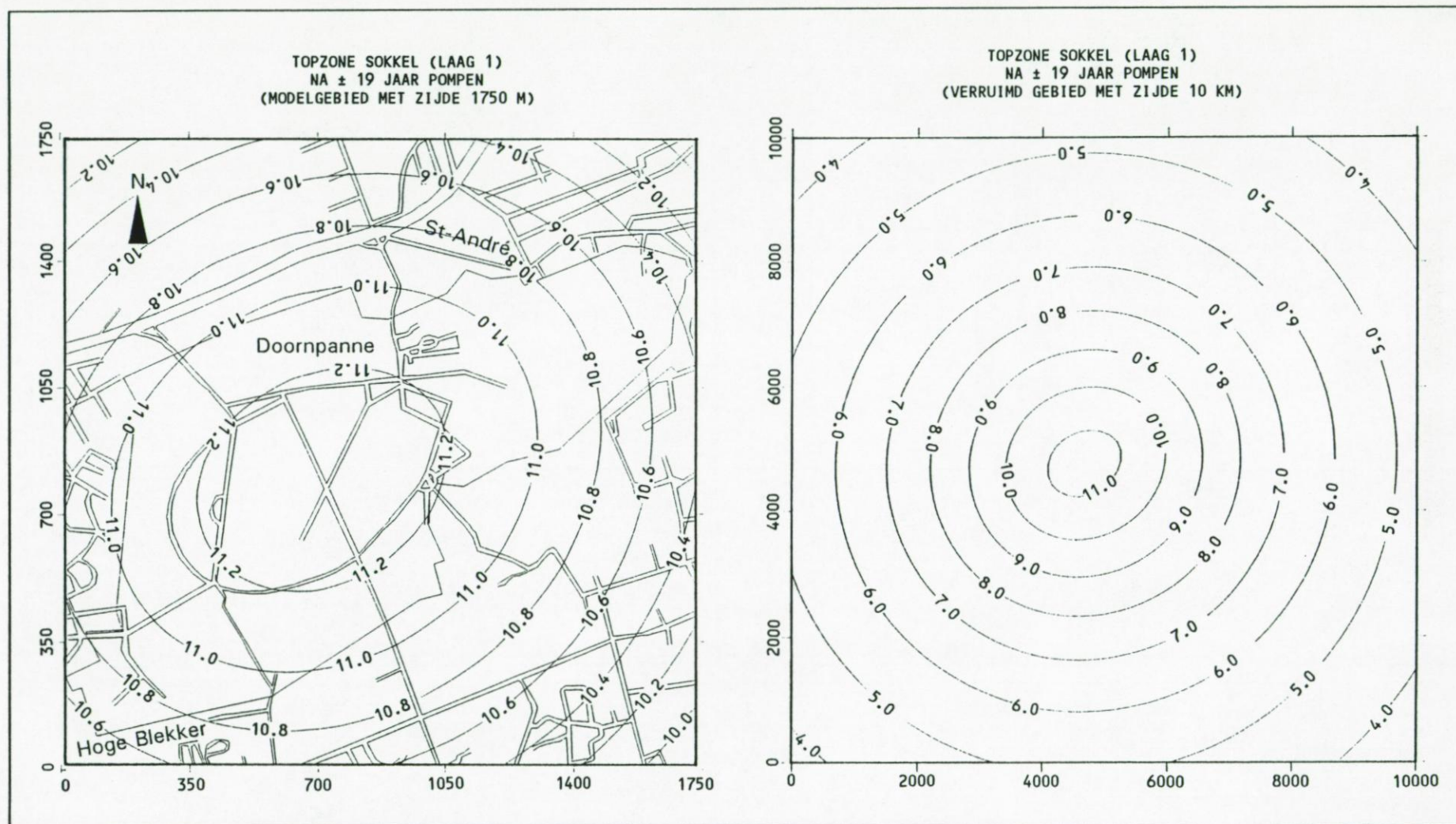
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 15 PUTTEN MET 96,74 M³/D:



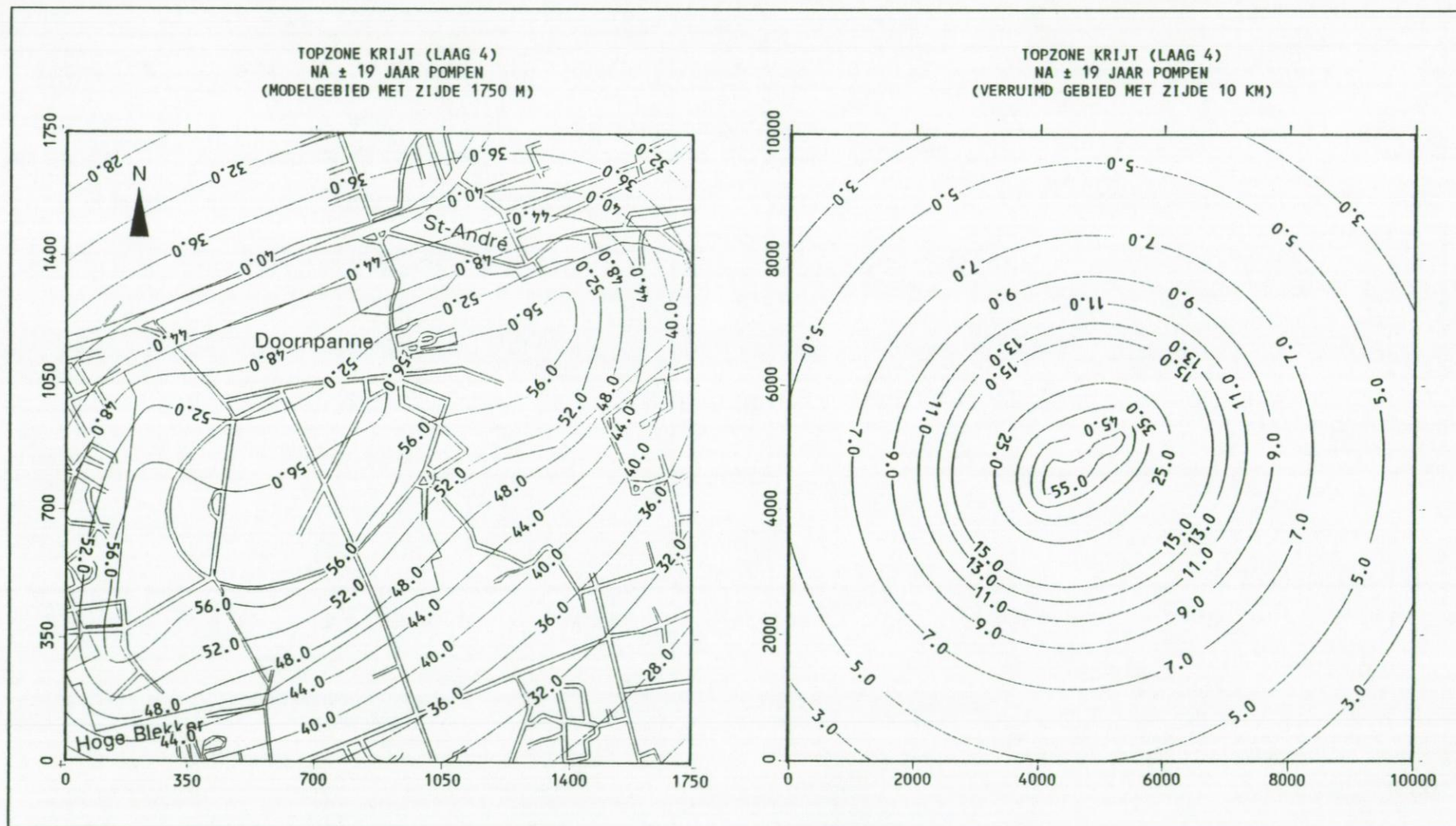
BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 15 PUTTEN MET 96,74 M³/D (VERVOLG 1):



BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 15 PUTTEN MET 96,74 M³/D (VERVOLG 2):



BEREKENDE VERLAGINGEN (M) VOOR DE CONFIGURATIE VAN 15 PUTTEN MET 96,74 M³/D (VERVOLG 3, EINDE):



REFERENTIES

- AMERIJCKX, J.B. (1959). De ontstaansgeschiedenis van de zee-polders. *Biekorf*, **60** (118), 337-400.
- ANGIUS, G. (1991). *Salt/fresh-water flow and distribution in a cross-section at Oostduinkerke (Belgium)*. 44 p. Rijksuniversiteit Gent: Licentiaatsverhandeling (Erasmus).
- BAETEMAN, C. (1978). New evidence on the marine holocene in the Western Belgian coastal plain. *Bull. Belg. Veren. Geol.*, **87**, 49-54.
- BAETEMAN, C. (1981). *De holocene ontwikkeling van de Westelijke Kustvlakte*. 297 p. Vrije Universiteit Brussel: Doctoraatsverhandeling.
- BAETEMAN, C., LAMBRECHTS, G. & PAEPE, R. (1974). *Autosnelweg Brugge-Calais (boringen en geologisch profiel); Sectie: Veurne-Franse grens*. 55 p. Brussel: Belg. Geol. Dienst. Prof. Pap., **2**.
- BAETEMAN, C. & VERBRUGGEN, C. (1979). A new approach to the so-called surface peat in the Western Coastal Plain of Belgium. 21 p. Brussel: Belg. Geol. Dienst. Prof. Pap., **11**, 167.
- BEAR, J. & VERRUIJT, A. (1990). *Modeling groundwater flow and pollution. Theory and applications of transport in porous media*. 414 p. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- BERTSEKAS, D.P. (1982). *Constrained optimization and Lagrange multiplier methods*. 397 p. New York: Academic Press.
- BERTSEKAS, D.P. (1991). *Linear network optimization: Algorithms and codes*. 359 p. Massachusetts: MIT Press.
- BIGGS, M.C. (1971). Minimization algorithms making use of non-quadratic properties of the objective function. *Jour. Inst. Math. Appl.*, **8**, 315-327.
- BIGGS, M.C. (1978). On the convergence of some constrained minimization algorithms base on recursive quadratic programming. *Jour. Inst. Math. Appl.*, **21**, 67-81.
- BOLLE, I. (1983). *Hydrogeologie van de Binnenduinen van Adinkerke en aangrenzende gebieden*. 112 p. Rijksuniversiteit Gent: Licentiaatsverhandeling.

- BOLLE, I., WALRAEVENS, K., VAN HOUTTE, E. & DE BREUCK, W. (1990). *Hydrogeologisch onderzoek op de fabrieksterreinen van "Produits Chimiques de Nieuport" te Nieuwpoort*. Inventarisatie (29 p) & Karakterisatie (15 p). Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 89/48.
- BOWEN, R. (1980). *Ground water*. 227 p. London: Applied Science Publishers LTD.
- BROYDEN, C.G., DENNIS, J.E. & MORÉ, J.J. (1973). On the local and superlinear convergence of quasi-Newton methods. *Jour. Inst. Math. Appl.*, **12**, 223-245.
- CARRERA, J. & NEUMAN, S.P. (1986a). Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions: 1. Maximum likelihood method incorporating prior information. *Water Resources Research*, **22** (2), 199-210.
- CARRERA, J. & NEUMAN, S.P. (1986b). Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions: 2. Uniqueness, stability, and solution algorithms. *Water Resources Research*, **22** (2), 211-227.
- CHAPRA, S.C. & CANALE, R.P. (1988). *Numerical methods for engineers*. 812 p. New York: McGraw-Hill Book Company.
- DAVIDON, W.C. (1959). Variable metric method for minimization. *Atom. Ener. Com. Res. Dev. Rep.*, ANL-5990.
- DAVIS, J.C. (1986). *Statistics and data analysis in geology*. 646 p. New York: John Wiley & Sons.
- DAVIS, S.N. (1969). Porosity and permeability of natural materials. In: De Wiest, R.J.M. (ed.); *Flow through porous media*. New York: Academic Press. 53-89.
- DE BREUCK, W. (1972). *Hydrogeologie*. Rijksuniversiteit Gent: Cursus gedoceerd aan de Licentie Aard- en Delfstofkunde.
- DE BREUCK, W. & DE MOOR, G. (1974). The evolution of the coastal aquifer in Belgium. *Ghent: Proc. 4th S.W.I.M.*, 158-176.
- DE BREUCK, W., DE MOOR, G. & MARECHAL, R. (1969). Litostratigrafie van de kwartaire sedimenten in het oostelijk kustgebied. *Natuurwet. Tijdschr.*, **51**, 125-137.

DE BREUCK, W., DE MOOR, G., MARECHAL, R. & TAVERNIER, R. (1974). De diepte van het grensvlak tussen zoet en zout water in de freatische laag van het Belgische kustgebied (1963-1973). Ghent: Proc. 4th S.W.I.M., kaartbijlage 1:100.000.

DE CEUKELAIRE, M., LEBBE, L., BOLLE, I. & DE BREUCK, W. (1991). Pompproeven en waterstaalnamen in gespleten vaste gesteenten (Oost- en West-Vlaanderen). Resultaten van de pompproef bij de firma INCO te Langemark. 20 p. Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 90/53.

DE CEUKELAIRE, M., WALRAEVENS, K. & VAN BURM, P. (1992). Evolutie van de stijghoogten in het Landenian en de Sokkel vanaf de eeuwwisseling tot 1986 (West-Vlaanderen en aangrenzend deel Oost-Vlaanderen). 9 p. Brussel: Belg. Geol. Dienst. Prof. Pap., 7, 257.

DE CEUNYNCK, R. (1992). Het duinlandschap. Ontstaan en evolutie. Hoofdstuk 1 in: Tussen land en zee. Het duingebied van Nieuwpoort tot De Panne (264 p). Tielt: Lannoo nv. 16-45.

DE GEYTER, G. (1981). Contribution to the lithostratigraphy and the sedimentary petrology of the Landen Formation in Belgium. Med. Kon. Acad. Wet. Let. Sch. Kun. Bel., Kl. Wet., 43 (2), 111-153.

DE GEYTER, G. (1988). Landen Groep; Hoofdstuk 4 in MARECHAL, R. & LAGA, P. (ed.) 1988. Voorstel lithostratigrafische indeling van het Paleogeen. Nationale Commissies voor Stratigrafie. Commissie: Tertiair. Brussel: Belg. Geol. Dienst. 59-80.

DE MOOR, G. & DE BREUCK, W. (1969). De freatische waters in het oostelijk kustgebied en in de Vlaamse Vallei. Natuurwet. Tijdschr., 51, 3-68.

DENNIS, J.E. & MORÉ, J.J. (1977). Quasi-Newton methods, motivation and theory. SIAM Review, 19, 46-89.

DENYS, L., LEBBE, L., SLIGGERS, B.C., SPAINK, G., VAN STRIJDONCK, M. & VERBRUGGEN, C. (1983). Litho- and biostratigraphical study of Quarternary deep marine deposits of the Western Belgian coastal plain. Bull. Belg. Veren. Geol. Pal., 92, 125-154.

DEVOS, J. (1984). Hydrogeologie van het duingebied ten oosten van De Haan. 219 p. Rijksuniversiteit Gent: Doctoraatsver-

handeling.

DE VOS, M. (1985). *Bijdrage tot de hydrogeologie van De Moeren (Veurne) en omliggende gebieden*. 137 p. Rijksuniversiteit Gent: Licentiaatsverhandeling.

DIJKSTRA, E.W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numer. Math.*, 1, 269-271.

DOMENICO, P.A. (1972). *Concepts and models in groundwater hydrology*. 405 p. New York: McGraw-Hill Inc.

DOMENICO, P.A. & SCHWARTZ, F.W. (1990). *Physical and chemical hydrogeology*. 824 p. New York: John Wiley & Sons.

DRAPER, N.R. & SMITH, H. (1981). *Applied regression analysis*. 709 p. New York: John Wiley & Sons.

FLETCHER, R. & POWELL, M.J.D. (1963). A rapidly convergent descent method for minimization. *Comp. Jour.*, 7, 163-168.

FOULDS, L.R. (1981). *Optimization techniques, an introduction*. 502 p. New York: Springer Verlag.

GEETS, S. (1988). Ieper Groep; Hoofdstuk 5 in MARECHAL, R. & LAGA, P. (ed.) 1988. *Voorstel lithostratigrafische indeling van het Paleogeen*. Nationale Commissies voor Stratigrafie. Commissie: Tertiair. Brussel: Belg. Geol. Dienst. 81-115.

GILL, P.E. & MURRAY, W. (1972). Quasi-Newton methods for unconstrained optimization. *Jour. Inst. Math. Appl.*, 9, 91-108.

GILSINN, J. & WITZGALL, C. (1973). A performance comparison of labeling algorithms for calculating shortest path trees. 87 p. Washington: Nat. Bur. of Stan. Techn. note 772.

HAIMES, Y.Y. (1977). *Hierarchical analysis of water resources systems. Modeling and optimization of large-scale systems*. 478 p. New York: McGraw-Hill Book Company.

JENSEN, P.A. & BARNES, J.W. (1980). *Network flow programming*. 408 p. New York: John Wiley & Sons.

KINZELBACH, W. (1986). *Groundwater modelling*. 333 p. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V.

- KUESTER, J.L. & MIZE, J.H. (1973). *Optimization techniques with FORTRAN*. 500 p. New York: McGraw-Hill Book Company.
- KUHN, H.W. & TUCKER, A.W. (1951). Nonlinear programming. *Proc. Sec. Berk. Symp. Math. Stat. Prob.*, Berkeley Press, 481-493.
- KÜNZI, H.P., TZSCHACH, H.G. & ZEHNDER, C.A. (1968). *Numerical methods of mathematical optimization*. 171 p. New York: Academic Press.
- LAGA, P. & VANDENBERGHE, N. (1990). *The Knokke well (11E/138) with a description of the Den Haan (22W/276) and Oostduinkerke (35E/142) wells*. 118 p. Brussel: Belg. Geol. Dienst. Toel. Verh. Geol. Mijnk. Belg., 29.
- LEBBE, L. (1973). *Hydrogeologisch onderzoek van het duingebied te Oostduinkerke*. 105 p. Rijksuniversiteit Gent: Licentiaatsverhandeling.
- LEBBE, L. (1978). *Hydrogeologie van het duingebied ten westen van De Panne*. 164 p. Rijksuniversiteit Gent: Doctoraatsverhandeling.
- LEBBE, L. (1979). A hydrogeological study of the dune area of De Panne (Belgium). *Geologisches Jahrbuch*, C29, 115-131.
- LEBBE, L. (1981). The subterranean flow of fresh and salt water underneath the Western Belgian beach. *Uppsala: Proc. 7th S.W.I.M.*, 193-219.
- LEBBE, L. (1983). Mathematical model of the evolution of the fresh water lens under the dunes and beach with semi-diurnal tides. *Bari: Proc. 8th S.W.I.M.*, 211-226.
- LEBBE, L. (1984). Numerische simulatie van grondwaterkwaliteitsproblemen als hulp bij het beheer van de watervoorraden in het Vlaamse kustgebied. *Tijdschr. BeCeWa*, 76, 67-88.
- LEBBE, L. (1988). *Uitvoering van pompproeven en interpretatie door middel van een invers model*. 563 p. Rijksuniversiteit Gent: Aggregaatsverhandeling voor het Hoger Onderwijs.
- LEBBE, L. & DE BREUCK, W. (1980). Hydrogeologie van het duingebied tussen Koksijde en Oostduinkerke. *Tijdschr. BeCeWa*, 55, 33-45.

LEBBE, L., DE BREUCK, W. & BOLLE, I. (1983). Salt water encroachment in the western Belgian coastal plain. Bari: Proc. 8th S.W.I.M., 285-298.

LEBBE, L., MAHAUDEN, M. & DE BREUCK, W. (1988). Pompproeven en waterstaalnamen in gespleten vaste gesteenten (Oost- en West-Vlaanderen). Resultaten van de pomp- en stijgproef bij de firma N.V. TALPE-STAR te Kortemark. 47 p. Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 88/11.

LEBBE, L., MAHAUDEN, M. & DE BREUCK, W. (1989a). Pompproeven en waterstaalnamen in gespleten vaste gesteenten (Oost- en West-Vlaanderen). Resultaten van de pomp- en stijgproef bij het Klooster van de Zusters Benidictinessen te Poperinge. 39 p. Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 89/53.

LEBBE, L., MAHAUDEN, M. & DE BREUCK, W. (1990a). Pompproefresultaten en berekening van de winbare grondwaterhoeveelheden in de watervoerende lagen van Landeniaan en Sokkel te Hoegaarden. 58 p. Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 90/34.

LEBBE, L., MAHAUDEN, M. & DE BREUCK, W. (1991a). Pompproeven en waterstaalnamen in gespleten vaste gesteenten (Oost- en West-Vlaanderen). Resultaten van de pomp- en stijgproef bij de bedrijven N.V. LEVI STRAUSS en N.V. KLING te Wervik. 31 p. Universiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 91/36.

LEBBE, L., MAHAUDEN, M. & DE BREUCK, W. (1993a). Execution of a triple pumping test and interpretation by an inverse numerical model. *Applied Hydrogeology*, 1 (4/92), 20-34.

LEBBE, L. & PEDE, K. (1986). Salt-fresh water flow underneath old dunes and low polders influenced by pumpage and drainage in the Western Belgian coastal plain. Delft: Proc. 9th S.W.I.M., 199-220.

LEBBE, L., TARHOUNI, J., VAN HOUTTE, E. & DE BREUCK, W. (1993b). Uitvoering van infiltratieproef in de waterwinning te Koksijde en van een pompproef nabij de Kromme Gracht te Avekapelle en hun interpretatie door inverse modellen. 66 p. Universiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 91/48.

LEBBE, L., VAN CAMP, M., DE CEUKELAIRE, M., VAN BURM, P. & DE BREUCK, W. (1987). Hydrogeologisch mathematisch model van de grondwaterstromingen in de gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen onder West-, Oost-, Zeeuws- en Frans-Vlaanderen.

105 p. Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 86/53.

LEBBE, L., VAN CAMP, M., RAMAN, B. & DE BREUCK, W. (1985). *Hydrogeologisch mathematisch model van het Nederlands-Belgisch grensgebied in de omgeving van de Kalmthoutse Heide*. 89 p. Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 81/08b.

LEBBE, L., VAN HOUTTE, E. & DE BREUCK, W. (1991b). *Infiltratie van bemalingswater in het waterwingebied van de Doornpanne*. 9 p. Universiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 91/07.

LEBBE, L., VAN HOUTTE, E. & DE BREUCK, W. (1993c). *Interpretatie van de pompproef in het Landenlaan en berekening van de waterwinningscapaciteit in het waterwinningsgebied van de I.W.V.A. te Oostduinkerke*. 46 p. Universiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 93/04.

LEBBE, L. & WALRAEVEN, K. (1988). Hydrochemical study of a cross-section through the coastal and the surroundings near the French-Belgian border. *Ghent: Proc. 10th S.W.I.M.; Natuurwet. Tijdschr.*, 70, 54-64.

LEBBE, L., WALRAEVEN, K. & DE BREUCK, W. (1990b). The evolution of the fresh and salt water flow and distribution in two cross-sections through the dune area of De Haan. *Gdańsk: Proc. 11th S.W.I.M.*, 72-97.

LEBBE, L., WALRAEVEN, K., VAN BURM, P. & DE BREUCK, W. (1989b). L'évolution de la distribution des eaux douces et salées dans la nappe libre de la plaine maritime aux environs de la frontière belgo-française. *Annales de la Société Géologique du Nord*, CIX, 55-65.

LEGRAND, R. (1968). *Le Massif du Brabant*. 148 p. Brussel: Belg. Geol. Dienst. Toel. Verh. Geol. Mijnk. Belg., 9.

LUENBERGER, D.G. (1984). *Linear and nonlinear programming*. 491 p. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.

MAHAUDEN, M., LEBBE, L. & DE BREUCK, W. (1982). *Hydrogeologische studie van en rondom het gebied van de geplande waterwinning "Ter Yde" te Koksijde*. 52 p. Rijksuniversiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 81/06.

MARECHAL, R. (1953). *Ontstaan en morfologie van de Golf van Lo*. *Natuurwet. Tijdschr.*, 35, 159-166.

- MARECHAL, R. (1976). *Geologie van België*. Rijksuniversiteit Gent: Cursus gedoceerd aan de Licentie Aard- en Delfstofkunde.
- MARECHAL, R. & LAGA, P. (ed.) (1988). *Voorstel lithostratigrafische indeling van het Paleogeen*. 208 p. Nationale Commissies voor Stratigrafie. Commissie: Tertiair. Brussel: Belg. Geol. Dienst.
- MOORMANN, F.R. (1951a). *Verklarende tekst bij het kaartblad Oostduinkerke 35E (Bodemkaart van België)*. 40 p. Gent: Centrum voor Bodemkartering.
- MOORMANN, F.R. (1951b). *De bodemgesteldheid van het Oudland van Veurne-Ambacht*. *Natuurwet. Tijdschr.*, **33**, 1-124.
- MOORMANN, F.R. & AMERIJCKX, J. (1950). *De bodemgesteldheid van de zeepolders*. *Versl. Nav. I.W.O.N.L.*, **4**, 37-60.
- MOORMANN, F.R. & T'JONCK, G. (1960). *Verklarende tekst bij het kaartblad De Moeren 50W (Bodemkaart van België)*. 74 p. Gent: Centrum voor Bodemkartering.
- NOCEDAL, J. & OVERTON, M.L. (1985). Projected Hessian updating algorithms for nonlinearly constrained optimization. *SIAM Jour. Numer. Anal.*, **22**, 821-850.
- OREN, S.S. (1974). Self-Scaling Variable Metric (SSVM) algorithms. Part II: Implementation and experiments. *Management Science*, **20**, 863-874.
- OREN, S.S. & LUENBERGER, D.G. (1974). Self-Scaling Variable Metric (SSVM) algorithms. Part I: Criteria and sufficient conditions for scaling a class of algorithms. *Management Science*, **20**, 845-862.
- PAEPE, R. & BAETEMAN, C. (1979). The Belgian coastal plain during the Quarternary. The Quarternary history of the North Sea. *Acta Univ. Ups. Symp. Univ. Ups. Annum Quingentesium Celebrantis*, **2**, 143-146.
- PARDALOS, P.M. & ROSEN, J.B. (1987). *Constrained global optimization: algorithms and applications*. Lecture notes in computer science 268. 143 p. Berlin: Springer-Verlag.
- PENMAN, H.L. (1952). The physical bases of irrigation control. London: *Proc. 13th Int. Horticult. Congr.*, **2**, 913-924.

- PIERRE, D.A. (1973). Multiplier algorithms for nonlinear programming. *Inter. Symp. Math. Prog.*, **8**, 27-31.
- PIERRE, D.A. & LOWE, M.J. (1975). *Mathematical programming via augmented Lagrangians*. 463 p. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.
- PRESS, W.H., TEUKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T. & FLANNERY, B.P. (1992). *Numerical recipes in fortran*. The art of scientific computing. 963 p. New York: Cambridge University Press.
- RIDER, M.H. (1986). *The geological interpretation of well logs*. 175 p. New York: John Wiley & Sons.
- SCHITTEKAT, J. (1972). *Étude sédimentaire et hydrogéologique à Oostduinkerke*. 83 p. Université de l'État Liège: Travail de Fin d'Etudes.
- SERRA, M.A. (1991). *Salt/fresh-water flow and distribution in a cross-section at Nieuwpoort (Belgium)*. 41 p. Rijksuniversiteit Gent: Licentiaatsverhandeling (Erasmus).
- STUYFZAND, P.J. (1986). A new hydrochemical classification of watertypes: principles and application to the coastal dunes aquifer system of the Netherlands. *Delft: Proc. 9th S.W.I.M.*, 641-655.
- TARHOUNI, J. & LEBBE, L. (1992). Interpretation of the observed hydraulic head fluctuations at the dune area of De Panne by means of an inverse quasi-3D model. *Barcelona: Proc. 12th S.W.I.M.*, 421-435.
- TAVERNIER, R., AMERIJCKX, J., SNACKEN, F. & FARASYN, D. (1970). *Kust, duinen, polders*. 32 p. Brussel: Nationaal Comité voor Geografie. Commissie voor de Nationale Atlas. Atlas van België, blad 17.
- THOEN, H. (1978). *De Belgische kustvlakte in de Romeinse Tijd*. 225 p. Verh. Kon. Acad. Wet. Lett. Sch. Kun. Belg., **88**.
- THORNTHWAITE, C.W. & MATTER, J.R. (1957). Instructions and tables for computing potential evapotranspiration and the water balance. *Publ. Clim.*, **10** (3), 185-311.
- TODD, D.K. (1980). *Groundwater hydrology*. 535 p. New York: John Wiley & Sons.

VAN DAM, J. (1977). Determination of horizontal and vertical groundwater flow from piezometric levels observed in groundwater of varied densities. *Delft Prog. Rep.*, 3, 19-34.

VANDERPLAATS, G.N. (1984). *Numerical optimization techniques for engineering design*. 333 p. New York: McGraw-Hill Book Company.

VANDERPLAATS, G.N. (1989). *Methods of mathematical optimization. Lect. Not. Engin.*, Springer-Verlag, 22-41.

VAN DE WALLE, L. (1986). *Modelstudie gesteund op waarnemingen van stijghoogten en kwaliteit van het grondwater in De Moeren en de Binnenduinen (De Panne-Veurne)*. 154 p. Rijksuniversiteit Gent: Licentiaatsverhandeling.

VAN HOUTTE, E. (1984). *Hydrogeologie van De Moeren en de Binnenduinen van Adinkerke*. 66 p. Rijksuniversiteit Gent: Licentiaatsverhandeling.

VAN HOUTTE, E., LEBBE, L. & DE BREUCK, W. (1992). *Studie van de huidige en toekomstige waterwinningsmogelijkheden in de Westhoek*. 368 p. Universiteit Gent: L.T.G.H.; TGO 91/07.

VANLERBERGHE, F. (1992). *Verbruiksprognose 1992-2002*. 8 p. Intercommunale Waterleidingsmaatschappij van Veurne-Ambacht C.V.: Intern verslag.

WALRAEVEN, K. (1987). *Hydrogeologie en hydrochemie van het Ledo-Paniseliaan in Oost- en West-Vlaanderen*. 350 p. Rijksuniversiteit Gent: Doctoraatsverhandeling.

WALRAEVEN, K. (1990). Hydrogeology and hydrochemistry of the Ledo-Paniseliaan semi-confined aquifer in East- and West-Flanders. *Med. Kon. Acad. Wet. Let. Sch. Kun. Bel., Kl. Wet.*, 52 (3), 11-66.

WALRAEVEN, K. & LEBBE, L. (1988). Groundwater quality in the Tertiary Ledo-Paniselian aquifer in Belgium as a result of fresh-water intrusion into sediments in chemical equilibrium with the sea. *Ghent: Proc. 10th S.W.I.M.; Natuurwet. Tijdschr.*, 70, 30-44.

WALRAEVEN, K., LEBBE, L. & DE BREUCK, W. (1990). Q3D-mathematical modeling of the groundwater flow in and around the dune area of De Haan. *Gdańsk: Proc. 11th S.W.I.M.*, 110-127.

WALRAEVEN, K., LEBBE, L., VAN CAMP, M., ANGIUS, G., SERRA, M.A., VACCA, A., MASSIDDA, R. & DE BREUCK, W. (1992). Salt/fresh-water flow and distribution in a cross-section at Oostduinkerke (western coastal plain of Belgium). *Barcelona: Proc. 12th S.W.I.M.*, 407-420.

WALRAEVEN, K., VAN CAMP, M., DE CEUKELAIRE, M., VAN BURM, P., LEBBE, L., DE BREUCK, W., GERARD, P. & VERPLAETSE, H. (1989). Hydrochemisch onderzoek van de gedeeltelijk afgesloten watervoerende lagen van de sokkel, het Krijt en het Landenian onder West-, Oost- en Frans-Vlaanderen. *Natuurwet. Tijdschr.*, 71, 53-73.

WALTER, F. (1976). *Geophysical well logging for geohydrological purposes in unconsolidated formations*. 67 p. Delft: Groundwater Survey TNO.

WRIGHT, S.J. (1986). Convergence of projected Hessian approximations in quasi-Newton methods for the nonlinear programming problem. *IMA Jour. Numer. Anal.*, 6, 463-474.

ZEUWTS, L. (1991). *Hydrogeologie en hydrochemie van de IJzer-vlakte tussen de Frans-Belgische grens en Avekapelle-Pervijze (Westelijke Kustvlakte)*. 380 p. Rijksuniversiteit Gent: Doctoraatsverhandeling.

ZEUWTS, L., LEBBE, L. & DE BREUCK, W. (1988). Hydrochemistry of pore water from fine-grained sediments (clay, silt, peat) in the southern part of the western Belgian coastal plain: the Yser plain. *Ghent: Proc. 10th S.W.I.M.; Natuurwet. Tijdschr.*, 70, 95-106.

ZEUWTS, L., LEBBE, L. & DE BREUCK, W. (1989). Het totale zoutgehalte van het poriënwater (TDS) afgeleid uit resistiviteitsboorgatmetingen in het Vlaamse kustgebied. *Nat. Col. Bel. Com. Ingenieursgeol., BCIG Luik, II*, 20-35.